제1회 아시아 물리 올림피아드

인도네시아 카라와치

실험 경연 풀이

2000년 4월 25일

주어진 시간: 5시간

먼저 읽으시오:

1. **주어진 펜만 쓰시오.**
2. **종이는 표시된 면만 쓰시오.**
3. **문제마다 따로 종이에 답하시오.**
4. **답에는 주로 기호, 식, 수, 그래프, 표를 쓰고 글은 될 수 있는 한 적게 쓰시오.**
5. **보고서의 모든 종이 맨 위에 다음을 적으시오:**
   - 응시 번호 (APhO 식별 번호).
   - 문제 번호와 절 표시, 예: 2/a.
   - 종이마다 차례로 번호를 매기시오.
6. **첫 쪽에는 보고서의 전체 종이 수를 적으시오**

이 문제지는 모두 …. 쪽이다

문제 1 풀이

기름의 밀도 정하기

실험 배치

이 실험은 아르키메데스 법칙을 응용한 것이다. 기본 실험 배치는 그림 1과 같다. 이 그림에서는 시험관이 똑바로 선(수면에 수직인) 자세라고 가정한다. 또 물이나 기름 표면의 위치를 잴 때 같은 기준점을 써야 함이 분명하다.

그림 1: 실험 배치와 재야 할 실험량.

법칙을 실험에 정확히 적용하려면, 시험관 속 액체가 차지하는 부피와 시험관 바깥에서 밀려난 물의 부피를 정확히 나타내야 한다. 이를 위해 그림 2처럼 시험관의 치수 특징에 대해 더 자세한 표기를 도입해야 한다.

그림 2: 시험관의 규격.

이론적 정식화

이론적 정식화에 쓸 표기 전체와 그 정의는 다음과 같다

S_c = 점 A 위쪽 시험관의 안쪽 단면적
S_z = 점 A 위쪽 시험관의 바깥쪽 단면적
V_o = 점 A 아래쪽 시험관의 안쪽 부피
V_e = 점 A 아래쪽 시험관의 바깥쪽 부피
= V_o + 점 A 아래쪽 유리의 부피

l_z = 점 A와 시험관 바깥 수면 사이의 거리
l_c = 점 A와 시험관 속 액체 표면 사이의 거리
ρ_c = 시험관 속 액체의 밀도
= ρ_w (물)
= ρ_o (기름)
M = 빈 시험관의 질량

평형에서 부력, 곧 아르키메데스 힘 F_A는 속에 든 액체를 포함한 시험관의 전체 무게 W와 같다. 그림 1과 2, 그리고 위의 표기를 참고하면 다음 식들을 얻는다:

$$F_A = (V_e + S_z l_z)\rho_w g$$
$$W = (M + V_0\rho_c + S_c l_c \rho_c)g$$

평형 조건 F_A = W는 다음을 뜻한다

$$(V_e + S_z l_z)\rho_w = M + (V_0 + S_c l_c)\rho_c$$

이 식은 다음 꼴로 쓸 수 있다:

$$l_z = C + D l_c$$

여기서

$$D = \frac{\rho_c S_c}{\rho_w S_z}$$
$$C = \frac{M + V_0\rho_c - V_e\rho_w}{\rho_w S_z}$$

계수 D는 l_z와 l_c의 영점에 의존하지 않으므로, 위의 정식화에서 보듯이 이 실험의 기준점 A는 단면이 균일한 길이 안에서 시험관 위의 아무 편한 점으로 고를 수 있다.

측정

실험의 첫째 부분에서는 시험관을 채우는 액체로 물을 써서, l_z와 l_c 쌍의 여러 값에 해당하는 여러 높이까지 채운다. 그래프 용지에 l_c의 함수로 l_z를 그리면 D_1을 정할 수 있다.

$$D_1 = \frac{S_c}{S_z}$$

이 경우 $\rho_c = \rho_w$이기 때문이다.
둘째 부분에서는 시험관 속 액체를 물 대신 기름으로 바꾸어 같은 측정을 되풀이한다. 그러면 결과는 다음과 같다

$$D_2 = \frac{\rho_0 S_c}{\rho_w S_z}$$

두 식에서 S_c/S_z를 같게 놓으면 다음 관계가 나온다

$$\rho_0 = \left(\frac{D_2}{D_1}\right)\rho_w$$

실험 결과
실험 결과는 두 부분으로 이루어진다. 표 1과 2의 결과는 채우는 액체로 각각 물과 기름을 써서 얻었다.

표 1: 실험 1(물)의 데이터.

바닥에서의 거리	*lc* (cm)	*lz* (cm)
2.5	3.7	11.7
2.0	4.5	12.3
1.7	4.9	12.6
1.4	5.2	12.9
1.3	5.3	13.0
1.0	5.7	13.3

그림 3의 그래프 기울기에서 정한 D_1의 값은

$$D_1 = 0.8091$$

표 2: 실험 2(파라핀)의 데이터.

바닥에서의 거리	*lc* (cm)	*lz* (cm)
1.8	5.7	12.5
1.7	6.0	12.6
1.5	6.0	12.8
1.3	6.4	13.0
1.0	6.8	13.3
0.8	7.2	13.5

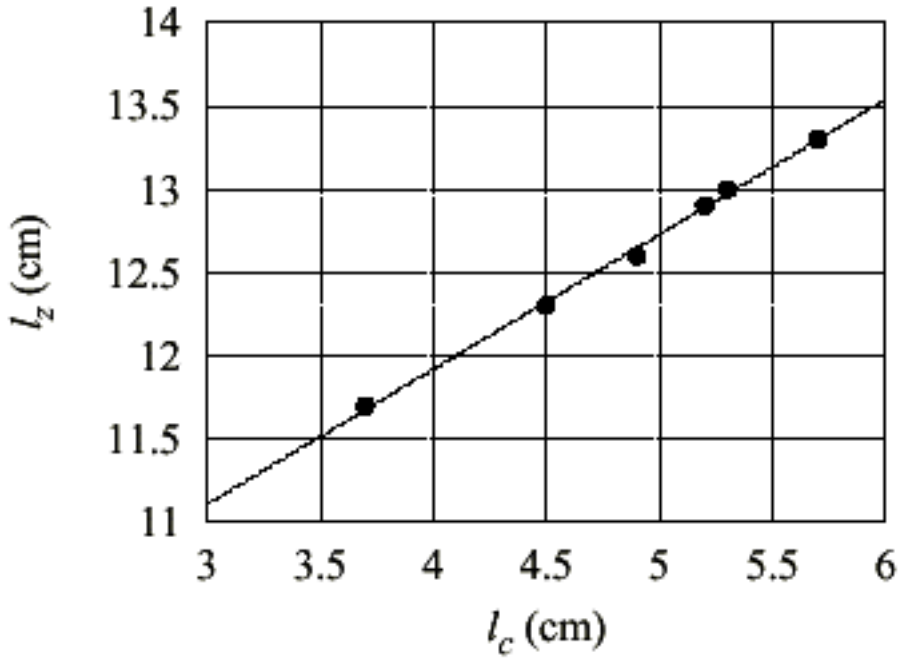


Figure 3: A plot of l_z vs l_c from data in Table 1.

그림 4의 그래프 기울기에서 정한 D_2의 값은

$$D_2 = 0.6865$$

ρ_0와 $\triangle\rho_0$의 최종 결과는

$$\rho_0 = 0.8484$$
$$\Delta\rho_0 = 0.04\%$$

주의 사항

1. 보통의 시험관에서 비 S_c/S_z는 1이 아니라 약 0.8이다.

2. 재야 할 모든 물과 액체 표면의 위치는 단면이 균일한 시험관 길이 안에 있어야 한다.

3. D_1과 D_2를 정할 때는 데이터 점을 2개보다 많이 얻어 가장 잘 맞는 직선을 그어야 한다.

4. 기름으로 재기 전에 시험관을 말려야 한다.

5. 이 실험에서 가장 어려운 점은 l_z를 바꿀 수 있는 범위가 2-2.5 cm로 좁게 제한된 가운데 충분한 데이터(데이터 점 2개보다 많이)를 얻는 것이다.

권장 채점 기준

이론 부분

1. 평형 조건 $F_A = W$의 진술 (1.0 p)
2. F_A의 식 (1.0 p)
3. W의 식 (1.0 p)
4. C와 D의 식을 포함한, l_c의 함수로서의 l_z 식 (1.5 p)
5. 다음 공식의 식 $\rho_0 = \rho_w (D_2 / D_1)$ (1.5 p)

실험 부분

1. 다음을 자세히 적은 실험 설명 (3.0 p)
   - 실험 배치 (1.0 p)
   - 재야 할 양 (1.0 p)
   - 측정 절차 (1.0 p)

2. 물에 대한 l_z-l_c 측정 결과 (데이터 점 2개 넘게) (2.0 p)

3. 기름에 대한 l_z-l_c 측정 결과 (데이터 점 2개 넘게) (2.0 p)
4. D_1과 D_2 정하기 (1.0 p)
5. ρ_0 정하기 (1.0 p)
6. ρ_0 값의 정확도 (최대 3.0점)
   - 참값 $\rho_0 = 0.84$ g/cm³의 5% 이내 (3.0 p)
   - 참값의 5%와 10% 사이 (2.0 p)
7. 불확도 또는 오차의 어림 (2.0 p)