문제 2 풀이

슈테판-볼츠만 상수 정하기

이론적 고찰

고체의 전자기 복사 이론에 따르면, 매끈하게 닦은 알루미늄 원통은 이상적인 반사체로 볼 수 있으므로 복사를 흡수하지도 내보내지도 않는다. 한편 양초 그을음을 얇게 입힌 같은 원통은 열복사를 완벽하게 흡수하고 내보내는 이상적인 흑체처럼 행동한다고 가정한다.

따라서 뜨거운 매끈한 원통은 주위 공기의 열전도와 대류 같은 비복사 메커니즘으로 열에너지를 잃을 것으로 예상된다. 이와 달리 뜨거운 검은 원통은 슈테판-볼츠만 법칙에 따른 열복사 과정으로 열에너지를 더 잃는다.

위에서 설명한 서로 다른 물리 과정에 바탕을 두어, 다음과 같이 세 가지 실험 방법을 세울 수 있다:

1. 일정 온도 방법

   원통을 검게 하지 않았을 때(매끈할 때)와 그을음으로 검게 했을 때 같은 온도 T까지 가열한다고 하자. 같은 평형 온도에 이르는 데 필요한 전기 일률을 잰 값의 차이는 복사 과정에 의한 일률 손실과 같아야 한다.
   곧,

$$P_r(T) = P_t(T) - P_n(T)$$

   여기서:

   $P_r(T)$ = 열복사에 의한 검은 원통의 일률 손실
   $P_t(T)$ = T에서 검은 원통의 전체 일률 손실

   $P_n(T)$ = T에서 비복사 과정에 의한 매끈한 원통의 일률 손실

   두 경우(매끈함과 검음)에 같은 $P_n(T)$를 가정하면 다음을 얻는다

$$\sigma = \frac{P_t(T) - P_n(T)}{S\left(T^4 - T_0^4\right)}$$

여기서 T_0는 주위(실내) 온도이다

또는 덜 정확하지만, P_n이 $(T - T_0)$에 비례한다고
분명히 가정하여 다른 방법을 세울 수도 있다. 곧

$$P_n(T) = k(T - T_0)$$

여기서 k는 T에 무관한 상수이다. 이 관계를 바탕으로 σ를 정하는 다음 두 방법을 세울 수 있다.

2. 일정 일률 방법

이 방법에서는 두 경우 모두 가열 일률 P를 같게 유지한다. 매끈한 원통과 검은 원통이 평형에서 이르는 온도를 각각 T_p와 T_b라 하자.
그러면

$$P = k\left(T_p - T_0\right)$$
$$P = k\left(T_b - T_0\right) + \mathrm{P}_r\left(T_b\right)$$

k를 소거하면

$$P_r(T_b) = \frac{\left(T_p - T_b\right)P}{\left(T_p - T_0\right)}$$

이것을 슈테판-볼츠만 법칙의 복사 일률 식과 같게 놓으면 다음을 얻는다

$$\sigma = \frac{\left(T_p - T_b\right)P}{S(T_b^4 - T_0^4)\left(T_p - T_0\right)}$$

3. 두 온도 방법
이 경우에는 검은 원통만 재되, 두 평형 온도 T_1과 T_2에서 잰다. T_1과 T_2에 이르는 데 필요한 가열 일률을 각각 P_1과 P_2라 하면

다음과 같다.

$$P_1 = k\left(T_1 - T_0\right) + \sigma S\left(T_1^4 - T_0^4\right)$$
$$P_2 = k\left(T_2 - T_0\right) + \sigma S\left(T_2^4 - T_0^4\right)$$

다시 위의 두 식에서 k를 소거하면 바로 다음을 얻는다

식

$$\sigma = \frac{(T_2 - T_0) - (T_1 - T_0) P_2}{S\left[\left(T_1^4 - T_0^4\right)(T_2 - T_0) - \left(T_2^4 - T_0^4\right)(T_1 - T_0)\right]}$$

주의 사항

첫째 실험 방법의 정식화에서는 두 경우에 같은 T가 보장되어야 한다. P는 T^4에 비례하므로, 두 경우에 정한 T의 작은 차이가 큰 오차를 낳는다. 그러나 위의 요구 조건을 맞추기는 쉽지 않다. 이 어려움을 이기는 한 방법은, 검게 하지 않은 원통이 이른 온도 부근의 두 온도에서 검은 원통을 가열하는 일률 P_t를 재고, 올바른 T에서의 P_t 값을 보간하는 것이다.

또 측정이 민감하기 때문에 원통 주위의 작은 변화도 결과에 크게 영향을 주기 쉽다는 점도 짚어 둘 만하다. 따라서 실험하는 동안 환경을 일정하게 유지해야 한다.

실험 배치

실험 장치는 그림 1과 같다. 가열기는 자기 받침에 붙어 있고, 전원과 측정 계기에 연결되어 있다. 측정하는 동안 가열기는 같은 자기 판 위에 놓인 속이 빈 원통에 완전히 둘러싸인다. 열전쌍은 원통에 고정되어 붙어 있고, 열전쌍의 특성을 적은 표를 써서 온도를 정하도록 mV 계에 연결되어 있다. 원통의 크기는 길이 60 mm, 바깥지름 12.5 mm이며, 따라서 겉넓이는 S = 24.8 cm^2 이다.
원통의 벽 두께는 약 1 mm, 바닥 두께는 약 3 mm이다.
모든 전기 측정 계기는 디지털 기기이다.

가열기의 저항이 온도에 따라 조금 달라지므로, 가열기에 공급되는 일률은 전원 표시판에서 읽지 말고 따로 재야 한다. V와 I는 원통과 주위가 열평형을 이룬 뒤에 읽어야 하며, 약 25–30분 걸린다. 주위의 원치 않는 영향을 피하려면 장치 전체를 실험실의 다른 물체에서 떨어뜨려 두어야 한다.

측정 결과

실내 온도 298.8 K에서 한 실험 묶음에서 얻은 결과는 표 1의 예시 데이터와 같다.

표 1: 세 번 잰 한 묶음에서 얻은 σ 값

데이터의 표시 이름	측정하는 동상태 표면	데이터		
		V	A	TK
a	매끈함	9.8	1.50	485.5
b	검음	9.8	1.50	433.5
c	검음	11.9	1.82	485.5

논의

뒤의 두 방법은 첫째 방법보다 덜 정확할 것으로 생각되지만, 실험 조건의 조절이 완벽하지 않으므로 실험 결과가 늘 이를 확인해 주지는 않는다. 실험 결과의 정확도에 영향을 주는 주요 요인들을 아래에 들고 논의한다:

1. 원통은 표면을 닦았을 때 꼭 이상적인 반사체인 것도 아니고, 양초 그을음으로 검게 했을 때 이상적인 흑체인 것도 아니다. 곧 흡수 계수가 첫째 경우에는 0보다 크고 둘째 경우에는 1보다 작을 것이다. 두 효과 모두 σ 값을 작게 만든다.

2. 자기 받침을 통한 열 손실은 조절할 수 없다. 이 손실을 무시하면 σ가 참값에서 벗어난다.

3. 연결선의 저항도 무시했으므로 σ 값이 커진다.

표 2: 세 가지 방법으로 얻은 σ의 결과

쓴 방법	쓴 데이터	실험 결과 $\sigma ex\ W\ m^{2}\ K^{4}$	$\sigma_{ex}\sigma$
일정 T	$a+c$	$5.945\quad 10^{-8}$	1.05
일정 P	$a+b$	$6.087\quad 10^{-8}$	1.07
두 T	$b+c$	$5.386\quad 10^{-8}$	0.95

4. 매끈한 표면과 검은 표면에서 비복사 손실이 같다는 가정은 기껏해야 근사이다. 예를 들어 이 실험에서는 그을음과 알루미늄의 열전도율 차이를 무시했는데, 이 때문에 σ 값이 작아진다. 자기 받침을 통한 조절할 수 없는 열 손실 때문에도 이 같음은 깨진다.

5. 실험자와 다른 물체의 움직임으로 원통 주위에 생기는 공기 대류의 영향도 오차의 원인이 될 수 있다.

권장 채점 기준

이론 부분

1. 매끈한 표면의 원통에서 열에너지 손실이 비복사 성질임을 진술 (1.0 p)
2. 검은 표면의 원통에서 에너지 손실에 비복사와 복사 기여가 모두 있음을 인식 (1.5 p)
3. 같은 최종 평형 온도 T에서 두 경우의 비복사 손실이 같다는 가정 (2.0 p)
4. σ 공식의 유도 (2.5 p)

주의 사항

참가자가 둘째나 셋째 방법을 쓰면, 이론 부분 채점 기준의 처음 세 항목을 다음과 같이 알맞게 고치고 합친다.

1. 열전달의 복사·비복사 과정에 관한 진술 (2.5 p)
2. 비복사 손실이 온도 차에 선형으로 의존한다는 가정 (2.0 p)

실험 부분

1. 실험 장치 설명 (4.0 p)
   - 측정 기기의 배선 (1.5 p)
   - 측정 방법과 절차 (1.5 p)
   - 재야 할 양 (1.0 p)

2. 측정 결과 (V, A, T 데이터) (3.0 p)
3. σ의 값 (1.0점)
4. σ 값의 정확도 (최대 3.0점)
   - 참값의 10% 이내
     $\sigma = 5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W\ m^{-2}\ K^{-4}}$ (3.0 p)
   - 참값의 10%와 20% 사이 (2.0 p)
5. 불확도 또는 오차의 어림 (2.0 p)