실험 문제 1: 진동하는 자기장 속 전도체의 부양

세기가 충분한 진동 자기장 속에서는 금속 전도체가 떠오를 수 있다. 부양은 전도체 속 전류에 작용하는 0이 아닌 평균 자기력 때문에 일어난다. 이 전류는 교류 자기장 자체가 유도한다. 전류의 진동과 자기장의 진동 사이에 위상차가 있기 때문에 로런츠 힘의 평균이 0이 되지 않는다. 이 위상차는 전도체 안 전류 고리의 자체 인덕턴스에서 생긴다.

이 실험에서는 이 현상을 연구하고, 진동 전류가 흐르는 솔레노이드가 알루미늄 고리에 주는 연직 방향 힘을 재어 고리의 자체 인덕턴스를 구한다. 측정을 편하게 하려고 고리에 작용하는 평균 힘이 아래쪽을 향하게 하므로 부양은 관찰되지 않는다.

책상 위에는 다음 물품이 있다(그림 1).

(1) 50 Hz로 작동하는 교류 전원 장치. 전원 장치에는 단자가 두 쌍 있다. 작은 소켓 두 개(1a)는 약 24 V를 공급하며, 솔레노이드에 전류를 흘릴 때에만 쓴다. 큰 소켓 두 개(1b)는 약 0.7 V를 공급한다. 전원 장치는 초록 단추(1c)를 누르고 있을 때에만 켜진다. 아래에서 더 설명하듯이 실수로 전류를 켜 두어 장치가 과열되는 것을 막기 위해서이다. 빨간 전구는 전원이 켜져 있을 때 켜진다.

(2) 쇠막대로 채운, 원통 대칭인 솔레노이드. 솔레노이드는 전원 장치의 24 V 단자에 연결되어 있다. 솔레노이드는 긴 나사로 올리고 내릴 수 있다. 나사의 연직 피치는 $h = 1.41\,mm$이다.

(3-5) 정확히 같은 물질(알루미늄 합금)로 만든 금속 고리 세 개. 한 고리는 닫혀 있다. 두 번째 고리는 짧은 토막을 잘라 내어 열린 것을 빼면 첫 번째와 같다. 세 번째 고리도 열려 있으며, 처음 두 고리보다 훨씬 가늘다.

(6-7) 멀티미터 두 개. 전압계와 전류계로 쓴다. 교류 전압계의 감도는 0.1 mV이다. 전류계는 (교류 모드에서도) 20 A까지 잴 수 있다. **주:** 교류 모드에서 멀티미터는 측정량의 RMS(제곱 평균 제곱근), 즉 진폭을 $\sqrt{2}$로 나눈 값을 보여 준다. 자세한 사용법은 그림 3과 4를 보라.

(8) 감도 0.01 g인 배터리식 디지털 저울. 저울에 빠르게 진동하는 힘이 작용하면 시간 평균한 힘을 보여 준다. **주:** 저울에는 주어진 무게에서 읽음값을 0으로 맞추는 "tare" 기능이 있다. 그림 2를 보라.

(9) 고리 받침으로 쓸 수 있는 8 cm×7 cm×7 cm 스티로폼 블록.

(10) 여러 가지 커넥터가 달린 전선.

(11) 자.

(12) 모눈종이.

(13) 필요에 따라 켜고 끌 수 있는 탁상 램프.

주의: 닫힌 고리가 솔레노이드의 자기장에 놓이면 큰 전류가 흘러 고리가 뜨거워진다. 그 결과 고리의 전기적 성질이 조금 바뀔 수 있다. 이를 피하려면 솔레노이드에 오랫동안 전류를 흘리지 마시오.

텔아비브의 지구 중력장은 $g = 9.80 \pm 0.01\,\mathrm{N/kg}$이다.

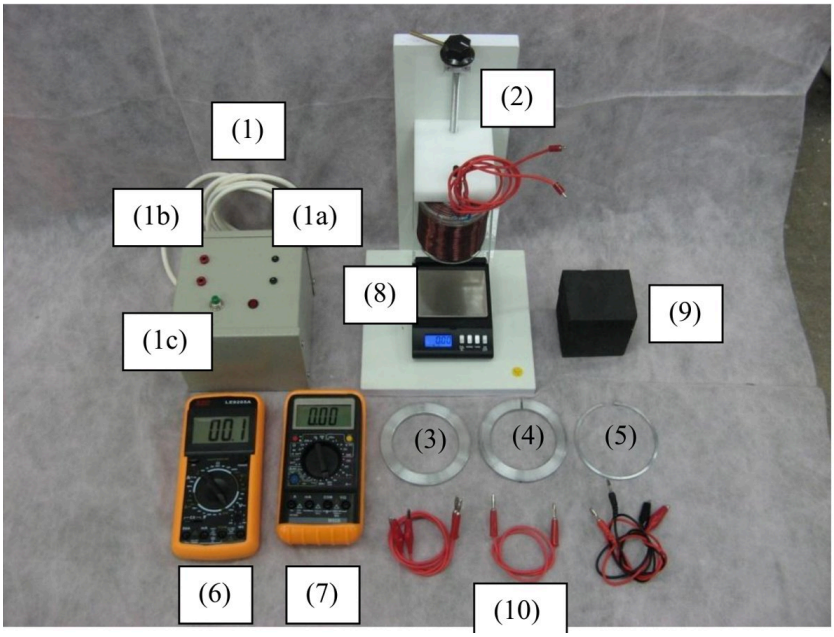


그림 1 - 장비 요약.

(1) 50 Hz 전원 장치.
  (1a) 24 V 단자.
  (1b) 0.7 V 단자.
  (1c) 전원 단추.
(2) 연직 나사에 단 솔레노이드.
(3) 넓은 닫힌 고리.
(4) 넓은 열린 고리.
(5) 가는 열린 고리.
(6) 전압계.
(7) 전류계.
(8) 저울.
(9) 스티로폼 블록.
(10) 도선.



그림 2: 디지털 저울

(1) 켜기/끄기 단추
(2) Tare" 단추 - 지금 무게를 0으로 맞춘다.

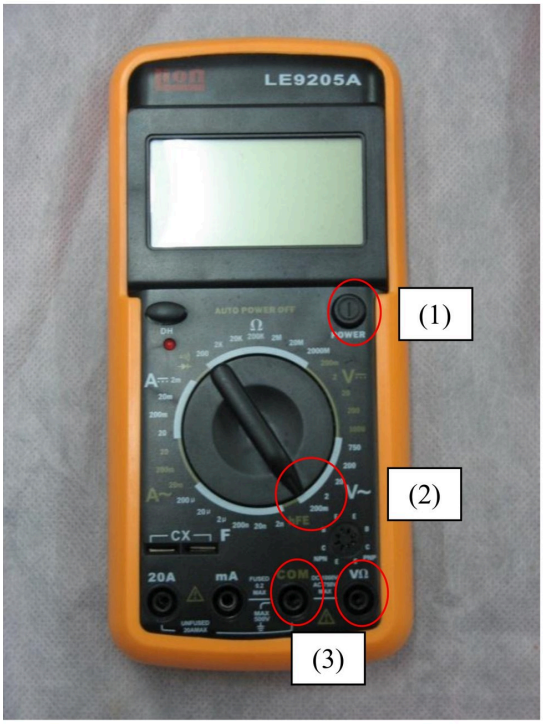


그림 3: 전압계.

(1) 켜기/끄기 단추.
(2) 다이얼은 200 mV AC에 맞춘다.
(3) 도선을 "COM" 단자와 "V/Ω" 단자에 연결한다.

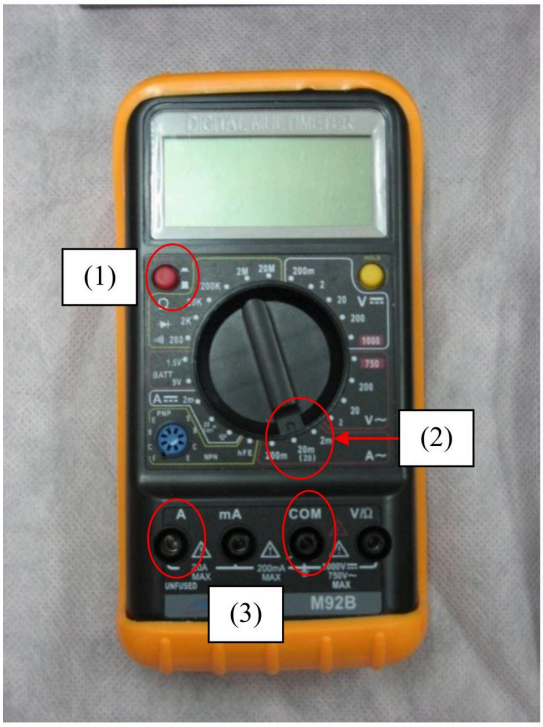


그림 4: 전류계.

(1) 켜기/끄기 단추.
(2) 다이얼은 20 mA/20 A AC에 맞춘다.
(3) 도선을 "COM" 단자와 "A" 단자에 연결한다.

이론 (1.3점)

반지름 r인 전도 고리가 솔레노이드의 자기장 속에 놓여 있다. 솔레노이드와 고리의 대칭축은 일치한다. 고리의 인덕턴스를 L, 저항을 R, 솔레노이드 전류의 각진동수를 ω로 나타낸다. 솔레노이드와 고리의 공통 대칭축을 따른 좌표를 z로 정의한다.

이 파트에서만은 고리의 자기장이 솔레노이드와 쇠에 주는 작은 효과를 무시해도 된다. 또한 고리의 두께도 무시한다.

이 파트에서는 패러데이 법칙과 자기장의 가우스 법칙을 쓴다.

- 패러데이 법칙: 변하는 자기 선속이 고리에 만드는 유도 기전력(EMF)은 $\epsilon = -d\Phi_B/dt$이다.
- 자기장의 가우스 법칙: 닫힌 곡면을 지나는 전체 자기 선속은 0이다.

원통 대칭인 자기장 $\vec{B}$ 속에 놓인 전류 고리는 다음과 같은 전체 힘을 받는다.

$$F(t) = -2\pi r I(t) B_r(t)$$

여기서 I는 고리의 전류이고, B_r는 고리 근처에서 외부 자기장의 지름 방향(고리의 반지름 방향) 성분이다. 힘 F의 양의 방향은 아래쪽, 즉 z 방향이다. 전류 I의 양의 방향은 그림 5에 나타내었다.

a. (0.2점) 고리를 지나는 진동하는 외부 자기 선속 $\Phi_B(t) = \sqrt{2}\,\Phi_B^{\text{rms}} \sin(\omega t)$를 생각하자.
주어진 선속만으로 유도되는 EMF $\epsilon(t)$와 고리에 유도되는 전류 $I(t)$를 Φ_B^{rms}, L, R, ω, t의 함수로 구하시오.
도움말: 저항과 인덕턴스를 함께 가진 교류 회로 소자에서 EMF 진폭 ϵ_0와 전류 진폭 I_0는 $\epsilon_0 = I_0\sqrt{\omega^2 L^2 + R^2}$로 관련되며, 전류는 EMF보다 위상 $\delta = \tan^{-1}\frac{\omega L}{R}$ 만큼 늦다.

b. (0.6점) B_r를 r와 $\frac{d}{dz}\Phi_B$로 구하시오. 여기서 z는 고리의 면에 수직인 축을 따른 좌표이다.

c. (0.5점) $\langle F\rangle = \alpha \dfrac{L}{(R^2+\omega^2L^2)} \cdot \dfrac{d(\epsilon_{rms})^2}{dz}$임을 보이시오. 여기서 $\langle F\rangle$는 F의 시간 평균값이고, $\epsilon^{rms}(z)$는 높이 z에 있는 고리의 EMF의 RMS(제곱 평균 제곱근, 즉 진폭을 $\sqrt{2}$로 나눈 값)이다. 상수 α를 구하시오(α를 구하지 못하면 이후 파트에서 α의 크기를 1로 두시오).
도움말: 다음 항등식이 쓸모 있을 것이다.

$$\sin(\alpha+\beta) = \sin\alpha\cos\beta + \cos\alpha\sin\beta$$
$$\cos(\alpha+\beta) = \cos\alpha\cos\beta - \sin\alpha\sin\beta$$
$$\langle(\sin(\omega t))^2\rangle = \langle(\cos(\omega t))^2\rangle = \frac{1}{2}$$

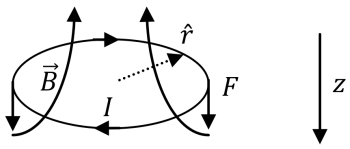


그림 5: 솔레노이드의 자기장 속에 놓인 금속 고리.

측정 (5.1점)

아래의 모든 측정과 분석에서 정밀도가 높은 결과일수록 높은 점수를 받는다는 점을 고려하시오. 모든 측정과 결과에 오차 어림을 밝히시오.

저항 측정 (2.6점)

이 파트에서는 교류 전원 장치의 0.7 V 단자를 써야 한다. 주어진 전선으로 0.7 V 단자 두 개를 단락시키면 접촉에 따라 5 A – 15 A의 전류가 흐른다. 짧은 전선 세 개가 긴 전선 두 개보다 전류계와 더 잘 접촉한다는 점에 주의하시오. 주의: 부품이 과열되지 않도록 24 V 단자를 쓰지 마시오.

d. (1.3점) 가는 고리의 저항 R_{thin}을 구하시오. 답안지에 회로를 그리시오.
도움말: 각 고리의 저항은 $0.1\,\Omega$보다 훨씬 작다. 가는 고리에서는 유도 임피던스를 저항에 비해 무시해도 된다.

e. (1.3점) 닫힌 고리의 저항 R를 구하시오. 필요하면 측정을 더 하시오.

유도 EMF 측정 (1.5점)

f. (1.5점) 솔레노이드를 전원 장치의 24 V 단자에 연결하시오. 넓은 열린 고리를 그 축이 솔레노이드의 축과 일치하도록 놓으시오. 여러 높이 z, 즉 솔레노이드에서 여러 거리에서 고리의 유도 EMF ϵ_{rms}를 재시오. 측정값을 답안지의 표에 기록하시오. ϵ_{rms}를 z의 함수로 (추세선과 함께) 그래프로 그리시오.

힘 측정 (1점)

g. (1점) 넓은 닫힌 고리를 그 축이 솔레노이드의 축과 일치하도록 놓으시오. 여러 높이 z, 즉 솔레노이드에서 여러 거리에서 고리에 작용하는 시간 평균 자기력 $\langle F \rangle$를 재시오. 측정값을 답안지의 표에 기록하시오.

분석 (3.6점)

h. (1.4점) 파트 (g)에서 힘을 잰 z 값들에서 ϵ_{rms}^2를 z로 미분한 값의 절댓값 $|d\epsilon_{rms}^2/dz|$를 구하시오. 값을 답안지의 표에 기록하시오. 이 파트에서는 오차 어림이 필요 없다.

i. (2.2점) 결과를 직선 그래프로 분석하여 닫힌 고리의 인덕턴스 L를 구하시오. $\omega L < R$라는 사실을 써도 된다.
주: 닫힌 고리의 두께가 눈에 띌 만하지만, 파트 (c)에서 유도한 공식은 여전히 높은 정확도로 적용된다. 이 공식을 넓은 고리의 인덕턴스에 대한 조작적 *정의*로 쓰시오.
도움말: 고리가 쇠에 너무 가까우면 측정이 왜곡된다. 분석에서 이 문제를 피하도록 하시오.