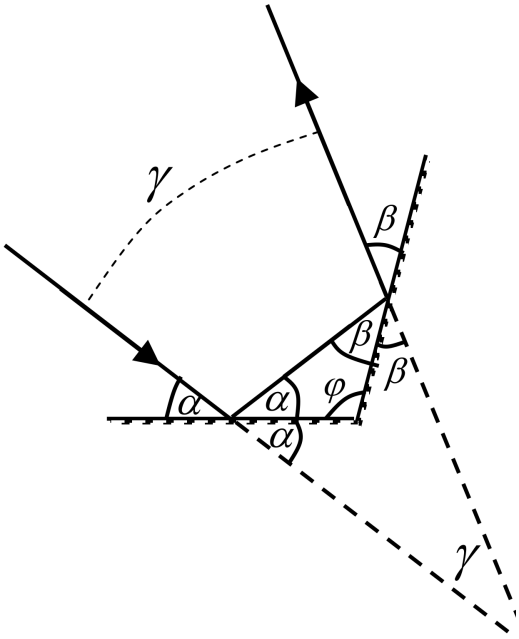
실험 문제 2: 광학 "블랙박스"

풀이

a. 첫 번째 거울에 각 α로 들어오는 빛살을 생각하자(그림 참조). 두 번째 거울에 대한 각은 $\beta = \pi - \varphi - \alpha$로 주어진다. 따라서 전체 꺾인각은 $2\alpha + 2\beta = 2(\pi - \varphi)$이다. 특히 이것은 α와 무관하다. 그러면 각 γ는 다음과 같다.

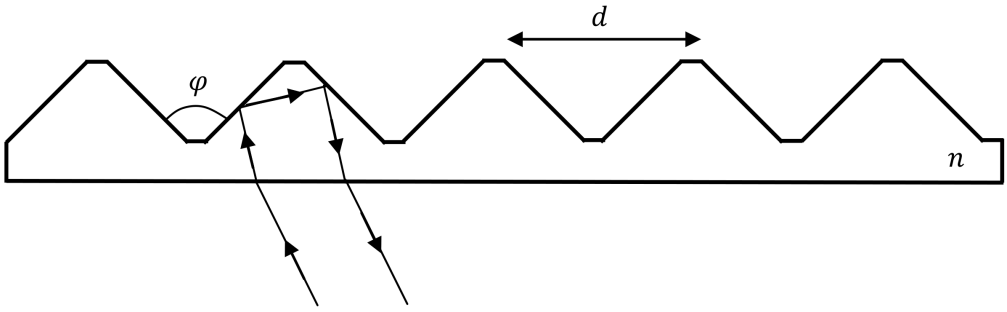
$$\gamma = \pi - 2(\pi - \varphi) = 2\varphi - \pi$$



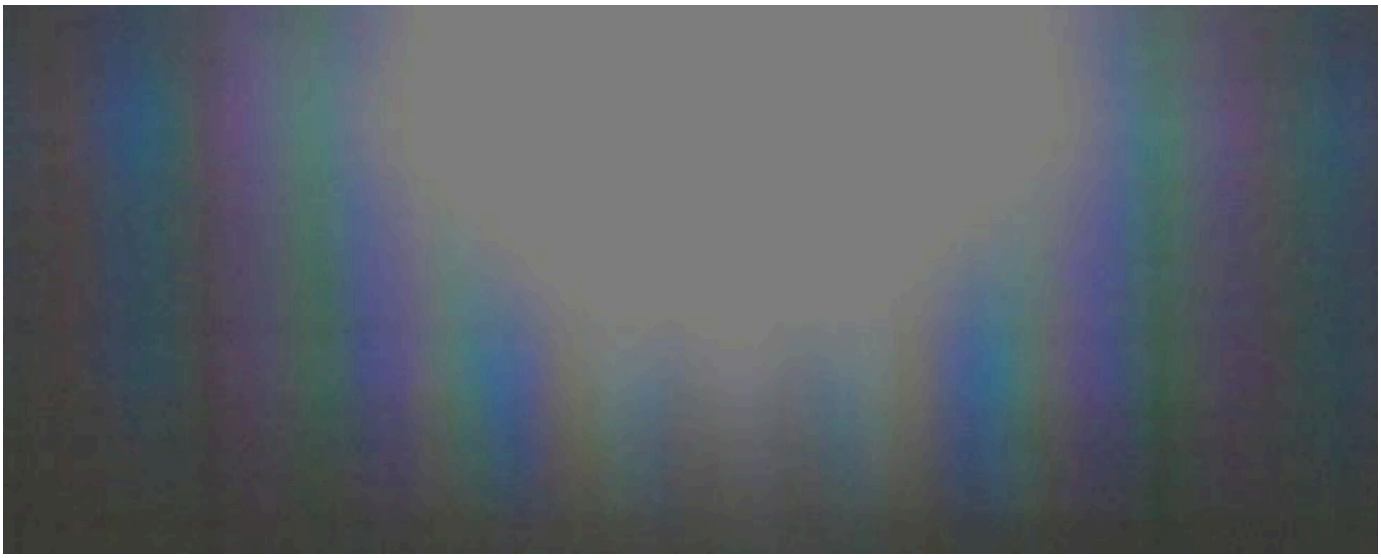
b. 정답은 A이다. 투과 무늬와 반사 무늬가 모두 좌우 대칭이므로 C와 D는 제외된다. B는 수직으로 비출 때 앞쪽으로 강한 투과가 일어난다는 뜻이므로 제외된다. 실제로는 (d)에서 설명했듯이 강한 투과는 옆쪽으로만 관찰된다.

c. φ를 정하려면 문제에서 권장한 배치로 반사 무늬를 관찰해야 한다. 손전등을 화면의 구멍에 넣는 것이 중요하다. 그렇지 않으면 시료의 크기가 0이 아니어서 관찰되는 무늬가 번진다.

빛이 시료의 평평한 면으로 들어와 기울어진 두 면에서 두 번 반사된 뒤 다시 평평한 면으로 나올 때 강한 반사 무늬가 관찰된다. 이 광로에서는 내부 전반사가 일어나므로, "톱니" 면으로 들어온 빛의 무늬보다 훨씬 밝은 반사 무늬가 생긴다.



관찰되는 무늬는 간섭무늬로 이루어진 다채로운 띠이며, 뚜렷한 가장자리 없이 옆으로 갈수록 점점 희미해진다. 시료를 돌리면 무늬가 넓어졌다 좁아졌다 하지만, 그 중심은 손전등 중심 바로 위에 가만히 머물러 있음을 볼 수 있다. 색의 순서는 복잡하지만, 흰색으로 보이는 중심을 기준으로 눈에 띄게 대칭이다. 이런 관찰이 중심을 정확히 찾는 열쇠이다.



무늬의 중심은 기하 광학에 따른 광로에 해당한다. (a)로부터, 반사각이 0이라는 것은 두 반사면 사이의 각이 $\varphi = \pi/2$라는 뜻임을 안다. 이 결론은 다른 두 정성적 관찰로도 뒷받침된다. 첫째, 반사각이 0이 아니라면 시료의 크기가 0이 아니므로 시료의 서로 다른 곳에서 나온 빛이 화면의 서로 다른 점에 이를 것이다. 그러면 손전등이 화면과 일치하지 않을 때 얻은 것과 같은 번진 반사 무늬가 생겼을 것이다. 둘째, 무늬 중심의 위치가 시료의 방향에 달려 있지 않음을 본다. 평평한 경계에서의 굴절이 없다면 이것은 어떤 반사각에서도 성립했을 것이다. 그러나 굴절을 고려하면, 들어오는 빛살과 나가는 빛살 사이의 각은 입사각의 함수여야 한다. 단, $\varphi = \pi/2$인 경우는 *예외*로, 이때는 굴절 뒤에도 그 각이 0으로 남는다 (위 그림 참조).

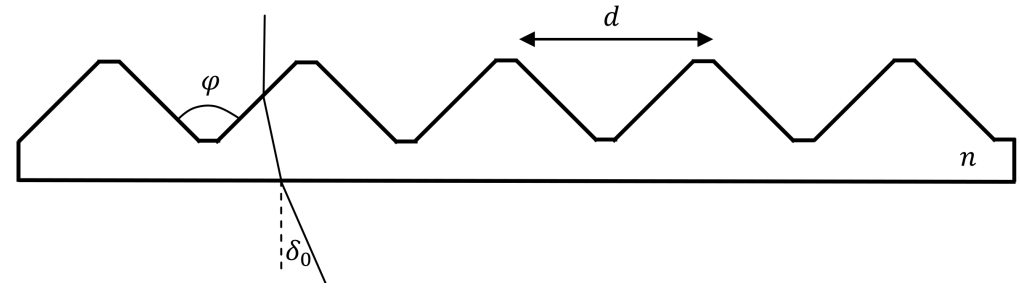
손전등과 시료 사이의 가장 좋은 관찰 거리 $y \approx 50\,\mathrm{cm}$에서 간섭무늬의 중심은 $\Delta x = 0.5\,\mathrm{mm} - 1\,\mathrm{mm}$의 오차로 찾을 수 있다. 이에 따라 들어오는 빛살과 나가는 빛살 사이의 각에는 최대 0.002 rad의 오차가 생긴다. (a)의 결과를 살펴보면, φ의 오차를 얻으려면 이 오차를 반으로 나누어야 함을 알 수 있다. 꼭 필요하지는 않지만, 뛰어난 학생이라면 이 오차를 굴절률 n으로도 나눌 것이며, n은 ~ 1.5로 어림할 수 있다. 빛이 시료에서 나올 때 굴절이 각 편차를 키우기 때문이다. 결론적으로 φ의 오차는 $\Delta\varphi = 7 \cdot 10^{-4}\,\mathrm{rad} = 0.04^\circ$이다. 이것은 실험의 다른 모든 오차에 비해 무시할 만하다.

흔한 실수는 가운데 흰 줄의 가장자리나 무늬 전체의 가장자리를 φ를 나타내는 것으로 보는 것이다. 가운데 흰 줄의 가장자리($y = 50\,\mathrm{cm}$에서 약 $x = 5\,\mathrm{mm}$)를 쓰면 (n을 고려하는지에 따라) $0.15^\circ - 0.3^\circ$의 편차가 생긴다. 무늬의 가장자리($y = 50\,\mathrm{cm}$에서 약 $x = 3\,\mathrm{cm} - 5\,\mathrm{cm}$)를 쓰면 $1^\circ - 3^\circ$의 편차가 생긴다.

마찬가지로 학생이 가운데 흰 줄이나 무늬의 가장자리가 오차 $\Delta\varphi$에 해당한다고 판단할 수도 있다. 그러면 오차를 각각 $0.15^\circ - 0.3^\circ$ 또는 $1^\circ - 3^\circ$로 지나치게 크게 어림하게 된다.

d. 정답은 C이다. 간섭무늬에서는 파장이 길수록 꺾인각이 언제나 더 크다. 따라서 그림 7의 무늬는 간섭으로 생길 수 없으며, 파장에 따른 n의 변화에서 생겨야 한다. 반면 그림 6의 무늬는 간섭무늬다운 색 순서를 가진다. 시료의 구조는 (b)에 그린 것처럼 꽤 단순하고 주기적이어서 서로 가까운 굴절각을 많이 만들어 낼 수 없으므로, 이것은 실제로 간섭무늬여야 한다.

e. 이 파트에서 설명한 현상은 시료를 "톱니" 면에서 비출 때 관찰된다. 다른 면에서는 내부 전반사 때문에 투과가 매우 약하다.



꺾인각 δ_0는 투과 무늬를 화면에 비추어 정성적으로 볼 수 있다. 그러나 시료의 크기가 0이 아니어서 이 무늬는 너무 번져 정밀하게 잴 수 없다. 문제에서 권한 대로 시료를 직접 들여다보면 훨씬 선명한 무늬가 보인다. 그러면 화면이 아니라 눈으로 직접 보는 각을 재는 것이 과제가 된다.

이를 위해 학생에게는 벤치 위에서 움직일 수 있는 나무 막대가 주어진다. 벤치는 손전등과 시료를 잇는 시선에 수직으로 놓아야 한다. 막대는 두 점에 놓아야 한다. 점 A는 손전등과 시료를 잇는 시선 바로 위의 점이고, 점 B는 학생의 시선에서 막대가 꺾인 빛의 원하는 띠와 겹치는 점이다. 재는 양은 이 두 점 사이의 거리 $x = AB$와 시료와 벤치 중심 사이의 거리 y이다. 그러면 원하는 꺾인각은 다음과 같다.

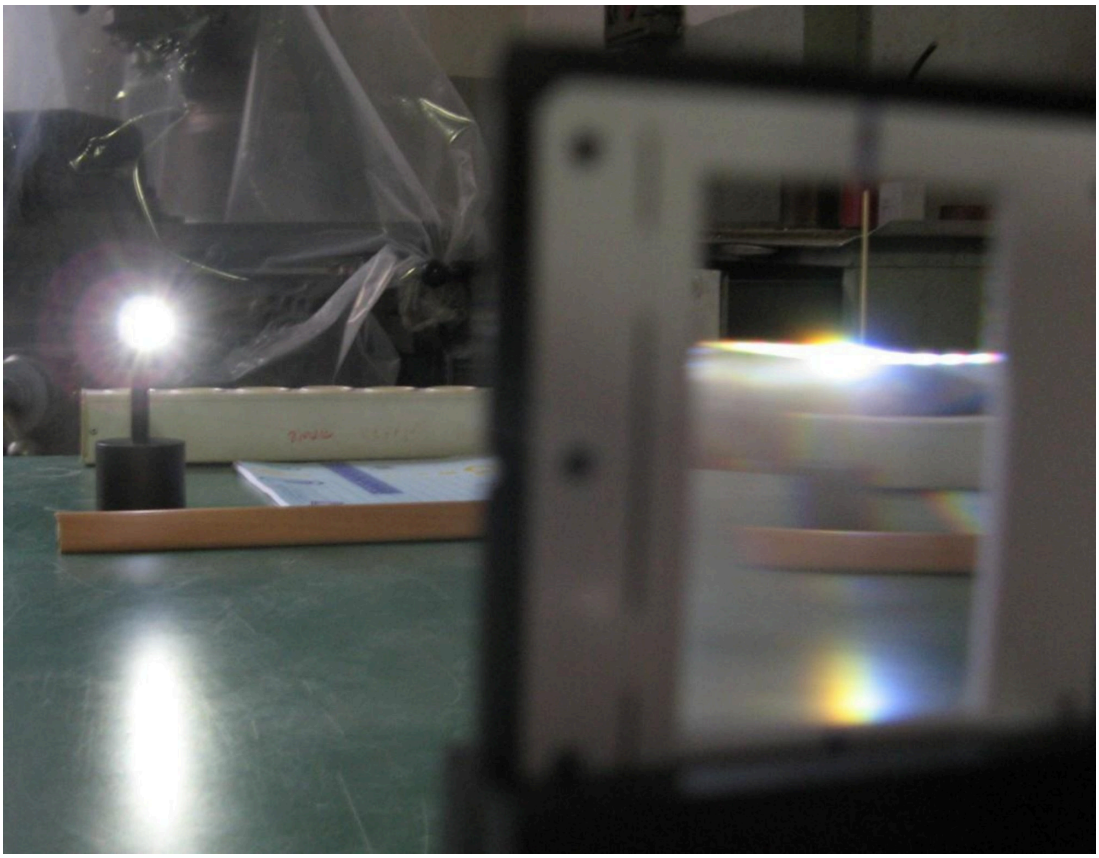
$$\delta_0 = \tan^{-1}\frac{x}{y}$$

점 A를 제대로 정하려면 몇 가지 정렬 문제를 해결해야 한다. 긴 벤치는 책상의 한 변에 꽤 정확히 평행하게 놓을 수 있다. 그런 다음 손전등을 벤치 가까이에, 벤치에 수직으로 놓을 수 있다. 시료도 긴 손잡이의 방향을 눈으로 기준 삼아 책상 변에 평행하게 맞출 수 있다. 벤치는 손전등 뒤가 아니라 앞에 놓아야 한다. 여기에는 두 가지 장점이 있다. 첫째, 손전등과 시료 사이 거리를 더 크게 잡을 수 있어 시료 크기가 0이 아닌 데서 오는 해가 줄어든다. 둘째, 막대를 손전등 바로 앞에 꽤 정확히 맞출 수 있다. 막대와 손전등의 정렬은 책상 위에 드리운 막대의 그림자를 보고 확인하고 바로잡을 수 있다. 끝으로 시료를 손전등 바로 앞에, 곧 옆으로 어긋남 없이 정확히 놓아야 한다. 한 가지 방법은 손전등과 시료를 모두 책상 가장자리에 놓는 것이다. 이보다 덜 정확한 방법은 줄자로 가장자리에서 그것들까지의 거리를 재는 것이다. 어쨌든 책상을 기준으로 하지 않고 정렬을 확인하는 방법이 여럿 있다.

1. 시료가 손전등에 비친 막대 그림자의 한가운데에 있는지 확인한다.
2. 시료의 틀을 통해 손전등을 보면서, 손전등의 중심과 막대가 틀의 중심과 함께 일직선에 있는지 확인한다.

3. 시료 뒤에 종이를 한 장 대고, 종이 위의 막대 그림자가 시료 틀의 그림자 한가운데에 있는지 확인한다.

점 B를 정하려면 시료를 바짝 붙어서가 아니라, 눈의 초점을 시료 틀에 맞출 수 있을 만큼 떨어져서 들여다보는 것이 가장 좋다. 그런 다음 시선을 따라 세 점, 곧 시료 틀의 중심(파란 선으로 표시됨), 꺾인 빛의 원하는 띠, 막대를 일직선에 맞추려고 해야 한다. 먼저 틀의 중심을 꺾인 빛에 맞추고, 그다음 막대를 어느 쪽으로 옮겨야 둘과 맞는지 확인하면 편하다. 이런 반복을 3–5번 하면 점 B를 약 $\pm 2\,\mathrm{mm}$의 정확도로 정할 수 있다.



점 A와 B를 실제로 정하고 나면 둘 사이의 거리를 재야 한다. 한 가지 방법은 막대의 각 위치를 벤치 위에 펜으로 표시한 뒤 두 표시 사이의 거리를 재는 것이다. 막대 자체의 위치를 표시하기는 어렵고 그럴 필요도 없다. 막대 받침의 가장자리 위치를 표시하면 된다. 표시가 필요 없는 또 다른 방법은 점 A에서 막대 받침의 가장자리를 벤치의 끝에 맞추는 것이다. 그러면 막대가 점 B에 있을 때 거리 x를 바로 잴 수 있다. 어느 경우든 막대를 점 A에서 B로 옮기는 동안 벤치를 움직이지 않도록 주의해야 한다.

측정의 상대 정확도는 손전등·벤치와 시료 사이의 거리가 클수록 높아진다. 가장 좋기로는 책상의 1 m 길이 대부분을 거리 y에 써야 한다. 그러면 x는 책상 폭의 대부분을 차지하게 된다. 이렇게 거리를 크게 잡는 대가는 벤치가 시료에서 손이 닿지 않는 곳에 있어, 막대 위치를 고칠 때마다 학생이 일어나야 한다는 것이다.

시료 받침의 밑동이 원통형이어서 거리 y를 정확히 재기 어렵다. 해결책은 줄자를 벤치나 화면에 수직으로, 그리고 원통형 밑동에 접하게 대는 것이다. 되풀이해 재어 보면 이렇게 해서 오차가 1 mm로 줄어든다.

이제 예시 측정 결과를 제시한다.

$$x = 471\,\mathrm{mm} \pm 2\,\mathrm{mm}, \qquad y = 775\,\mathrm{mm} \pm 1\,\mathrm{mm}$$

이로부터 꺾인각 $\delta_0 = \tan^{-1}(x/y) = 31.3^\circ$를 얻는다. 측정 오차로부터 구한 δ_0의 오차는 다음과 같다.

$$\Delta\delta_0 = \sqrt{\left(\frac{\Delta x/y}{1+x^2/y^2}\right)^2 + \left(\frac{x\Delta y/y^2}{1+x^2/y^2}\right)^2} = 0.002\,\mathrm{rad} = 0.1^\circ \tag{1}$$

더 간단한 공식 $\Delta\delta_0 \approx \Delta(x/y)$를 써도 비슷한 결과가 나온다. 이 어림에 쓴 $\Delta x = 2\,\mathrm{mm}$라는 값은 전체 정렬은 바꾸지 않고 점 B를 찾는 시도를 되풀이해 얻은 것이다. 정렬 과정을 처음부터 되풀이하며 결과를 비교하는 학생은 아마 $\Delta\delta_0 = 0.3^\circ$까지 더 큰 오차 어림을 얻을 것이다. 이런 편차의 원인은 빛을 시료에 수직으로 입사시키도록 배치하기가 어렵다는 데 있다. 이 오차는 정렬 과정을 되풀이하는 것 말고는 정량화하기 어렵다. 또 다른 오차 원인은 "가시 스펙트럼의 파란 끝"을 주관적으로 정한다는 점이다. 예시 측정은 여러 사람이 했으며, 그 결과의 흩어짐을 채점 기준에 반영했다.

광원과 꺾인 빛 띠 사이의 거리 대신, 광원 양쪽의 대칭인 두 꺾인 띠 사이의 거리를 쓰는 학생도 있을 것이다. 여기에는 두 가지 단점이 있다. 이 경우 책상의 크기 때문에 수직 거리 y가 약 40 cm로 제한되고, 점 B를 찾는 어려움을 두 번 겪게 된다.

또 다른 대안은 나무 막대 대신 화면의 가장자리나 중심을 쓰는 것이다. 그러면 거리 x는 화면 폭으로 고정되고 y가 조절변수가 된다. 이 방법은 두 가지 까닭으로 오차가 더 크다(약 0.5°). 첫째, 앞서 설명했듯이 막대는 여러 요소를 정렬하는 데 도움이 된다. 둘째, 정렬을 망치지 않고 거리 y를 미세하게 조절하기 어렵다.

f. 이 파트에서 학생은 처음 정렬을 하고 꺾인각을 잰 다음, 시료를 들여다보면서 시료를 살살 돌려 꺾인각이 최소가 되는 방향을 찾아야 한다. (e)의 수직 입사 빛의 꺾임과 달리, 이 최소 꺾인각은 시료의 양쪽 어디서나 관찰할 수 있다. (e)에서처럼 빛이 "톱니" 면에 입사할 때는 최소가 수직 입사에서 멀지 않은 곳에서 얻어진다. 그 결과 δ_{min}은 δ_0보다 조금만 작다.

측정 과정은 (e)와 매우 비슷하지만, 시료를 수직 입사에 맞출 필요가 없다는 점이 다르다. 학생은 (e)의 정렬 나머지를 그대로 두고, 시료와 나무 벤치 사이의 거리 y도 같게 쓸 수 있다. 예시 측정 결과는 다음과 같다.

$$x = 461\,\mathrm{mm} \pm 2\,\mathrm{mm}, \qquad y = 775\,\mathrm{mm} \pm 1\,\mathrm{mm}$$

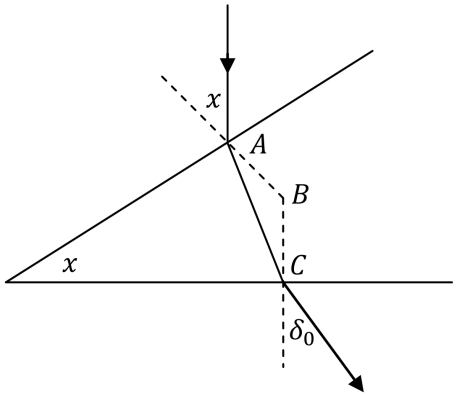
이로부터 다음을 얻는다.

$$\delta_{min} = \tan^{-1}(x/y) = 30.75^\circ \pm 0.1^\circ \qquad (2)$$

이 경우 식 (1)의 단순한 오차 어림이 정렬과 측정을 되풀이해 얻은 결과의 실제 흩어짐과 맞는다. 수직 정렬에서 오는 오차가 사라졌기 때문이다. 꺾임을 최소로 만드는 시료 방향을 찾는 데에는 여전히 오차가 있다. 그러나 꺾인각이 최소 근처에서 정류값을 가지므로, 이 오차는 δ_{min} 측정 자체에는 거의 영향을 주지 않는다.

g. δ_0로 나타낸 풀이:

꼭지각이 x인 수평 프리즘에 들어가는 연직 빛살을 생각하자(그림 참조). 그러면 다음과 같다.



$$\sin \sphericalangle BAC = \frac{\sin x}{n}$$
$$\sphericalangle ABC = \pi - x$$
$$\sphericalangle BCA = \pi - \sphericalangle BAC - \sphericalangle ABC = x - \sphericalangle BAC$$
$$\sin \delta_0 = n \sin \sphericalangle BCA = n \sin(x - \sphericalangle BAC) =$$
$$= n(\sin x \cos \sphericalangle BAC - \cos x \sin \sphericalangle BAC) =$$
$$= n\left(\sin x \sqrt{1 - \left(\frac{\sin x}{n}\right)^2} - \cos x \frac{\sin x}{n}\right) =$$
$$= \sin x \left(\sqrt{n^2 - (\sin x)^2} - \cos x\right)$$

n에 대해 풀면 다음을 얻는다.

$$n = \sqrt{(\sin x)^2 + \left(\cos x + \frac{\sin \delta_0}{\sin x}\right)^2}$$

여기서 알맞은 프리즘 각은 $x = (\pi - \varphi)/2$이며, 이로부터 다음을 얻는다.

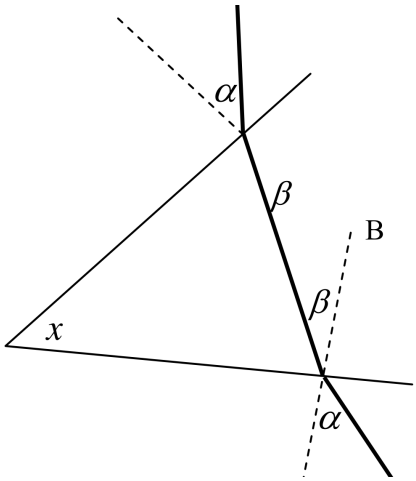
$$n = \sqrt{(\cos(\varphi/2))^2 + \left(\sin(\varphi/2) + \frac{\sin \delta_0}{\cos(\varphi/2)}\right)^2}$$

$\varphi = \pi/2$를 대입한 학생은 다음을 얻는다.

$$n = \sqrt{\frac{1 + (1 + 2\sin \delta_0)^2}{2}}$$

δ_{min}으로 나타낸 풀이:

최소 꺾인각 δ_{min}이 하나뿐이라는 것과 빛의 가역성을 이용하면, 최소 꺾임은 프리즘 각에 대해 대칭으로 일어난다는 결론을 얻는다.



$$\sphericalangle B = \pi - x$$
$$\beta = \frac{\pi - \sphericalangle B}{2} = \frac{x}{2}$$
$$\delta_{min} = 2(\alpha - \beta) = 2\alpha - x$$
$$n \sin\frac{x}{2} = n \sin\beta = \sin\alpha = \sin\frac{x + \delta_{min}}{2}$$

n에 대해 풀면 다음을 얻는다.

$$n = \frac{\sin\dfrac{x + \delta_{min}}{2}}{\sin\dfrac{x}{2}}$$

여기서 알맞은 프리즘 각은 $x = (\pi - \varphi)/2$이며, 이로부터 다음을 얻는다.

$$n = \frac{\sin\dfrac{\pi - \varphi + 2\delta_{min}}{4}}{\sin\dfrac{\pi - \varphi}{4}}$$

$\varphi = \pi/2$를 대입한 학생은 다음을 얻는다.

$$n = \frac{\sin\dfrac{\pi + 4\delta_{min}}{8}}{\sin\dfrac{\pi}{8}} \tag{3}$$

h. 굴절률 n_v는 (g)의 공식을 써서 δ_0로도, δ_{min}으로도 구할 수 있다. (e)와 (f)에서 논의했듯이 δ_{min}의 측정이 더 정확하다. 따라서 이 파트의 채점 기준에서 만점은 그 정확도를 바탕으로 한다. 결과 (2)와 (3)을 쓰면 예시 실험에서 다음을 얻는다.

$$n_v = 1.604$$

오차는 다음과 같다.

$$\Delta n_v = \frac{\cos\dfrac{\pi + 4\delta_{min}}{8}}{2\sin\dfrac{\pi}{8}}\Delta\delta_{min} = 0.002 \tag{4}$$

i. 여기서의 측정 과정은 회절격자에 대한 표준적인 과정이다. 무늬를 화면에 비춘다. 재는 양은 시료와 화면 사이의 거리 y, 화면 위에서 무늬의 중심과 밝은 무늬 사이의 거리 x, 그리고 무늬 번호 m이다. 그러면 각 무늬의 각 θ는 $\theta = \tan^{-1}(x/y)$로 구한다. x를 중심에서부터 재는 것이 중요하다. 관계식 $d\sin\theta = m\lambda$는 $x \sim \tan\theta$가 아니라 $\sin\theta$에 대해 선형이기 때문이다. m의 어긋남은 덜 문제가 된다. (j)의 선형 그래프의 기울기에 영향을 주지 않기 때문이다.

정렬 과정은 흰빛의 경우보다 더 간단하다. 화면이나 시료에서 산란된 빛으로 보이는 레이저 빛살을, 막대의 그림자 대신 기준선으로 쓸 수 있다. 레이저 빛살은 시료의 작은 부분만 비추므로, 시료의 크기가 0이 아니어도 더는 측정 불확도가 생기지 않는다. 대신 거리에 따라 눈에 띄게 넓어지는 빛살의 폭이 제약이 된다. 레이저 포인터가 완전히 수평이 아니어서 빛살이 약간 연직으로 기울어 나와 시료를 빗나갈 수 있다. 이를 고치려면 레이저를 그 축을 중심으로 돌리면 된다.

회절 무늬는 세 가지 배치에서 관찰할 수 있다.

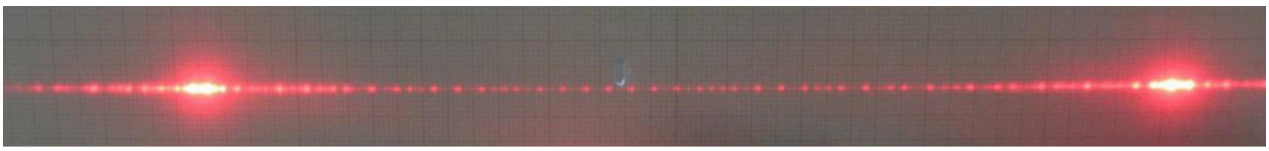
1. (c)에서처럼 빛이 평평한 면으로 시료에 들어가는 반사.
2. (d)–(e)에서처럼 빛이 "톱니" 면으로 시료에 들어가는 투과.
3. 빛이 평평한 면으로 시료에 들어가는 투과.

세 배치 모두 같은 각 $\theta(m)$에 무늬를 만들지만, 그 밖에는 꽤 달라 보인다. 각 배치에는 측정 목적에 따른 장단점이 있다. 셋 가운데 가장 좋은 선택은 방 안의 주변광의 양에 달려 있을 수 있다.

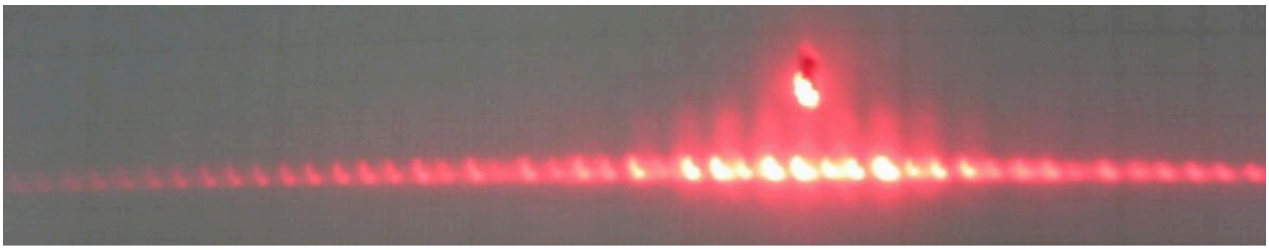
배치 3은 어둡지만 또렷한 무늬가 넓게 펼쳐진 무늬를 준다. 이 무늬는 시료 톱니 면의 좁고 평평한 "봉우리"와 "골짜기"를 지나는 빛의 간섭에서 생긴다("톱니"의 기울어진 면에 입사한 빛은 내부 전반사를 겪는다). 주: 실제로 관찰되는 무늬는 이론가가 찍은 아래 사진보다 더 선명하다.



배치 2는 "봉우리"와 "골짜기"에서 생기는 비슷한 무늬에, 기울어진 면에서 생기는 훨씬 밝고 좁은 간섭무늬 둘이 겹친 무늬를 준다. 이 밝은 무늬는 기하학적 꺾인각 δ_0를 중심으로 하나는 오른쪽에, 하나는 왼쪽에 있다. 이들이 밝은 것은 기울어진 면을 지나는 빛이 더 많기 때문이고, 좁은 것은 각 기울어진 면에서 생기는 좁은 회절 무늬가 곱해지기 때문인데, 그 면의 폭은 간격 d와 같은 자릿수이다. 각 θ인 무늬에 대한 조건 $d\sin\theta = m\lambda$는 "봉우리"·"골짜기"와 기울어진 면에서 같다.



배치 1(반사)은 잡음이 더 많고 무늬가 더 넓은 간섭무늬를 준다. 레이저 빛살이 화면까지의 거리를 두 번(갔다가 돌아오며) 지나면서 그동안 넓어지기 때문이다. 가운데 무늬들은 매우 밝다. (c)의 풀이에서 논의했듯이 빛의 대부분이 기울어진 두 면에서 곧장 뒤로 반사되기 때문이다. 이 무늬들은 배치 2의 밝은 무늬보다도 더 밝다. 이 경우에는 빛살이 둘로 갈라지지 않기 때문이다. 반사 무늬의 이 밝은 영역은 역시 넓은 기울어진 면에서 생기는 좁은 회절 무늬 때문에 좁다. 옆으로 더 가면 "봉우리"와 "골짜기"에서 생기는 어두운 간섭무늬가 우세해진다. 이것은 투과 무늬보다 어둡고 빨리 사라지는데, 기울어진 면의 내부 전반사가 아니라 약한 반사에서 생기기 때문이다.



시료의 좁은 “봉우리”와 “골짜기”에서 생기는 어두운 간섭무늬는 문제 본문에서 설명한 대로 밝은 무늬와 어두운 무늬가 번갈아 나타나는 차례를 보인다. 모든 무늬를 다 셈에 넣으면 그 간격은 시료의 간격 d에 해당한다. *밝은* 무늬들 사이의 두 배 큰 간격은 각 “봉우리”와 그 옆 “골짜기” 사이의 간격 $d/2$에 해당한다. 바꾸어 말하면, 어두운 무늬는 봉우리와 그 옆 골짜기 사이의 상쇄 간섭 때문에 생긴다. θ가 커질수록 이 효과는 단순한 2배 인자보다 덜 단순해진다. 그때는 “봉우리”와 “골짜기” 사이의 연직 거리도 고려해야 하기 때문이다. 시료를 돌리면 밝은 무늬와 어두운 무늬가 서로 바뀌며, 어떤 방향에서는 세기가 같아진다. 이 현상은 투과 무늬, 곧 배치 2와 3에서 더 두드러진다. 반사 무늬, 곧 배치 1에서는 “봉우리”와 “골짜기”에서 온 빛이 우세해지는 가장자리 쪽에서 두드러진다. 배치 1의 가운데 무늬들은 밝기가 조금 바뀌는 것 말고는 고정되어 있으며, 그 간격은 d에 해당한다. 배치 2의 밝은 옆 무늬들은 각 기울어진 면에서 생기는 회절 무늬 때문에 밝기가 눈에 띄게 바뀐다.

번갈아 나타나는 차례에서 어두운 무늬 일부가 보이지 않을 가능성이 크다. 그러면 보이는 무늬 사이의 간격이 두 배, 때로는 세 배가 된다. 시료를 돌리며 번갈아 나타나는 무늬를 관찰해서, 학생은 이렇게 두 배가 된 간격을 알아보고 무늬 번호 m을 기록할 때 이를 고려하는 법을 익혀야 한다.

반사 배치에서는 시료를 돌리면 밝은 무늬 하나가 화면을 가로질러 움직이는 것이 드러난다. 이 무늬는 간섭무늬의 가운데 무늬들과 밝기가 비슷하다. 이것은 시료 안으로 들어가지 않고 시료의 평평한 면에서 곧장 반사된 빛에서 생긴다. (a)와 (c)에서 논의했듯이 다른 밝은 무늬들은 두 번 반사되어 생기므로, 이 무늬가 움직이는 동안에도 가만히 있다. 한 번 반사된 무늬는 정렬 지표로 쓸 수 있다. 수직으로 비출 때 이 무늬는 레이저 위로 되돌아와야 한다. 중심 근처에서는 한 번 반사된 무늬가 다른 밝은 무늬들과 섞이므로, 이 상황은 직접 관찰하지 못하고 외삽할 수밖에 없다.

반사 무늬는 측정에 장점이 있다. $m = 0$ 주위의 가운데 무늬들은 매우 밝고 늘 보이므로, 주변광이 밝아도 무늬를 차례로 세는 데 문제가 없다. 한편 단점도 있다. 전체 무늬가 더 좁고 낱낱의 무늬는 더 넓다. 반사 배치는 정렬하기도 더 어렵다. 질 좋은 무늬를 보려면 레이저 빛살이 옆에서 산란되지 않고 화면의 구멍을 지나야 하며, 시료에 닿아야 한다. 그 대신 더 좋은 되먹임을 준다. 깨끗한 무늬를 얻었다면 정렬이 잘 되었다는 뜻이다. 이렇게 해서 최종 오차가 줄어든다.

세 배치 모두에서 x와 m을 세기 시작하는 점 $x = 0$을 알려 줄 지표가 필요하다. 배치 1(반사)에서는 정렬이 제대로 되었다면 이 점은 화면 구멍 한가운데에 있는 레이저 빛살의 출발점이다. 배치 2와 3(투과)에서는 시료 없이 화면을 직접 비추어 빛살의 위치를 기록하면 찾을 수 있다. 배치 2에서는 또 다른 방법을 쓸 수 있다. $x = 0$을

두 밝은 옆 무늬 사이의 가운데 점으로 정하는 것이다. 이 무늬들의 중심을 찾는 데 대한 설명은 (k)의 풀이를 보라.

측정점을 고를 때는 무늬를 믿을 만하게 셀 수 있는 가장 넓은 범위를 골라야 한다. 그래야 거리 측정의 상대 오차가 줄어든다. 이 범위의 수십 개 무늬를 다 기록할 필요는 없다. 대략 고르게 퍼진 8개 점이면 충분하다.

흰빛 측정에서는 상대 오차를 줄이려면 거리 y를 가능한 한 크게 골라야 함이 분명했다. 레이저 빛에서는 이 고려와 거리에 따른 레이저 빛살의 퍼짐 사이에서 타협해야 한다.

표 1에 거리 $y = 652\,\mathrm{mm} \pm 1\,\mathrm{mm}$에서 반사 무늬로 얻은 예시 측정값을 실었다. x의 오차는 두 가지로 이해할 수 있다. 첫째, 낱낱의 무늬의 폭 때문에 생기는 오차를 생각할 수 있다. 무늬의 중심을 찾는 것이므로 이 오차는 무늬 폭 자체보다 작다. 투과 빛에서는 $\Delta x = 0.5\,\mathrm{mm}$(측정 분해능과 같음), 반사 빛에서는 $\Delta x = 1\,\mathrm{mm}$로 어림할 수 있다. 한편 참 $x = 0$ 점에 대한 모든 무늬의 집단적 어긋남을 생각할 수도 있다. 이것은 무늬 간격의 절반으로 어림할 수 있으며, $\Delta x = 1\,\mathrm{cm}$만큼 클 수도 있다. 위의 오차 어림은 모두 만점을 받아야 한다. 식 (1)에서처럼 계산한 θ의 오차는 $\Delta\theta = 0.05^\circ$에서 $\Delta\theta = 1^\circ$까지이다.

m	x (mm)	θ	$\sin\theta$
-29	-262.5	-21.93°	-0.3735
-20	-176	-15.11°	-0.2606
-10	-86.5	-7.56°	-0.1315
-1	-9	-0.79°	-0.0138
1	9	0.79°	0.0138
6	51	4.47°	0.0780
11	95.5	8.33°	0.1449
19	170	14.61°	0.2523
25	230.5	19.47°	0.3333

표 1: $y = 652\,\mathrm{mm} \pm 1\,\mathrm{mm}$에서 반사 무늬로 얻은 (i)의 예시 측정 결과

j. 학생은 관계식 $d\sin\theta = m\lambda$를 써서 m의 함수로 $\sin\theta$의 선형 그래프를 그려야 한다. 이 그래프의 기울기는 λ/d이다. 예시 실험의 $\sin\theta$ 값을 표 1에 실었다. 알맞은 오차 막대를 정하기는 까다롭다. 첫째, (i)에서 보았듯이 θ의 오차 어림은 범위가 넓다. 둘째, 무늬의 집단적 어긋남이 그래프 기울기에 얼마나 관계되는지 어림하기 어렵다. 따라서 오차 막대는 채점하지 않는다.

예시 실험의 그래프를 그래프 1에 실었다. 그 기울기는 다음과 같다.

$$k = 0.0130 \pm 0.0002\ (1.5\ \%)$$

이로부터 간격 $d = \lambda/k = 50.2\,\mu\mathrm{m}$를 얻는다. k의 상대 오차가 λ의 상대 오차보다 우세하므로 $\Delta d = 0.8\,\mu\mathrm{m}\ (1.5\ \%)$이다.

일부 무늬 사이의 두 배 간격을 고려하지 않은 학생은 덜 선형인 그래프를 얻는다. 늘 두 배 간격을 쓴 학생은 선형 그래프를 얻지만, d의 결과가 2배만큼 너무 작게 나온다.

k. 학생은 투과 빛의 밝은 무늬(배치 2 또는 돌린 배치 3)를 써서 꺾인각 δ_0나 δ_{min}을 재야 한다. 이번에는 시료를 들여다보는 대신 화면을 써야 한다. 정렬 과정의 특이한 점은 (i)에서 이미 논의했다. (i)를 투과 빛으로 했다면 같은 정렬과 화면까지의 거리 y를 그대로 쓸 수 있다.

원하는 꺾인각에 해당하는 정확한 위치는 화면에서 찾기 어려울 수 있다. 밝은 부분은 폭이 몇 cm나 되고, 그 중심이 꼭 간섭무늬 하나 위에 있지는 않다. 그러나 이 부분을 둘러싼 달걀 모양의 빛무리가 있으며, 이 빛무리가 가장 넓은 점을 중심으로 정할 수 있다. 다른 방법으로, 시료를 조금씩 돌려 간섭무늬를 움직이며 그것으로 밝은 부분을 더듬어 볼 수 있다. 예컨대 가장 밝은 무늬가 얻어지는 곳을 그 중심으로 어림할 수 있다.

흰빛에서처럼 더 정밀한 측정은 최소 꺾인각 δ_{min}에서 얻어진다. 흰빛과 달리 레이저 빛살이 퍼지므로 화면까지의 거리 y를 크게 한다고 꼭 더 좋아지지는 않는다. 예시 실험에서는 중간 정도의 거리 $y \approx 50\,\mathrm{cm}$를 골랐다. 그리고 꺾이지 않은 빛살과 최소 꺾임 빛살 사이의 거리 x 대신, 오른쪽과 왼쪽의 두 최소 꺾임 사이의 거리 $2x$를 썼다. 이 두 점은 정렬의 다른 요소는 바꾸지 않고 시료만 돌려서 얻었다. 확인 삼아 실제로 꺾이지 않은 빛살에서 두 점까지의 거리 x_1과 x_2를 재어 비슷하게 나오는지 보았다. 그러면 그 차 $(x_1 - x_2)/2$를 x의 오차 어림으로 쓸 수 있다.

예시 실험의 측정값은 다음과 같다.

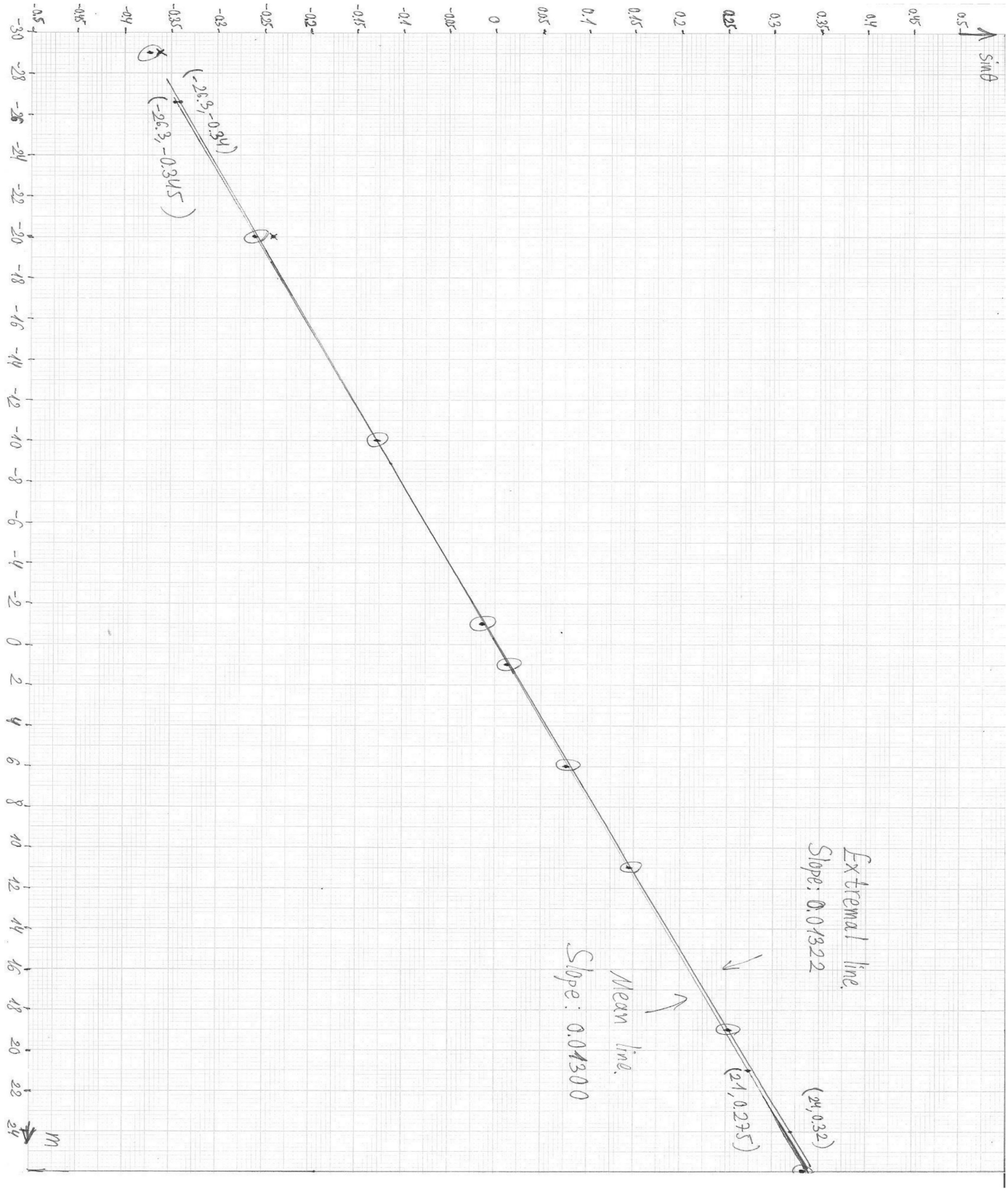
$$y = 495\,\mathrm{mm} \pm 1\,\mathrm{mm}; \qquad x_1 = 276.5\,\mathrm{mm}; \qquad x_2 = 279\,\mathrm{mm}$$

x_1과 x_2로부터 $x = (x_1 + x_2)/2 = 277.7\,\mathrm{mm}$와 오차 $\Delta x = (x_1 - x_2)/2 = 1.5\,\mathrm{mm}$를 얻는다. δ_{min}으로는 다음을 얻는다.

$$\delta_{min} = \tan^{-1}(x/y) = 29.3^\circ$$

식 (1)에서처럼 오차를 계산하면 $\Delta\delta_{min} = 0.002\,\mathrm{rad} = 0.1^\circ$를 얻는다. 이 오차는 여러 예시 측정의 흩어짐과 들어맞는다.

굴절률과 그 오차에 대한 식 (3)과 (4)를 쓰면 $n_r = 1.578 \pm 0.002$를 얻는다.



그래프 1: m의 함수로 나타낸 $\sin\theta$와 선형 추세선.