제13회 아시아 물리올림피아드
인도
실험 경연
2012년 5월 2일 수요일

먼저 다음 주의 사항을 꼼꼼히 읽으십시오.

1. 두 실험 문제에 각각 2시간 30분이 주어집니다.
2. 지급된 펜과 장비만 사용하십시오.
3. 모든 용지 위쪽 칸에 **학생 번호**를 적으십시오.
4. 자료와 결과를 적어 넣을 답안지 묶음이 있습니다. 그 밖에 써도 되는 빈 용지가 지급됩니다.
5. 그래프 용지에 그래프를 그릴 때에는 연필만 쓰십시오.
6. 주 답안지에 빈 용지를 덧붙이면 덧붙인 용지마다 일련번호(**쪽 번호**)를 적으십시오. 사용한 빈 용지에는 문제 번호(***Question No.***)를 적어야 합니다.
7. 채점받고 싶지 않은 메모를 빈 용지에 썼으면 용지 전체에 걸쳐 커다랗게 '**X**'를 긋고, 번호 매기기에 넣지 마십시오.
8. 수치 결과는 알맞은 자릿수로 쓰십시오. 단위를 잊지 마십시오.
9. 답에는 주로 식, 숫자, 기호, 그래프, 그림을 쓰고 글은 되도록 적게 쓰십시오.
10. 실험이 끝나면 모든 용지를 다음 순서로 정리하십시오.
    a. 주 답안지
    b. 사용한 그래프 용지
    c. 사용한 풀이 용지
    d. '**X**' 표시를 한 용지
    e. 사용하지 않은 풀이 용지와 그래프 용지
    f. 인쇄된 문제지
11. 모든 용지를 봉투에 넣고 봉투를 책상 위에 두고 나가십시오.
12. **어떤 용지나 실험에 사용한 어떤 물품도 방 밖으로 가지고 나갈 수 없습니다.**

전자기 유도

금속 물체 표면 아래의 결함을 찾는 데 쓰는 현대적인 맴돌이 전류 검사 기법은 전자기 유도의 원리에 바탕을 둔다. 도체가 놓인 곳의 자기 선속이 변하여 도체 속에 유도되는 순환 전류를 맴돌이 전류라고 한다. 교류가 흐르는 코일을 물체 표면 가까이에 댔을 때 코일의 저항과 인덕턴스가 변하는 것을 관찰하여 결함을 찾는다.

솔레노이드의 심에 강자성 물질이 없으면 자기 선속 ϕ는 전류 i에 비례한다. 그 비례 상수를 코일의 자체 인덕턴스라 하고 글자 L로 나타낸다. 따라서 인덕턴스가 L인 코일의 자체 유도 기전력은 $-L\dfrac{di}{dt}$이다.

결합된 회로계에서 한 회로에 전류 i_1이 흐르면 그 회로와 쇄교하는 자기 선속은 다음과 같다.

$$\phi = L_1 i_1 + M_{21} i_2$$

여기서 L_1은 그 회로의 자체 인덕턴스이고 M_{21}은 결합된 계의 상호 인덕턴스이다.

반대 방향에도 비슷한 식이 성립하며, $M_{12} = M_{21}$이다.

L-R 회로

각진동수 ω인 사인꼴 교류가 저항 R와 인덕턴스 L의 직렬 연결을 흐르면 그 양단에 전압 강하가 생긴다.

전류를 $i = I_0 \sin \omega t$로 나타내면 저항 양단의 전압 강하는 $I_0 R \sin \omega t$이고 인덕턴스 양단의 전압 강하는 $I_0 \omega L \cos \omega t$이다. 이 둘을 합하면 R-L 직렬 연결 양단의 전압을 얻는다. ωL을 유도 리액턴스라 하고 기호 X로 나타낸다. 코일 양단의 전압이 $I_0 Z \sin(\omega t + \theta)$와 같음을 쉽게 보일 수 있다. 여기서

$$Z = \sqrt{R^2 + X^2} \tag{1}$$

이고

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{X}{R}\right) \tag{2}$$

교류 전압과 전류는 시간에 따라 크기와 극성이 끊임없이 변하지만, 한 주기에 걸쳐 계산한 이 양들의 rms 값은

시간에 무관하며, V와 I가 모두 rms 값일 때 관계 $V = IZ$는 옴의 법칙과 비슷하다. 이로부터 다음을 알 수 있다.

$$V^2 = (IR)^2 + (IX)^2 \tag{3}$$

(주: 저항의 개념은 기본적으로 전기 에너지의 소모와 관련되며, 교류 회로에서 코일의 저항값은 직류로 옴의 법칙을 적용하여 구한 값과 다를 수 있다.)
코일과 직렬로 저항이나 인덕턴스가 더 있어도, 전체 연결 양단의 전압 강하는 전체 저항 양단의 전압 강하와 전체 인덕턴스 양단의 전압 강하의 제곱합의 제곱근과 같다고 볼 수 있다.

코일의 인덕턴스와 저항 측정

교류 전류와 전압을 잴 때에는 보통 rms 값을 적는다. 식 (2)와 (3)으로부터

$$V\cos\theta = IR \tag{4}$$

와

$$V\sin\theta = IX \tag{5}$$

를 얻는다. 위 식들로 코일의 R와 L 값을 얻을 수 있다. 전압 V와 전류 I는 잴 수 있다. 그러나 모르는 양이 θ, R, X 세 개이므로 식이 하나 더 필요하다.

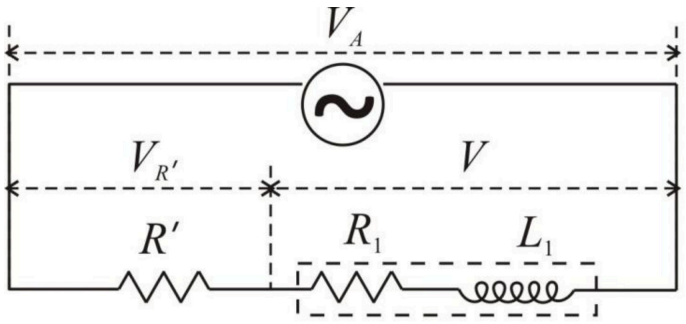


그림 1

알고 있는 저항 R'과 코일의 직렬 연결에 걸어 준 전압이 V_A이면, 걸어 준 전압 V_A를 R' 양단의 전압 강하 $V_{R'}$, 코일 양단의 전압 V, 각 θ와 관련짓는 식은 다음과 같다.

$$V_A^2 = V_{R'}^2 + V^2 + 2V_{R'}V\cos\theta \tag{6}$$

식 (6)에서 θ를 뺀 모든 양은 잴 수 있다.
따라서 세 전압 V_A, $V_{R'}$, V를 재고 식 (4), (5), (6)을 쓰면 θ, R, X를 구할 수 있다. 교류의 진동수를 알면 L의 값을 계산할 수 있다.

또는 식 (4)와 (6)으로부터 R의 값을 측정한 세 전압으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$R = \left(\frac{R'}{2}\right)\left[\frac{V_A^2 - V^2}{V_{R'}^2} - 1\right] \tag{7}$$

코일의 임피던스 Z는 공식 $Z = \frac{V}{V_{R'}}R'$으로 계산할 수 있고, X의 값은 다음으로 얻을 수 있다.

$$X = \sqrt{Z^2 - R^2} \tag{1A}$$

결합 회로

전원이 1차 코일에 공급한 에너지는 일부가 1차 코일에서 소모되고, 나머지는 상호 결합된 다른 2차 코일들에서 소모될 수 있다. 역학적 일을 하지 않으면 에너지는 저항에서만 소모된다. 인덕턴스는 그와 관련된 자기장에 에너지를 저장한다. 전류가 I(rms 값)일 때 인덕턴스 L에 저장되는 평균 에너지는 $\frac{1}{2}LI^2$이다.

2차 코일에 전류가 흐르면 그 전류가 1차 코일에 유도하는 기전력 때문에 1차 전류가 변한다. 1차 쪽에서 보면 이 효과는 1차 코일의 유효 저항과 유효 리액턴스가 변한 결과이며, 2차 회로의 매개변수를 알 필요가 없다. 1차와 2차 회로에서 소모되는 에너지 전체는, 1차 쪽에서 보면 1차 코일의 유효 저항에서 소모되는 것처럼 보인다.

1차 코일의 유효 저항 R_{PE}와 유효 인덕턴스 L_{PE}는 2차 쪽에서 오는 '반사' 저항 R_R와 '반사' 인덕턴스 L_R와 관련지을 수 있다. 1차의 반사 저항 R_R에서 소모되는 (평균) 전력은 2차 회로의 저항 R_S에서 소모되는 전력과 같아야 한다. 이로부터

$$I_P^2 R_R = I_S^2(R_S + R_L) \tag{8}$$

마찬가지로 반사 인덕턴스 L_R를 2차 인덕턴스 L_S와 다음과 같이 관련지을 수 있다.

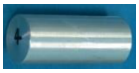
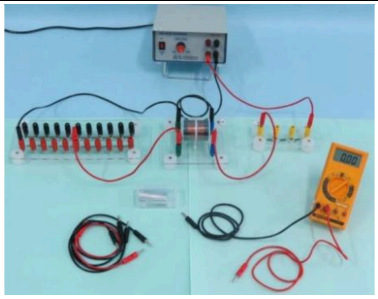
$$\frac{1}{2}L_R I_P^2 = \frac{1}{2}L_S I_S^2 \tag{9}$$

교류 1차 전류 I_P 때문에 2차에 유도되는 기전력의 크기가 $\omega M I_P$라는 사실을 고려하면, 2차에 대한 키르히호프 고리 법칙에 해당하는 식을 1차와 2차 전류의 rms 값으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\omega M I_P = I_S Z_S \tag{10}$$

여기서 Z_S는 2차 회로의 임피던스이다. 2차 임피던스가 무한대이면 상호 유도 기전력은 2차의 열린 양 끝 사이 전압으로 나타난다.

장치:

			
저항판	연결 도선	디지털 멀티미터	서로 겹쳐 감은 코일
			
사인파 발생기	저항판	알루미늄 막대	전체 실험 장치

실험에 주어지는 장치는 다음과 같다.

1. 1000 Hz 진동수에서 출력이 약 10 V(rms)인 사인파 발생기
2. 전압계로 쓸 디지털 멀티미터(DMM)
3. 자성이 없고 전도성이 없는 원통형 속 빈 보빈 위에 하나를 다른 하나 둘레에 감은 동축 코일 한 쌍
4. 보빈 안에 들어가는 알루미늄 막대 한 개
5. 아크릴판에 단 저항 열 개짜리 두 줄: 한 줄은 100옴 저항, 다른 줄은 10옴 저항이며 바나나 핀 소켓이 달려 있다
6. 부하 R_L나 표본 저항 R'으로 쓸 저항은 이 저항판과 연결 도선 조각으로 고를 수 있다. 다른 판을 부하 저항으로 쓸 때 표본 저항으로 쓸 수 있도록 300옴 저항이 달린 아크릴판을 따로 준다.
7. 양 끝에 바나나 핀이 달린 빨간 도선 다섯 개와 검은 도선 다섯 개(더 긴 빨간·검은 도선 한 쌍은 DMM 측정봉으로 쓴다).

진동수 1000 Hz인 사인파 발생기의 출력을 교류 전원 전압으로 쓴다. rms 교류 전압을 잴 때에는 DMM의 20 V 범위를 쓰시오.
필요할 때 전류 I_P와 I_S의 크기는 각각 1차의 알려진 R'과 2차의 R_L 양단에서 잰 전압으로 계산한다.

실험

파트 1: 공기 심과 알루미늄 심일 때 코일의 저항과 인덕턴스 구하기 **[3.4]**

코일 1(파란 단자)을 저항 R'(저항판에서 고름)과 직렬로 사인파 발생기의 출력 단자에 연결하시오. 출력을 안정시키도록 사인파 발생기는 실험을 시작하기 전부터 켜 두었습니다. 끄지 마십시오. 출력 전압의 진폭은 최대로 두십시오. (DMM은 약 10 V의 출력을 보여야 합니다.)

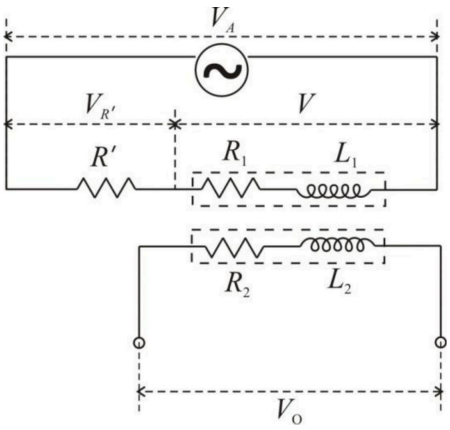


그림 2

발생기의 교류 출력은 조금 비대칭일 수 있다. 그러면 DMM의 입력 극성을 'V/Ω'와 'com' 사이에서 바꿀 때 DMM 읽음값이 조금 다르게 나온다. 비대칭에 따른 오차를 보정하려면 DMM 측정봉의 극성을 바꾸어 각 측정을 되풀이하고 두 읽음값의 평균을 내시오.

Z의 계통 오차가 무시할 만큼 작아지도록 $V_{R'}$과 V가 거의 같아지게 R'의 값을 고르시오.

a) 전압 V_A, $V_{R'}$, V와 함께 다른 코일 단자 양단의 V_O도 재시오. 코일 1(파란 단자)의 저항 R_1과 인덕턴스 L_1을 구하고, 구한 값의 불확도를 어림하시오. (0.9)

b) 다른 코일(초록 단자의 코일 2)을 연결하고 필요한 측정을 하여 R_2와 L_2를 구하시오. 얻은 값의 불확도를 구하시오. (0.9)

c) 이제 알루미늄 막대를 코일 심에 넣고 과정을 되풀이하여 코일 1의 인덕턴스 L_1^*와 저항 R_1^*의 값과 그 불확도를 구하시오. (0.8)

d) 필요한 측정을 하여 알루미늄 심이 있을 때 코일 2의 인덕턴스 L_2^*와 저항 R_2^*를 구하시오. 값의 불확도를 어림하시오. (0.8)

주: 파트 2, 3, 4에서는 불확도를 계산하지 않아도 된다.

파트 2: 상호 인덕턴스와 결합 상수 **[3.0]**

f) 상호 인덕턴스 M은 (**파트 1**에서 기록한) $V_{R'}$과 V_O의 읽음값으로 구할 수 있다. 공기 심 코일과 알루미늄 심 코일 각각에 대해 평균값을 구하시오. 결합된 코일의 상호 인덕턴스와 자체 인덕턴스 사이의 관계는 $M = k(L_1L_2)^{1/2}$이다. 두 경우에 결합 계수 k의 값을 구하시오. (0.4)

g) 코일 1(파란 단자)을 1차로, 코일 2(초록 단자)를 2차로 고르시오. 1차를 표본 저항 $R' = 300$ 옴과 직렬로 발생기의 출력 단자에 연결하시오. 2차 양단에는 가변 부하 R_L를 연결하시오. 출력 전압 V_O는 R_L 양단에서 잰다. R_L를 바꾸면서 R_L의 각 값에 대응하는 전압 V_A, $V_{R'}$, V, V_O를 재시오. (0.8)

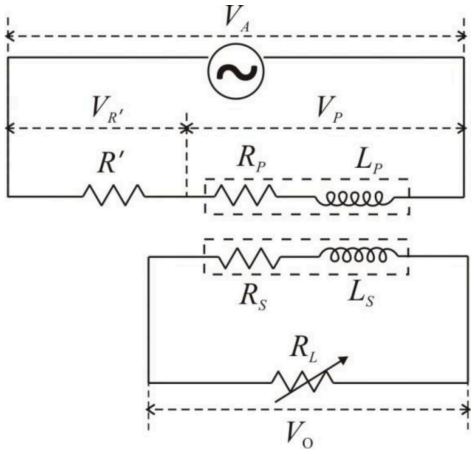


그림 3

h) 식 (10)을 풀어 쓴 꼴에 나타나는 여러 항을 조합하여 직선 그래프를 그릴 수 있다. 기울기로 M의 값을, 절편으로 2차 리액턴스 X_S의 값을 얻을 수 있는 그래프를 그리기 위한 선형 식을 쓰시오. (0.2)

i) (g)의 자료를 써서, 위 (h) 단계에서 얻은 식에 해당하는 그래프를 그리는 데 필요한 양들을 계산하시오. (0.9)

j) 그래프를 그리고 M과 X_S의 값을 구하시오. (0.7)

파트 3: 1차의 유효 임피던스와 2차에서 반사된 양 사이의 관계 **[2.4]**

k) 파트 2에서 모은 자료로 2차의 R_L 각 값에 대응하는 1차의 유효 저항 R_{PE}와 유효 리액턴스 X_{PE}를 구하시오. (0.6)

l) 파트 2의 자료로 R_L의 값들에 대응하는, 식 (8)로 정의한 반사 저항 R_R와 식 (9)를 참고한 반사 리액턴스 X_R의 값을 계산하시오. (0.6)

m) X_{PE}를 X_R에 대해 그래프로 그리시오. 그린 양들에 있을 법한 불확도를 고려하여, 1차의 유효 리액턴스와 반사 리액턴스 사이의 관계를 주는 식을 쓰시오. (0.6)

n) 조사한 범위에서 R_R와 R_L 사이의 관계를 그래프로 나타내고, 반사 저항이 최대가 되는 R_L의 값을 찾으시오. 필요하면 그 점을 더 정밀하게 찾도록 파트 2의 관측에 몇 가지 관측을 더 보태시오. (0.6)

파트 4: 맴돌이 전류 효과 **[1.2]**

o) 파트 3의 자료 분석에 바탕을 둔 모형으로, 전원에 연결된 코일의 심에 생기는 맴돌이 전류가 겪는 인덕턴스와 저항의 비를 어림하는 방법을 알 수 있다.

파트 2 (i)와 (j)의 자료를 분석하면 $R_{PE} = R_P + R_R$임을 보일 수 있다. X_{PE}와 X_R 사이의 관계는 파트 3 (m)에서 얻는다.

파트 1 (c)에서 모은 자료를 참고하여, 전원을 각각 코일 1과 코일 2에 연결했을 때 알루미늄 심의 맴돌이 전류가 겪는 인덕턴스와 저항의 비를 어림하시오. (0.8)

p) 파트 2 그림 3처럼 코일을 연결하고 알루미늄 막대를 코일 심에 넣으시오. 알루미늄 심에서의 전력 손실 ΔP를 나타내는 식을 쓰시오.

$R' = 300$ 옴, $R_L = 1000$ 옴으로 두시오. V_A의 크기를 9.0 V로 맞추시오. 필요한 측정을 하여 알루미늄 심의 맴돌이 전류에 의한 전력 소모를 계산하시오. (0.4)