16th ASIAN PHYSICS OLYMPIAD 2015
3rd-11th MAY, HANGZHOU, CHINA

실험 경연

2015년 5월 7일

08:30–13:30

채점 기준

실험 A

A.1

PZT 판 하나를 골라 버니어 캘리퍼로 길이 l, 너비 w, 두께 t를 측정하시오. 전자저울로 질량 m을 측정하시오. DMM과 켈빈 클립으로 (실온에서) 전기용량 C를 측정하시오.

PZT 판의 치수가 조금씩 고르지 않은 점과 계기 눈금 읽기의 불확도를 생각하여, 각 측정을 여러 번 되풀이한 다음 평균과 표준 오차를 계산하시오.

	l (mm)	w (mm)	t (mm)	m (g)	C (nF)
1	45.00	6.98	1.00	2.24	18.19
2	45.02	7.00	1.00	2.23	18.13
3	45.00	7.02	0.98	2.26	18.17
4	45.02	7.04	0.98	2.25	18.19
5	45.02	7.04	1.00	2.25	18.20
6	45.00	7.04	1.00	2.25	18.21
평균	45.01±0.02	7.02±0.02	0.99±0.02	2.25±0.01	18.18±0.02

다른 방법:

	l (mm)	w (mm)	t (mm)	m (g)	C (nF)
1	45.00	7.02	1.00	2.25	18.19
2					18.13
3					18.17
4					18.19
5					18.20
6					18.21
평균	45.00±0.02	7.02±0.02	1.00±0.02	2.25±0.01	18.18±0.02

치수와 질량을 되풀이해 측정해도 같은 결과가 나오는 경우.

합계: **1.6**
0.2 자료 표.
0.2 단위.
−0.1 빠진 단위 하나마다.
0.3 표준 오차.
−0.1 빠진 오차 하나마다.
0.3 올바른 유효 숫자 개수.
−0.1 틀린 유효 숫자 하나마다.

0.3 버니어 캘리퍼의 올바른 읽기.
0.2 C의 올바른 값
(**0.2**: 17.30~19.10 nF)
(**0.1**: 16.40~17.30 nF, 19.10~20.00 nF)
0 그 밖의 경우.

0.2 전기용량의 반복 측정
(**0.2**: 6회 이상 반복)
(**0.1**: 3회 이상 반복)
0 그 밖의 경우.

A.2	이제 PZT 판의 밀도 ρ와 상대 유전율 ε_r를 계산하시오. A.1에서 얻은 표준 오차를 바탕으로 오차 분석을 하여 ρ와 ε_r의 불확도를 어림하시오(진공 유전율 $\varepsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12}\ \mathrm{F/m}$). $$\rho = \frac{m}{lwt} = 7.20 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ $$\frac{\Delta\rho}{\rho} = \sqrt{\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} = 0.021$$ $$\therefore\ \Delta\rho = 0.15 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ $$\rho = (7.20 \pm 0.15) \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ $$\varepsilon_r = \frac{Ct}{\varepsilon_0 lw} = 6.44 \times 10^3$$ $$\frac{\Delta\varepsilon_r}{\varepsilon_r} = \sqrt{\left(\frac{\Delta C}{C}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta t}{t}\right)^2} = 0.021$$ $$\Delta\varepsilon_r = 0.14 \times 10^3$$ $$\varepsilon_r = (6.44 \pm 0.14) \times 10^3$$ 다른 방법: 측정할 때마다 ρ를 계산한다: 7.13, 7.08, 7.30, 7.24, 7.10, 7.10, $$\sigma_{\bar{\rho}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\rho_i - \bar{\rho})^2}{n(n-1)}} = 0.04 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ $$\rho = (7.16 \pm 0.04) \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ 또는 $$\sigma_{\bar{\rho}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(\rho_i - \bar{\rho})^2}{(n-1)}} = 0.10 \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$ $$\rho = (7.16 \pm 0.10) \times 10^3\ \mathrm{kg/m^3}$$	합계: **1.4** **0.1** ρ의 단위. **0.2** ρ의 올바른 값. (**0.2**: 6.85~7.55) (**0.1**: 6.50~6.85, 7.55~7.90) **0** 그 밖의 경우. **0.2** $\frac{\Delta\rho}{\rho}$의 식. **0.2** $\Delta\rho$의 올바른 값. (**0.2**: 0.05~0.30) (**0.1**: 0.01~0.05, 0.30~0.50) **0** 그 밖의 경우. ε_r도 같은 기준. **0.2** ε_r의 올바른 값 (**0.2**: 6.10~6.80) (**0.1**: 5.75~6.10, 6.80~7.15) **0** 그 밖의 경우. **0.2** $\Delta\varepsilon_r$의 올바른 값. (**0.2**: 0.05~0.30) (**0.1**: 0.01~0.05, 0.30~0.50) **0** 그 밖의 경우. ---------- 다른 방법: **0.2** ρ. **0.1** ρ의 단위. **0.1** $\Delta\rho$의 식. **0.1** $\Delta\rho$의 올바른 값. (**0.1**: 0.01~0.40) **0** 그 밖의 경우. **0.2** 자료점.

		(**0.2** 6회 이상 측정) (**0.1**: 3~5회) **0** 그 밖의 경우. ε_r도 같은 기준.

실험 B

B.1	등가 회로의 공진 진동수 f_r와 반공진 진동수 f_a를 나타내는 식을 유도하시오. 전기용량 C_0, C_1과 인덕턴스 L_1의 임피던스는 각각 $$Z_0 = \frac{1}{i\omega C_0},$$ $$Z_1 = \frac{1}{i\omega C_1}, \quad (1)$$ $$Z_2 = i\omega L_1$$ 이다. 등가 회로의 전체 임피던스를 Z라 하면 다음을 얻는다. $$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_0} + \frac{1}{Z_1 + Z_2} = i\omega C_0 + \frac{1}{\frac{1}{i\omega C_1} + i\omega L_1} = i\omega \frac{C_0 - \omega^2 L_1 C_0 C_1 + C_1}{1 - \omega^2 L_1 C_1} \quad (2)$$ 공진 조건: $$1 - \omega^2 L_1 C_1 = 0 \;\Rightarrow\; f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{L_1 C_1}} \quad (3)$$ 반공진 조건: $$C_0 - \omega^2 L_1 C_0 C_1 + C_1 = 0 \;\Rightarrow\; f_a = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{1}{L_1 C_1} + \frac{1}{L_1 C_0}} \quad (4)$$	합계: **1.0** **0.1** C_0의 임피던스. **0.1** C_1의 임피던스. **0.1** L_1의 임피던스. **0.3** 전체 임피던스. **0.2** 공진 진동수. **0.2** 반공진 진동수.

B.2

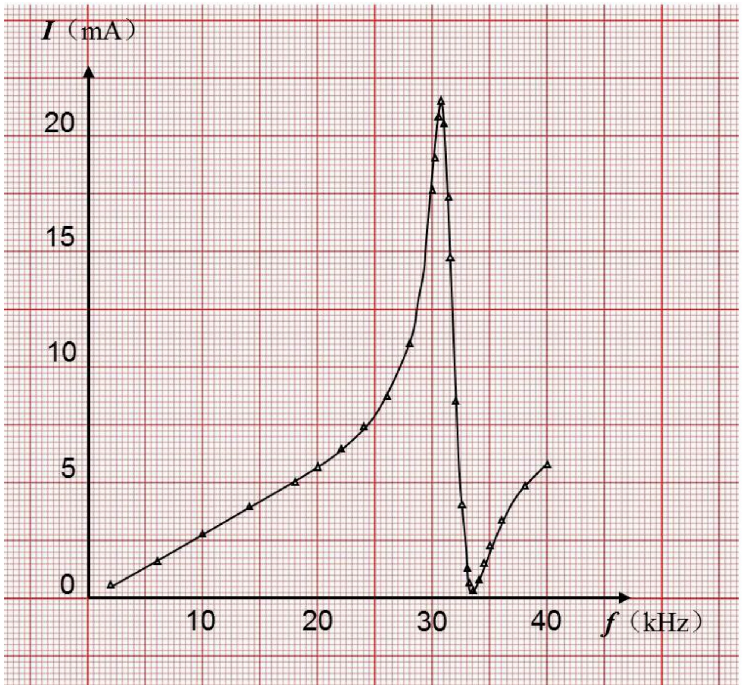
PZT 판을 지나는 교류 전류 I를 신호 진동수 f의 함수로 측정하시오. I-f 곡선을 그리고 공진 진동수 f_r와 반공진 진동수 f_a를 구하시오. 그에 따라 압전 계수 d를 계산하시오.

진동수 (kHz)	I(mA)	진동수 (kHz)	I(mA)	진동수 (kHz)	I(mA)	진동수 (kHz)	I(mA)
2	0.58	30.5	20.86	32.4	4.82	34.3	1.18
4	1.13	30.6	21.28	32.5	4.06	34.0	1.37
6	1.68	30.7	21.50	32.6	3.37	34.5	1.52
8	2.21	30.8	21.47	32.7	2.76	34.6	1.67
10	2.75	30.9	21.13	32.8	2.20	34.7	1.82
12	3.29	31.0	20.51	32.9	1.73	34.8	1.96
14	3.85	31.1	19.64	33.0	1.29	34.9	2.10
16	4.42	31.2	18.55	33.1	0.94	35	2.23
18	5.03	31.3	17.35	33.2	0.66	36	3.35
20	5.69	31.4	16.06	33.3	0.47	37	4.18
22	6.46	31.5	14.73	33.4	0.36	38	4.82
24	7.39	31.6	13.40	33.5	0.31	39	5.34
26	8.72	31.7	12.10	33.6	0.33	40	5.78
28	11.05	31.8	10.85	33.7	0.38		
30	17.69	31.9	9.65	33.8	0.48		
30.1	18.34	32.0	8.55	33.9	0.60		
30.2	18.99	32.1	7.50	34.0	0.74		
30.3	19.66	32.2	6.52	34.1	0.89		
30.4	20.29	32.3	5.63	34.2	1.04		

합계: **3.5**
0.2 자료 표.
0.2 단위.
0.3 유효 숫자.
0.3 자료점 10개 이상.
0.3 f_r.
0.3 f_a.
0.3 f_r와 f_a 근처에서 진동수 분해능 0.1 kHz.

0.5 그래프
(**0.1**: 자료점,
0.1: 단위,
0.1: 축 이름,
0.1: 축 눈금 숫자,
0.1: 매끄러운 곡선).

0.1: d의 단위.
1.0 d의 올바른 값
(**1.0**: 4.20~4.70)
(**0.5**: 3.95~4.20, 4.70~4.95)
0 그 밖의 경우.



$$f_r = 30.7\ \text{kHz},\ f_a = 33.5\ \text{kHz}$$

$$d = \sqrt{\frac{\varepsilon_0 \varepsilon_r}{128 f_r^4 l^2 \rho \left[\dfrac{1}{(2\pi f_a)^2 - (2\pi f_r)^2} + \dfrac{1}{32 f_r^2}\right]}} = 4.44 \times 10^{-10}\ \text{m/V (또는 C/N)}$$

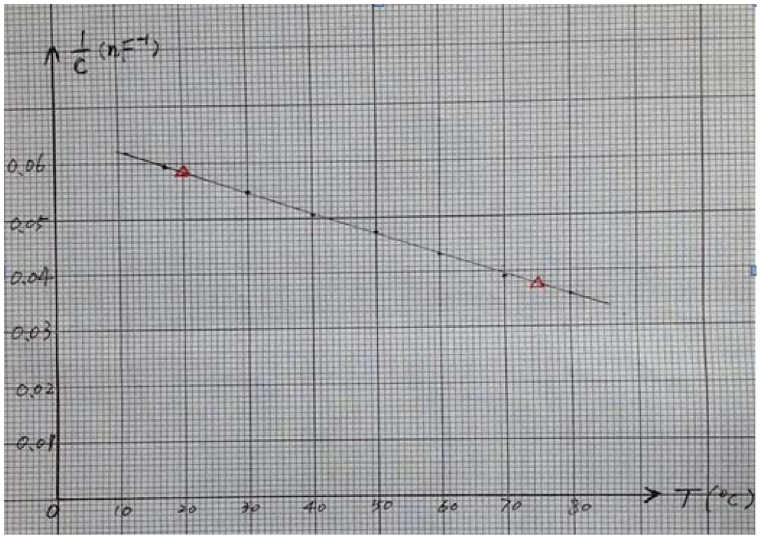
실험 C

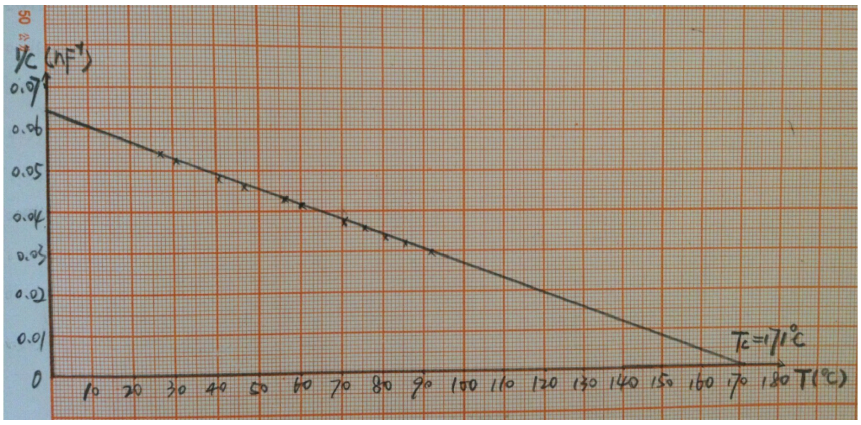
C.1 이제 여러 온도에서 PZT 판의 전기용량을 측정하고 자료를 기록하시오.

T (°C)	17.0	30.0	40.0	50.0	60.0	70.0	80.0
C (nF)	16.80	18.25	19.77	21.08	23.07	25.60	27.80
$1/C$ (nF^{-1})	0.0595	0.0548	0.0506	0.0474	0.0433	0.0391	0.0360

합계: **1.5**
0.2 자료 표.
0.2 단위.
0.2 유효 숫자.
0.4 자료점
(**0.4**: 자료점 6개 이상)
(**0.2**: 자료점 4~5개)
0 그 밖의 경우.

0.5 온도 범위
(**0.5**: 실온부터 80 ℃ 이상까지)
(**0.3**: 온도 범위 35~50 ℃)
(**0.1**: 온도 범위 20~35 ℃)
0 그 밖의 경우.

C.2	자료를 분석하여 알맞은 그래프를 그리고, 그에 따라 퀴리 온도를 계산하시오.  직선 위에서 두 점 $P_1(30.0,\ 0.05275)$, $P_2(90.0,\ 0.03075)$를 골라 기울기를 계산한다. $$k = \frac{\Delta y}{\Delta x} = -0.000367$$ 그러면 일차 함수를 얻는다. $$y = -0.000367x + 0.0638$$ $y = 0$으로 놓으면 퀴리 온도를 얻는다. $$T_c = 174\ ^\circ\mathrm{C}$$ 다른 방법: 직선을 늘여 x축과 만나는 점에서 퀴리 온도를 얻는다.	합계: **2.5** **0.1** 축 이름 **0.1** 축 단위. **0.1** 축 눈금 숫자. **0.3** 눈금 잡기(그래프 용지의 70% 이상을 채우도록). **0.2** 자료점 표시. **0.2** 직선. **0.2** P_1, P_2를 알맞게 고름. **0.2** 기울기. **0.2** 유효 숫자. **0.2** 일차 함수. **0.1** T_c의 단위. **0.6** T_c의 올바른 값 (**0.6**: 160~180) (**0.3**: 150~160, 180~190) **0** 그 밖의 경우. 주: 올바른 결과를 주는 다른 타당한 방법도 인정한다. 다른 방법:



1.0 최대.
0.3 직선을 늘여 x축과 만나게 함.
0.1 T_c의 단위.
0.6 T_c의 올바른 값.

실험 D

D.1	알루미늄 막대의 길이를 L, 파동의 속력을 u라 하자. 자유 경계 조건에서 긴 막대를 따라 생기는 정상파(공진파)의 진동수 f_n을 나타내는 식을 유도하시오. 그런 다음 f_n으로부터 파동의 속력 u를 구하는 식을 유도하시오. 알루미늄 막대를 자유 경계 조건을 가진 1차원의 긴 줄로 생각하면, 정상파 조건은 다음과 같다. $$L = n\frac{\lambda}{2}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{1}$$ 다음 관계에 따라 $$\lambda f = u \tag{2}$$ 정상파 진동수는 다음과 같다. $$f_n = n\frac{u}{2L}, \quad n = 1, 2, 3, \ldots \tag{3}$$ 진동 진동수를 연속적으로 바꾸면 일련의 정상파 진동수 f_n을 찾을 수 있고, 이웃한 두 봉우리 사이의 평균 간격 $\overline{\Delta f}$를 계산하면 다음을 얻는다. $$u = 2L\overline{\Delta f} \tag{4}$$	합계: **0.6** **0.2** 식 (1). **0.1** 식 (2). **0.1** 식 (3). **0.2** 식 (4). 주: u를 Δf 대신 f_n으로 나타내도 인정한다.

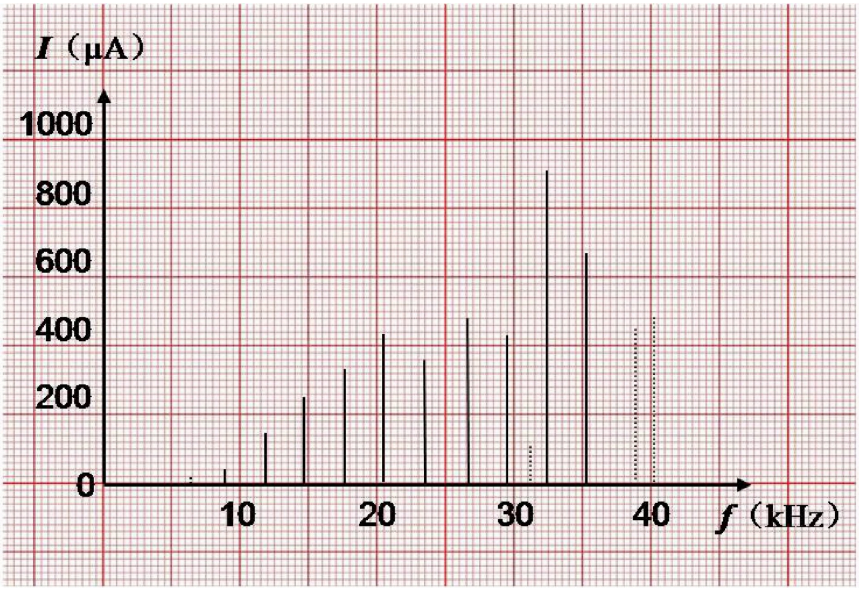
D.2

강철 줄자로 알루미늄 막대의 길이 L을 읽으시오. 측정을 여러 번 되풀이하여 평균과 표준 오차를 계산하시오.

변환기가 내는 음파의 진동수를 바꾸면서, 센서로 관찰되는 봉우리 값을 기록하시오. 그림 12와 비슷하게, 측정한 모든 공진 봉우리를 담은 스펙트럼을 그리시오.

	1	2	3	4	5	6	평균
L (cm)	49.93	49.98	50.00	50.02	50.05	50.03	50.00±0.05

f (kHz)	6.37	8.81	11.81	14.70	17.54	20.45	23.44
I (μA)	16.5	42.6	144.0	249.5	336.9	247.7	358.4
f (kHz)	26.40	29.47	31.14	32.35	35.22	38.76	40.13
I (μA)	296.2	429.9	109.2	907	671	446.8	479



합계: **1.6**

0.1 여러 번 측정.
0.1 L의 값.
0.1 L의 오차.

0.1 단위.
0.1 유효 숫자.
0.1 자료점 10개 이상.
0.4 횡파 때문에 생긴 정상파 봉우리
(**0.4**: 봉우리 6개 이상)
(**0.2**: 봉우리 3~5개)
0 그 밖의 경우.

0.3 진동수 분해능 0.01 kHz.

0.1 관계없는 봉우리 1개 이상.

0.2 측정한 모든 봉우리를 담은 스펙트럼.

D.3

횡파 때문에 생겼을 것으로 보이는 공진 봉우리를 가려내시오. 그에 따라 횡파 속력을 계산하고 오차 분석을 하시오.

주의: 불완전한 자유 경계 조건처럼 실험 장치가 완벽하지 않아서 생기는 관계없는 봉우리들이 있을 수 있습니다. 분석할 때 스스로 판단하여 관계없는 봉우리들은 무시해야 합니다.

i	f_i (kHz)	$F_i = f_{i+5} - f_i$ (kHz)		ΔF_i (kHz)	
1	8.81	$F_1 = f_6 - f_1$	14.63	ΔF_1	0.08
2	11.81				
3	14.70	$F_2 = f_7 - f_2$	14.59	ΔF_2	0.12
4	17.54				
5	20.45	$F_3 = f_8 - f_3$	14.77	ΔF_3	0.06
6	23.44				
7	26.40	$F_4 = f_9 - f_4$	14.81	ΔF_4	0.10
8	29.47				
9	32.35	$F_5 = f_{10} - f_5$	14.77	ΔF_5	0.06
10	35.22	$\overline{F}$	14.71	$\sigma_{\overline{\Delta F}}$	0.04

$$\overline{\Delta f} = \frac{\overline{F}}{5} = 2.94\ \text{kHz}$$

$$\sigma_{\overline{\Delta f}} = \frac{\sigma_{\overline{\Delta F}}}{5} = \frac{1}{5}\sqrt{\frac{\sum(\Delta F_i)^2}{n(n-1)}} = 0.01\ \text{kHz}$$

$$u = 2L\overline{\Delta f} = 2.94\ \text{km/s}$$

$$\frac{\Delta u}{u} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} = 0.0035$$

$$\Delta u = 0.01\ \text{km/s}$$

$$u = (2.94 \pm 0.01)\ \text{km/s}$$

합계: **1.4**

0.3 축차 차분법.

주: 올바른 결과를 주는 다른 타당한 방법도 인정한다.

0.1 자료 표.

0.1 유효 숫자.

0.1 단위.

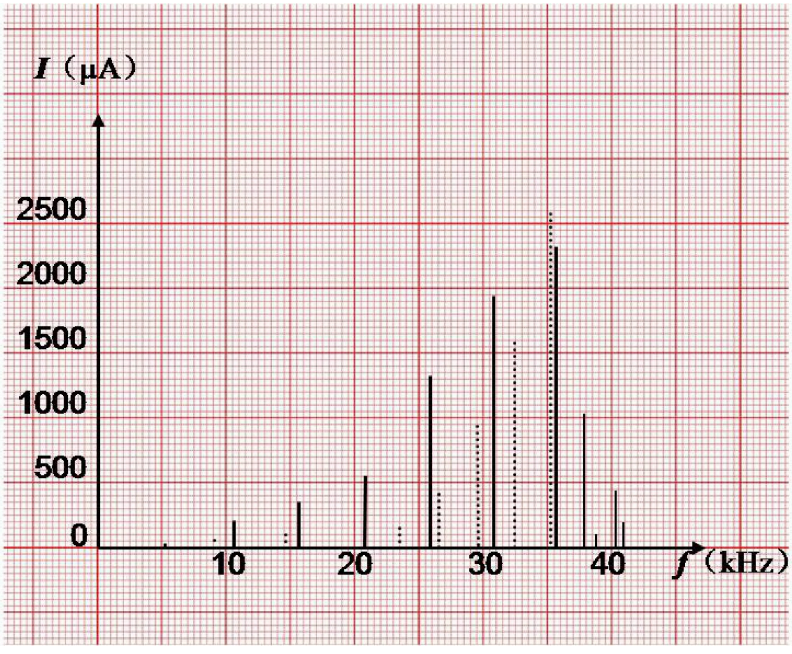
0.6 횡파 속력의 올바른 값
(**0.6**: 2.80~3.10 km/s)
(**0.2**: 2.65~2.80 km/s, 3.10~3.25 km/s)
0 그 밖의 경우.

0.2 Δu의 올바른 값
(**0.2**: 0.01~0.15 km/s)
(**0.1**: 0.15~0.30 km/s)
0 그 밖의 경우.

D.4

변환기가 내는 음파의 진동수를 바꾸면서, 센서로 관찰되는 봉우리 값을 기록하시오. 그림 12와 비슷하게, 측정한 모든 공진 봉우리를 담은 스펙트럼을 그리시오.

f (kHz)	5.18	8.90	10.50	14.53	15.53	20.63	23.39	24.68	25.67
I (μA)	15.5	52.7	216.2	103.6	353.3	555	156.4	45.8	1328
f (kHz)	26.44	29.40	30.64	32.33	35.20	35.55	37.81	38.74	40.26
I (μA)	414.5	848	1940	1593	2589	2331	1043	118.8	450
f (kHz)	40.79	41.53							
I (μA)	194.5	32.7							



합계: **1.5**

0.1 단위.
0.1 유효 숫자.
0.1 자료점 10개 초과.
0.4 종파 때문에 생긴 정상파 봉우리
(**0.4**: 봉우리 6개 이상)
(**0.2**: 봉우리 3~5개)
0 그 밖의 경우.

0.2 횡파 때문에 생긴 정상파 봉우리
(**0.2**: 봉우리 4개 이상)
(**0.1**: 봉우리 2~3개)
0 그 밖의 경우.

0.3 진동수 분해능 0.01 kHz.

0.1 관계없는 봉우리 1개 이상.

0.2 측정한 모든 봉우리를 담은 스펙트럼.

D.5

D.2의 결과와 비교하여 횡파 때문에 생긴 공진 봉우리를 가려내시오. 종파 때문에 생긴 공진 봉우리를 골라 그에 따라 종파 속력을 계산하시오. 오차 분석을 하시오.

f_i (kHz)	$F_i = f_{i+3} - f_i$ (kHz)		ΔF_i (kHz)	
10.50	$F_1 = f_4 - f_1$	15.17	ΔF_1	0.10
15.53				
20.63	$F_2 = f_5 - f_2$	15.11	ΔF_2	0.04
25.67				
30.64	$F_3 = f_6 - f_3$	14.92	ΔF_3	0.15
35.55	$\overline{F}$	15.07	$\sigma_{\overline{\Delta F}}$	0.08

$$\overline{\Delta f} = \frac{\overline{F}}{3} = 5.02\ \text{kHz}$$

$$\sigma_{\overline{\Delta f}} = \frac{\sigma_{\overline{\Delta F}}}{3} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{\sum(\Delta F_i)^2}{n(n-1)}} = 0.03\ \text{kHz}$$

$$u = 2L\overline{\Delta f} = 5.02\ \text{km/s}$$

$$\frac{\Delta u}{u} = \sqrt{\left(\frac{\Delta L}{L}\right)^2 + \left(\frac{\Delta f}{f}\right)^2} = 0.006$$

$$\Delta u = 0.03\ \text{km/s}$$

따라서 종파 속력은 다음과 같다.

$$u = 5.02 \pm 0.03\ \text{km/s}$$

합계: **1.4**

0.3 축차 차분법.

주: 올바른 결과를 주는 다른 타당한 방법도 인정한다.

0.1 자료 표.

0.1 유효 숫자.

0.1 단위.

0.6 종파 속력의 올바른 값
(**0.6**: 4.70~5.20 km/s)
(**0.3**: 4.50~4.70 km/s, 5.20~5.40 km/s)
0 그 밖의 경우.

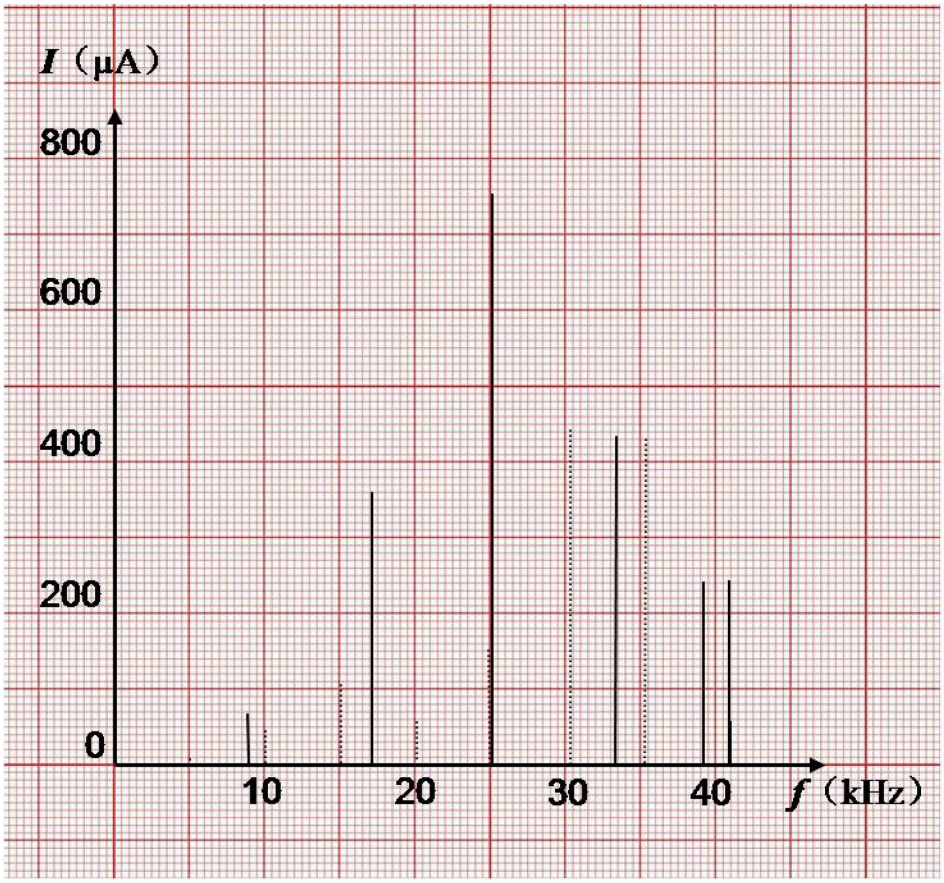
0.2 Δu의 올바른 값
(**0.2**: 0.01~0.20 km/s)
(**0.1**: 0.20~0.40 km/s)
0 그 밖의 경우.

실험 E

E.1

변환기가 내는 음파의 진동수를 바꾸면서, 센서로 관찰되는 봉우리 값을 기록하시오. 그림 12와 비슷하게, 측정한 모든 공진 봉우리를 담은 스펙트럼을 그리시오.

f (kHz)	5.06	8.01	8.85	10.09	15.05	15.14	17.15	20.11
I (μA)	9.1	6.1	66.0	43.8	34.9	105.2	358.9	57.2
f (kHz)	24.95	25.17	30.27	33.37	35.27	39.23	40.82	41.05
I (μA)	150.9	751	441	432.7	430.1	241.9	242.4	57.7



합계: **1.2**

0.1 단위.
0.1 유효 숫자.
0.1 자료점 10개 초과.
0.2 홈에 해당하는 종파의 공진 봉우리
(**0.2**: 봉우리 4개 이상)
(**0.1**: 봉우리 2~3개)
0 그 밖의 경우.

0.1 횡파의 공진 봉우리 2개 이상.

0.3 진동수 분해능 0.01 kHz.

0.1 관계없는 봉우리 1개 이상.

0.2 측정한 모든 봉우리를 담은 스펙트럼.

E.2

측정한 스펙트럼에서 깊은 홈이 있어서 생긴 공진 봉우리를 가려내시오. 홈이 있는 곳에서 PZT 판과 닿아 있는 막대 끝까지의 거리를 어림하시오.

f (kHz)	8.85	17.15	25.17	33.37	40.82
I (μA)	66.0	358.9	751	432.7	242.4
$f_{i+2} - f_i$ (kHz)	16.32		16.22		15.65
$\overline{\Delta f}$ (kHz)	8.03				

$$\overline{\Delta f} = \frac{1}{2}\overline{F} = 8.11 \text{ kHz}$$

$$L_{\text{flaw}} = \frac{u}{2\overline{\Delta f}} = 0.307 \text{ m}$$

합계: **0.8**

0.1 유효 숫자.
0.1 단위.
0.6 거리의 올바른 값
(**0.6**: 0.28~0.32 m)
(**0.3**: 0.26~0.28 m, 0.32~0.34 m)
0 그 밖의 경우.