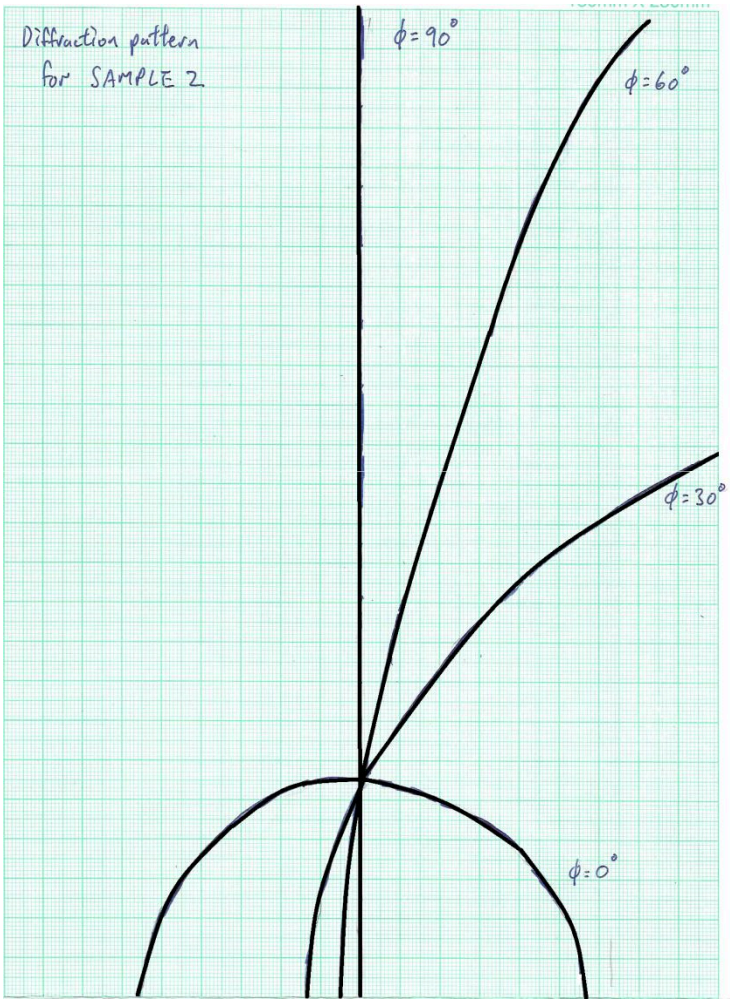
(만점 = 12점)

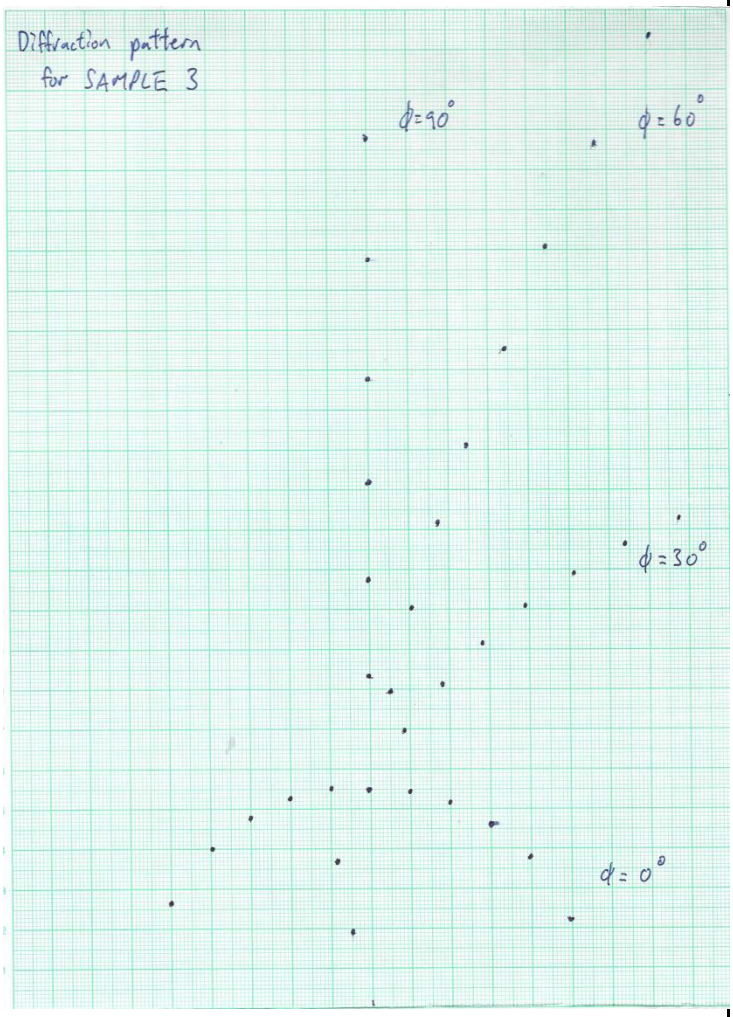
A 부분: 장치의 정렬

과제		배점
A1	**x 축의 원점에서 "0차 점"의 높이 h 를 재어라.** **D 와 h 로부터 레이저 빔의 입사각 θ 를 구하여라. h 의 값을 cm 단위로, θ 의 값을 도 단위로 유효 숫자 세 자리까지 답안지의 해당 표에 적어라.** **<u>풀이:</u>** "0차 점"의 높이는 $h = 5.50$ cm 로 측정된다. 삼각비를 쓰면 $$h = D\tan\theta$$ $$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{h}{D}\right)$$ $h = 5.5$ cm 이고 $D = 15$ cm 이므로 표를 다음과 같이 채울 수 있다: | h | 5.50 cm | | θ | 20.1° |	**합계 = 0.6점** **A1.1** 올바른 높이를 측정하면 0.2점 (5.40 cm ~ 5.60 cm 사이) **A1.2** θ 를 정하는 데 올바른 식을 쓰면 0.2점 **A1.3** θ 의 값이 올바르면 0.2점 (0.2점: θ 가 19.7° ~ 20.5° 사이) (그 밖에는 0점)

B 부분: 시료 2에서의 회절 무늬

과제		배점
B1	**회전 원판의 $\phi = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ 에 대한 회절 무늬를 모눈종이에 기록하고, 각 무늬 옆에 해당하는 회전각 ϕ 를 적어라. 이 모눈종이의 맨 위에 "# 2" 라고 적어라.** **<u>풀이:</u>**  	**합계 = 0.8점** **B1.1** $\phi = 0^\circ$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **B1.2** $\phi = 30^\circ$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **B1.3** $\phi = 60^\circ$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **B1.4** $\phi = 90^\circ$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점

C 부분: 시료 3에서의 회절 무늬

과제		배점
C1	$\phi = 0°, 30°, 60°, 90°$ **에 대해 시료 3의 회절 점의 중심을 모눈종이에 표시하고, 각 무늬 옆에 해당하는 회전각** ϕ **를 적어라. 이 모눈종이의 맨 위에 "# 3" 이라고 적어라.** **<u>풀이:</u>**  	**합계 = 0.8점** **C1.1** $\phi = 0°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **C1.2** $\phi = 30°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **C1.3** $\phi = 60°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **C1.4** $\phi = 90°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점

D 부분: 시료 3에서 반사된 회절 무늬 뒤의 이론

과제		배점
D1	**식 (3)은 시료 3의 격자 상수 a 에 대한 이차 방정식으로 다시 쓸 수 있다.** $$Aa^2 + Ba + C = 0 \qquad (4)$$ **A, B, C 의 식을 유도하여라. 결과를 답안지의 해당 표에 적어라.** **<u>풀이:</u>** D1의 풀이는 다음 꼴로 다시 쓸 수 있다 $$a^2 + [-2m\lambda\cos\theta\,(y^2 + D^2)]a + [m^2\lambda^2(y^2 + D^2)] = 0$$ 따라서 A: $y^2\cos^2\theta + D^2\cos^2\theta - D^2$ B: $-2m\lambda\cos\theta\,(y^2 + D^2)$ C: $m^2\lambda^2(y^2 + D^2)$ 다음과 같은 다른 동등한 꼴도 인정한다: A: $\cos^2\theta - \dfrac{D^2}{y^2 + D^2}$ B: $-2m\lambda\cos\theta$ C: $m^2\lambda^2$ A: $\dfrac{D^2}{y^2 + D^2} - \cos^2\theta$ B: $2m\lambda\cos\theta$ C: $-m^2\lambda^2$	**합계 = 0.9점** **D1.1** 올바르게 정리하여 과제 (D1)의 풀이를 얻으면 0.3점 **D1.2** A 의 꼴이 올바르면 0.2점 **D1.3** B 의 꼴이 올바르면 0.2점 **D1.4** C 의 꼴이 올바르면 0.2점 A, B, C 가 모두 맞으면 0.9점을 그대로 준다.

D2

이 이차 방정식을 풀고, 시료 3의 $\phi = 90^\circ$ 에서 측정한 회절점의 y 값(과제 (C1) 참고)과 이미 알고 있는 D, θ, λ 값을 함께 써서, 1차 ($m = 1$) 부터 6차 ($m = 6$) 까지 각 회절 차수에 대해 시료 3의 격자 상수 a 를 미터 단위로 유효 숫자 세 자리까지 구하여라. [*힌트: 이 차수들은 0차 점 위에 있는 여섯 개의 점에 해당한다*]. 결과를 답안지의 해당 표에 적어라.

<u>풀이:</u>

각 차수 m 에 대해, 측정한 y 값과 이미 알고 있는 D, $\cos\theta$, λ 값(즉 $D = 15$ cm, $\cos\theta = \cos 20.1^\circ = 0.939$, $\lambda = 650$ nm)을 써서 계수 A, B, C 에 대한 다음 표를 만들 수 있다:

차수 m	측정한 y 값 (미터)	A	B	C
1	0.0835	3.481×10^{-3}	-3.567×10^{-8}	1.245×10^{-14}
2	0.1075	7.522×10^{-3}	-8.314×10^{-8}	5.756×10^{-14}
3	0.1315	1.258×10^{-2}	-1.457×10^{-7}	1.513×10^{-13}
4	0.1580	1.934×10^{-2}	-2.317×10^{-7}	3.209×10^{-13}
5	0.1875	2.833×10^{-2}	-3.519×10^{-7}	6.090×10^{-13}
6	0.2180	3.923×10^{-2}	-5.128×10^{-7}	1.065×10^{-12}

a 에 대한 이차 방정식의 표준 풀이는

$$a = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

이며, 이는 다음 두 가지 가능한 해를 준다

$$a_1 = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

$$a_2 = \frac{-B - \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$

위 표의 A, B, C 값을 쓰면

합계 = 1.8점

D2.1
여섯 차수 모두에 대해 A, B, C 의 값을 계산하면 0.4점

D2.2
이차 방정식의 올바른 풀이를 제시하면 0.4점

D2.3
여섯 차수 모두에 대해 a_1 과 a_2 를 제시하면 0.4점

D2.4
a_1 만이 올바른 해임을 근거와 함께 지적하면 0.4점

D2.5
a 의 값이 올바르면 0.2점
(0.2점: a 가 *±10%* 불확도 안)
(0.1점: a 가 *±20%* 불확도 안)
(그 밖에는 0점)

a_1 과 a_2 의 값은 각 차수 m 에 대해 다음 표와 같이 계산할 수 있다:

차수 m	a_1 (미터)	a_2 (미터)
1	9.945×10^{-6}	3.578×10^{-7}
2	1.029×10^{-5}	7.415×10^{-7}
3	1.042×10^{-5}	1.154×10^{-6}
4	1.038×10^{-5}	1.565×10^{-6}
5	1.033×10^{-5}	2.072×10^{-6}
6	1.048×10^{-5}	2.587×10^{-6}

위에서 보듯이 a_1 의 값들은 서로 비슷하다. 그러나 a_2 의 값은 그렇지 않다. 따라서 a_2 는 격자 상수의 올바른 해가 아니므로 버려야 한다.

차수 m	격자 상수 a (미터)
1	9.95×10^{-6}
2	1.03×10^{-5}
3	1.04×10^{-5}
4	1.04×10^{-5}
5	1.03×10^{-5}
6	1.05×10^{-5}

또는 식 (3)을 다음 꼴로 정리한 다음

$$a = \frac{m\lambda}{\left(\cos\theta - \sqrt{\dfrac{D^2}{y^2 + D^2}}\right)}$$

격자 상수 a 를 그에 맞게 풀어도 된다.

D3	**격자 상수 a 의 평균값을 미터 단위로 유효 숫자 세 자리까지 계산하고 평균의 표준 오차도 계산하여라. 결과를 답안지의 해당 표에 적어라.** **<u>풀이:</u>** a_1 의 값이 여섯 개(즉 $n = 6$)이므로 격자 상수의 평균 $\bar{a}$ 는 다음과 같이 계산할 수 있다 $$\bar{a} = \frac{\sum a_1}{n}$$ 격자 상수의 평균의 표준 오차에 대해서는 다음을 쓸 수 있다 $$\sigma_{\bar{a}} = \sqrt{\frac{\sum_m (a_{1,m} - \bar{a})^2}{n-1}} \Big/ \sqrt{n}$$ **격자 상수의 평균 $\bar{a}$**: 1.03×10^{-5} m **평균의 표준 오차 $\sigma_{\bar{a}}$**: 8×10^{-8} m	**합계 = 0.8점** **D3.1** 평균을 구하는 식이 올바르면 0.2점 **D3.2** 평균의 표준 오차를 구하는 식이 올바르면 0.2점 **D3.3** 평균값이 올바르면 0.2점 (0.2점: $\bar{a}$ 가 ±10% 불확도 안, 0.1점: $\bar{a}$ 가 ±20% 불확도 안, 그 밖에는 0점) **D3.4** 평균의 표준 오차 값이 올바르면 0.2점 (0.2점: $\sigma_{\bar{a}}$ 가 ±10% 불확도 안, 0.1점: $\sigma_{\bar{a}}$ 가 ±20% 불확도 안, 그 밖에는 0점)

E 부분: 시료 4의 미지의 각 ϕ^* 결정

과제		배점
E1	**모눈종이에 투영된 시료 4의 연속적인 회절 곡선을 따라, $x = -1.0$ cm 에서 3.5 cm 까지 0.5 cm 간격으로 열 개 점의 y 좌표를 cm 단위로 재어라. 결과를 답안지의 해당 표에 적어라.**	**합계 = 0.6점** **E1** 표에 y 좌표 값을 올바르게 채우면 0.6점

과제 E1 의 자세한 배점은 다음과 같다:

x /cm	y /cm			y /cm			y /cm		
	±0.4cm ***0.6 pts***			±0.8cm ***0.4 pts***			±1.2cm ***0.2 pts***		
-1.0	3.1	~	3.9	2.7	~	4.3	2.3	~	4.7
-0.5	4.1	~	4.9	3.7	~	5.3	3.3	~	5.7
0.0	4.8	~	5.6	4.4	~	6.0	4.0	~	6.4
0.5	5.6	~	6.4	5.2	~	6.8	4.8	~	7.2
1.0	6.1	~	6.9	5.7	~	7.3	5.3	~	7.7
1.5	6.6	~	7.4	6.2	~	7.8	5.8	~	8.2
2.0	6.9	~	7.7	6.5	~	8.1	6.1	~	8.5
2.5	7.3	~	8.1	6.9	~	8.5	6.5	~	8.9
3.0	7.6	~	8.4	7.2	~	8.8	6.8	~	9.2
3.5	7.9	~	8.7	7.5	~	9.1	7.1	~	9.5

풀이:

x 좌표 (cm)	y 좌표 (cm)
-1.0	3.5
-0.5	4.5
0.0	5.2
0.5	6.0
1.0	6.5
1.5	7.0
2.0	7.3
2.5	7.7
3.0	8.0
3.5	8.3

E2

(D) 부분에 주어진 식 (1)을 바탕으로 다음 꼴의 선형 방정식을 세워라.

$$M(y, x, D, \theta) = I(D) + S(\phi^*)x\,. \quad (4)$$

$M(y, x, D, \theta)$, $I(D)$, $S(\phi^*)$ 의 함수 꼴을 구하여라. 과제 (E1)의 표에 기록한 자료를 써서 M 을 x 에 대해 그려라. 이 그래프로부터 미지의 각 ϕ^* 를 도 단위로 구하여라. 모든 함수 꼴과 ϕ^* 의 값을 답안지의 해당 표에 적어라.

<u>풀이:</u>

식 (1)을 정리하면

$$\frac{(D\cos\phi^* + x\sin\phi^*)^2}{(\cos\theta\cos\phi^*)^2} = y^2 + x^2 + D^2$$

양변에 제곱근을 취한 뒤 오른쪽에 $\cos\theta$ 를 곱하면

$$\cos\theta\sqrt{y^2 + x^2 + D^2} = D + (\tan\phi^*)x$$

따라서 위 식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다

$$M(y, x, D, \theta) = I(D) + S(\phi^*)x$$

$M(y, x, D, \theta)$	$\cos\theta\sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$
I	D
S	$\tan\phi^*$

$\cos\theta\sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$ 를 x 에 대해 그리면, 얻어지는 직선의 기울기가 $\tan\phi^*$ 이다. 이 기울기로부터 미지의 각 ϕ^* 를 구할 수 있다. 아래 표의 자료를 쓰면,

x (cm)	y (cm)	D (cm)	$\cos\theta$	$M = \cos\theta\sqrt{y^2 + x^2 + D^2}$
-1.0	3.5	15	0.939	14.494
-0.5	4.5	15	0.939	14.713
0.0	5.2	15	0.939	14.907
0.5	6.0	15	0.939	15.177
1.0	6.5	15	0.939	15.379
1.5	7.0	15	0.939	15.607
2.0	7.3	15	0.939	15.777
2.5	7.7	15	0.939	16.005
3.0	8.0	15	0.939	16.210
3.5	8.3	15	0.939	16.430

합계 = 1.6점

E2.1
$M(y, x, D, \theta)$ 의 꼴이 올바르면 0.3점

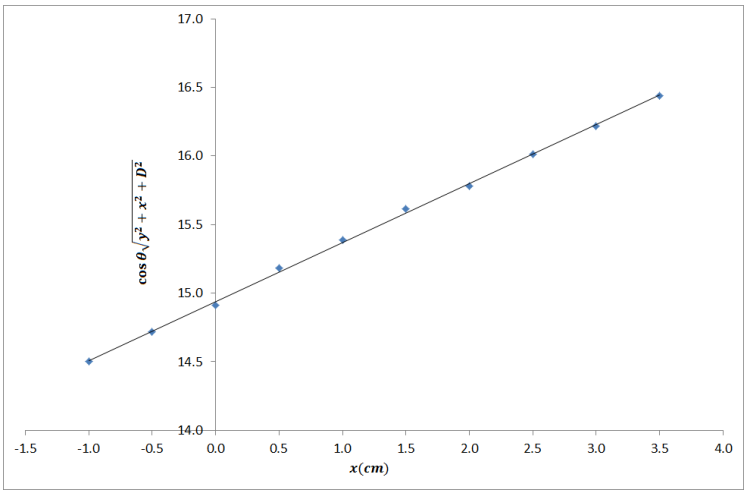
E2.2
I 의 꼴이 올바르면 0.3점

E2.3
S 의 꼴이 올바르면 0.3점

E2.4
M 과 x 의 선형 관계를 그리면 0.4점

E2.5
ϕ^* 의 값이 올바르면 0.3점
($\pm5^\circ$ 불확도 안이면 0.3점,
$\pm8^\circ$ 불확도 안이면 0.2점,
그 밖에는 0점)

그러면 M 대 x 를 다음과 같이 그릴 수 있다:



그래프로부터 기울기를 어림하면 $\phi^* = 23.2°$ 를 얻는다. (참고: y 절편이 $D = 14.9$ cm 임도 알 수 있는데, 이는 이 실험에서 정한 값과 잘 맞는다.)

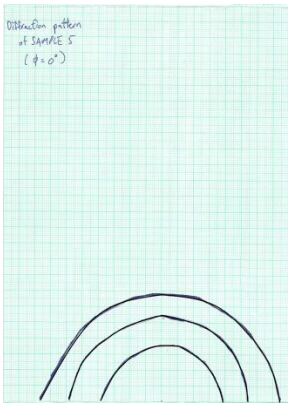
따라서,

ϕ^*	$23.2°$

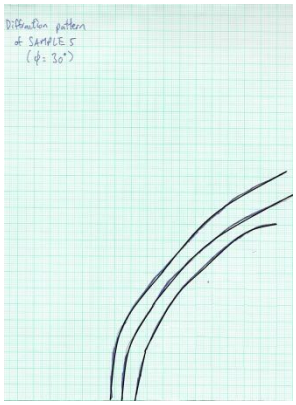
F 부분: 시료 5에서의 회절 무늬

과제		배점
F1	**$\phi = 0°, 30°, 60°, 90°$ 각각에 대해 관측한 회절 무늬를 서로 다른 모눈종이에 기록하여라. 각 모눈종이의 맨 위에 '#5' 와 해당하는 ϕ 값을 적어라. 10차가 넘는 회절 차수를 관측할 수 있을 것으로 예상되지만, 각 모눈종이에는 비교적 밝은 세 차수만 기록하면 된다.**	**합계 = 0.8점** **F1.1** $\phi = 0°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **F1.2** $\phi = 30°$ 에 대한 회절 무늬를 올바르게 그리면 0.2점 **F1.3** $\phi = 60°$ 에 대해 올바르게 그리면 0.2점 **F1.4** $\phi = 90°$ 에 대해 올바르게 그리면 0.2점

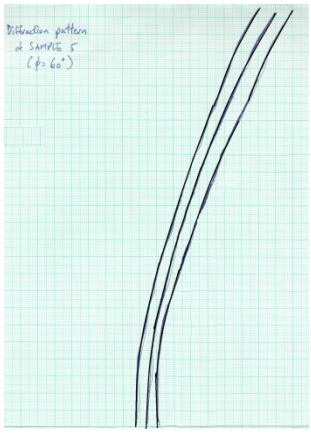
풀이:



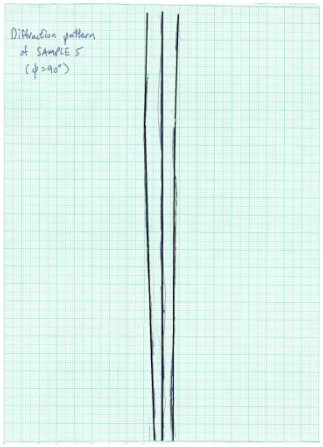
$\phi = 0^\circ$



$\phi = 30^\circ$



$\phi = 60^\circ$



$\phi = 90^\circ$

F2

이 이해를 바탕으로, 과제 (F1)에서 $\phi = 0^\circ$ 에 대해 기록한 회절 무늬를 써서 시료 5의 균일한 간격의 미리 만든 홈의 간격 b 를 미터 단위로 어림하여라. b 의 값을 답안지에 적어라.

[b 값을 어림할 때는 1차 회절의 측정 자료만 쓰면 되며, 어림한 b 는 유효 숫자 세 자리로 반올림해야 한다.]

풀이:

$\phi = 0^\circ$ 에서 시료 5의 회절 무늬가 만들어지는 과정은 다음과 같이 볼 수 있다. 주기적인 미리 만든 홈(z 방향에 수직)은 y 축을 따라 놓인 불연속 회절 점들을 만든다. 그러나 이 점 각각은 불균일한 간격의 배경 긁힘 홈 때문에 호로 늘어나며, 그래서 관측된 것처럼 여러 개의 호 무늬를 이룬다. 이 이해를 바탕으로, 가장 밝은 호의 마루를 0차(이는 $D\tan 20.1^\circ = 5.5$ cm 에 있어야 한다)로 잡고, 1차 회절 무늬 마루의 y_1 값을 잰다. 이는 다음과 같이 식 (3)을 만족해야 한다:

$$y_1 = D\sqrt{\frac{b^2}{(b\cos\theta - \lambda)^2} - 1}$$

여기서 b 는 미리 만든 홈의 간격이다. 시료 5의 $\phi = 0^\circ$ 에서 기록한 회절로부터 y_1 의 값은 0.0695 m 로 측정된다. 과제 (D1)에서 한 것과 비슷하게 y_1 에 대한 식을 정리하여 다음 이차 방정식을 만들 수 있다

$$Ab^2 + Bb + C = 0$$

여기서

A	$y_1^2\cos^2\theta + D^2\cos^2\theta - D^2 = 1.481\times10^{-3}$
B	$-2\lambda\cos\theta\,(y_1^2 + D^2) = -3.320\times10^{-8}$
C	$\lambda^2(y_1^2 + D^2) = 1.149\times10^{-14}$

여기서도 b 의 유일하게 유효한 해를 취하면(자세한 설명은 과제 (D3)의 풀이 참고)

합계 = 1.6점

F2.1
y_1 의 값이 올바르면 0.3점
(0.3점: y_1 이 ±10% 불확도 안,
(0.2점): y_1 이 ±20% 불확도 안
그 밖에는 0점)

F2.2
식 (3)을 인용하면 0.3점

F2.3
과제 (D2)에서 유도한 A 의 식을 인용하면 0.2점

F2.4
과제 (D2)에서 유도한 B 의 식을 인용하면 0.2점

F2.5
과제 (D2)에서 유도한 C 의 식을 인용하면 0.2점

F2.6
b 의 값이 올바르면 0.4점
(0.4점: b 가 ±10% 불확도 안,
0.2점: b 가 ±20% 불확도 안,
그 밖에는 0점)

	$$b = \frac{-B + \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A}$$ $$\therefore b \approx 2.21 \times 10^{-5}\ \text{m}$$ 또는 식 (3)을 다음 꼴로 정리한 다음 $$b = \frac{m\lambda}{\left(\cos\theta - \sqrt{\frac{D^2}{y^2 + D^2}}\right)}$$ 간격 b 를 그에 맞게 풀어도 된다.	

b	$2.21 \times 10^{-5}\ \text{m}$

G 부분: ZnSe 의 면 간격 결정

과제		배점
G1	**ZnSe 시료에 대해, 그림 16과 위에 주어진 실험 조건을 바탕으로, 불균일한 간격의 나노 홈에 수직인 주기적 원자 격자면의 격자면 간격 a^* 를 미터 단위로 구하여라. 결과를 답안지의 해당 표에 적어라.** **<u>풀이:</u>** 과제 (D)에 주어진 식 (2)를 다시 보면, $$x = \frac{Dm\lambda\cos\phi}{a^*\cos\theta - m\lambda\sin\phi}$$ 주기적 원자 격자면에 대해서는 $\theta \approx 0^\circ$ 이고 $\phi = 0^\circ$ 이므로 식 (2)는 다음과 같이 된다 $$x = \frac{Dm\lambda}{a^*}$$	**합계 = 1.7점** **G1.1** 과제 (D)의 식 (2)를 인용하면 0.4점 **G1.2** a^* 의 식을 제시하면 0.5점 ($\Delta x = \frac{D\lambda}{a^*}$ 로부터) **G1.3** 그림 10에 보인 회절 줄무늬로부터 Δx 의 값(즉 0.7 cm)을 올바르게 측정하면 0.2점 **G1.4** λ 의 값이 올바르면 0.3점 (즉 0.1067×10^{-10} m) **G1.5**

여기서 a^* 는 불균일한 간격의 나노 홈에 수직인 주기적 원자 격자면의 격자면 간격이다. 따라서 RHEED 줄무늬의 평균 간격은 다음과 같이 쓸 수 있다

$$\Delta x = \frac{D\lambda}{a^*}$$

이는 주어진 RHEED 무늬에서 0.7 cm 로 측정할 수 있다. $D = 0.26$ m 이고 λ 를 식 (6)으로 0.1067×10^{-10} m 로 계산할 수 있으므로, 구하려는 ZnSe 의 격자면 간격은 다음과 같이 계산할 수 있다

$$a^* = \frac{0.26\ \text{m} \times (0.1067 \times 10^{-10}\ \text{m})}{0.007\ \text{m}}$$

$$\therefore a^* = 3.96 \times 10^{-10}\ \text{m}$$

a^*	3.96×10^{-10} m

참고: ZnSe 의 경우 해당 격자면의 실제 면 간격은 $a^* = 4 \times 10^{-10}\, m$ 이다.

또는 ZnSe 의 해당 격자면을 규칙적인 격자로 보고, 회절 격자의 표준 공식을 써서 같은 a^* 값을 얻어도 된다.

a^* 의 값이 올바르면 0.3점

(0.3점: a^* 가 $\pm 0.31 \times 10^{-10}$ m 불확도 안,
그 밖에는 0점)

참고: a^* 를 정할 때 오차의 주된 원인은 자로 줄무늬 간격을 재는 데 따른 불확도 (즉 ± 0.005 m)이다.

END