외팔보의 탄성 (10점)

이 문제를 시작하기 전에 별도의 봉투에 든 일반 지침을 읽으십시오.

I. 서론

외팔보는 흔한 기계 구조물 가운데 하나이다(그림 1 참고). 구조 설계에서 전단 굽힘에 저항하는 주요 구조로 쓰일 뿐 아니라, 나노 공학 분야에서도 자주 볼 수 있다. 나노 외팔보의 탄성 반응을 분석하고 응력과 변형률 사이의 관계를 밝히는 일은 응용 물리학에서 중요하다. 그러나 나노 재료의 기계적 성질을 직접 측정하기는 상당히 어렵다. 거시적 규모의 1축 인장 시험과 달리 압입 시험으로만 얻을 수 있다. 원자간력 현미경이나 나노 압입기로 힘을 가한 나노 외팔보에 대해서는, 나노 외팔보의 휨 변형을 관찰하여 그 영률을 추정하는 것이 미시적 규모에서 재료의 기계적 성질을 측정하는 가장 중요한 도구 가운데 하나가 된다.

(A)



(B)

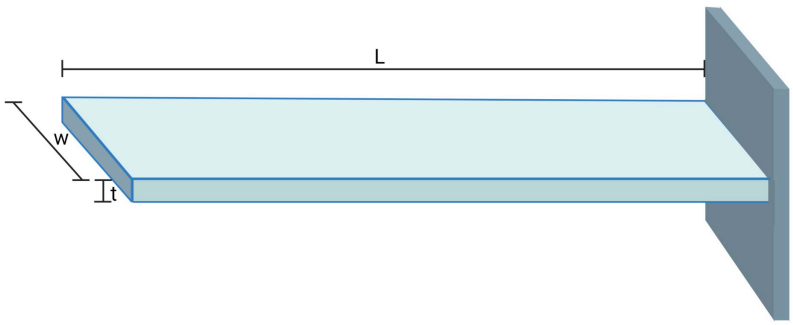


그림 1(A) 나노 외팔보의 SEM 이미지 (B) 길이 L, 폭 w, 두께 t 인 나노 외팔보의 그림.

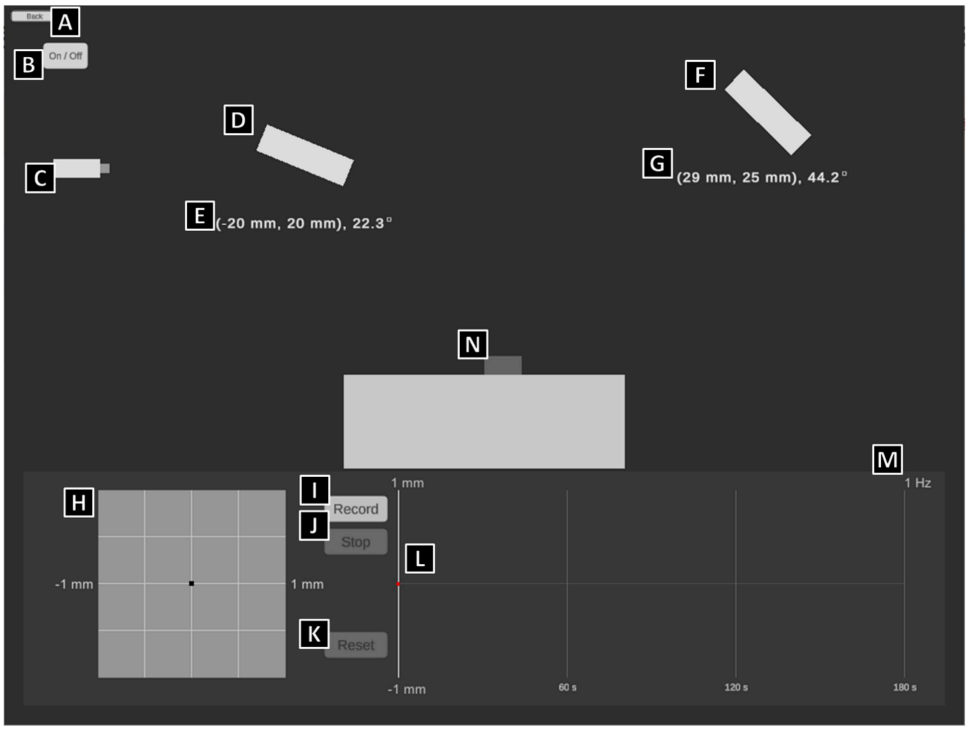
Experiment

Q1-2

Korean (Korea (Republic of))

II. 장치 소개

1A

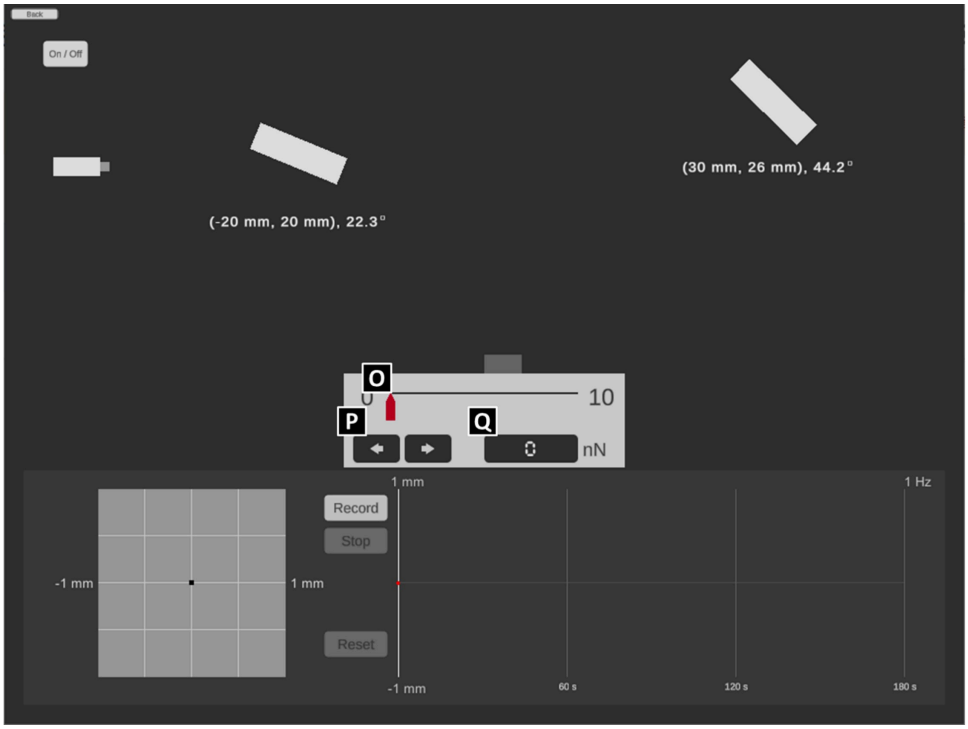


공통

- A. 이전 페이지로 돌아가기
- B. 레이저 스위치
- C. 레이저 방출기
- D. 반사경: 옆의 화살표를 클릭하거나 왼쪽 마우스 버튼으로 직접 끌어서 정밀하게 제어할 수 있다.
- E. 반사경의 위치: 좌표는 1×10^{-3} m 까지, 각도는 0.1° 까지 정확하다.
- F. 위치 민감 검출기(PSD)
- G. 반사경의 위치: 좌표는 1×10^{-3} m 까지, 각도는 0.1° 까지 정확하다.
- H. PSD 기록 장치: 옆의 화살표를 클릭하거나 왼쪽 마우스 버튼으로 직접 끌어서 수평으로 움직여 정밀하게 제어할 수 있다. 이 장치의 이동 범위는 연직·수평 모두 $\pm 1 \times 10^{-3}$ m 이내이다.
- I. PSD 기록기: 기록 시작 버튼
- J. PSD 기록기: 기록 정지 버튼
- K. PSD 기록기: 기록 초기화 버튼

- L. PSD 기록 이력: 읽음값은 0.0001×10^{-3} m 까지 정확하며, 최장 180초 동안 기록할 수 있다. 그래프 위에서 왼쪽 마우스 버튼으로, 또는 키보드의 화살표 키를 눌러 데이터를 조회할 수 있다.
- M. PSD 기록 주기: 1 Hz
- N. 나노 빔 받침대: 받침대 왼쪽 위 모서리의 좌표는 (0, 0)이며, 나노 빔은 윗면 왼쪽 가장자리에 설치된다.

1B

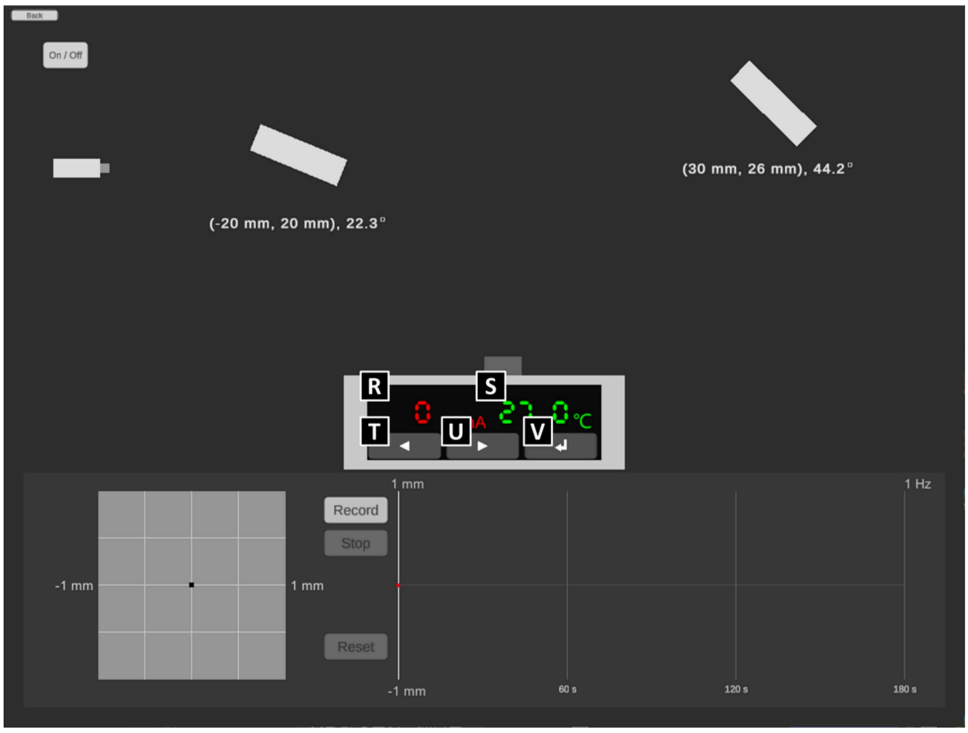


- O. 점 하중 조절기: 빨간 커서를 수평으로 끌어서 힘을 조절할 수 있다.
- P. 점 하중 미세 조절기: 왼쪽 마우스 버튼으로 화살표 버튼을 클릭하여 힘을 정밀하게 조절할 수 있다.
- Q. 점 하중 표시기: 정밀도는 0.01×10^{-9} N 이다.

Q1-4

Korean (Korea (Republic of))

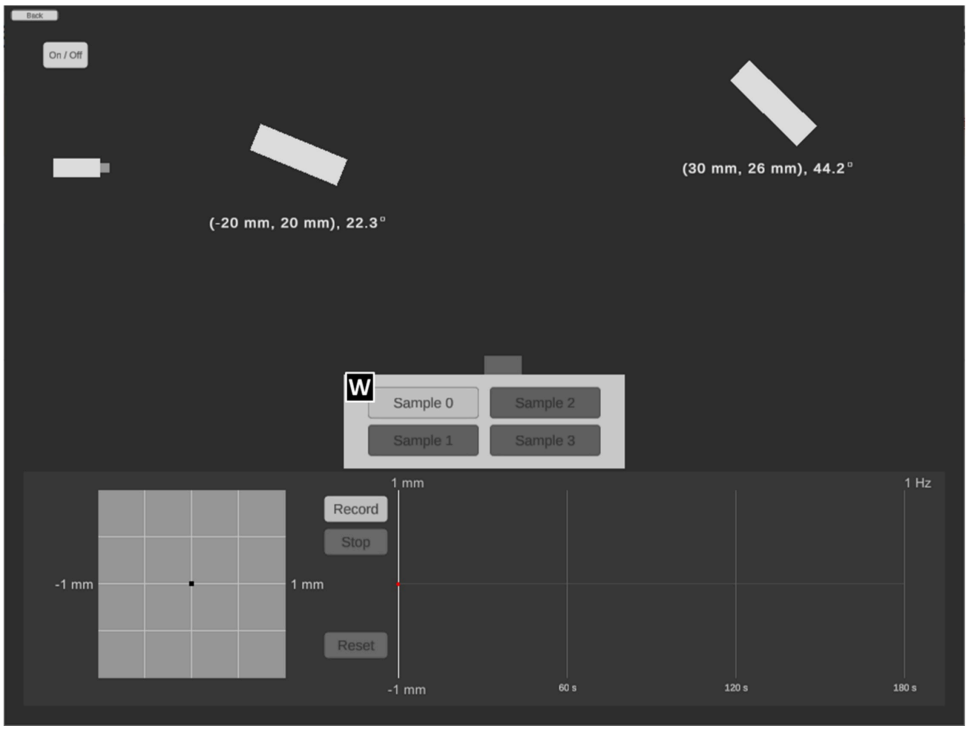
1C



- R. 가열기 전류 표시기, 정밀도는 1×10^{-3} A.
- S. 가열기 온도 표시기, 정밀도는 $0.1\ ^\circ$C
- T. 가열기 전류를 줄이는 버튼: 한 번 클릭에 2×10^{-3} A
- U. 가열기 전류를 늘리는 버튼: 한 번 클릭에 2×10^{-3} A
- V. 전류 변화를 적용하는 버튼: 시료를 데우거나 식히는 데 걸리는 시간은 실제 세계의 경험을 따르며 임의로 바꿀 수 없음에 **주의하라.** 즉 과도한 전류로 시료를 지나치게 가열하면 시료를 식히는 데 걸리는 시간이 늘어난다.

Q1-5

1D



- W. 시료 전환 스위치: 왼쪽 마우스 버튼으로 직접 클릭하여 시험 시료를 바꾼다.

III. 실험

주의: 데이터와 답은 반드시 과학적 표기법과 SI 단위로 나타내야 한다. 길이의 단위는 미터여야 한다.

파트 A. 광로의 정렬

광학 현미경으로 미시적 규모의 나노 외팔보의 처짐을 직접 측정하는 것은 쉬운 일이 아니다. 그러므로 레이저의 직진성과 반사를 이용하여 위치 민감 검출기(PSD)로 반사를 측정할 수 있다. 이 실험에 쓰인 나노 외팔보의 길이 L 은 약 100×10^{-6} m 이다. 프로그램 1A를 이용하여 문제 **A.1** 부터 **A.3** 까지 답하시오.

A.1	레이저 점이 외팔보의 반사 영역 가운데에 맞도록 광로를 설계하시오. 레이저 점이 PSD 표시 화면의 원점 근처에 안정하게 나타나도록 하고, 각 부품의 상대적 위치(좌표와 각도)를 답안지에 그리시오.	0.6pt

A.2	장치를 켜면 외팔보가 흔들리므로 안정한 상태에 이르기까지 시간이 걸릴 수 있다. 장치를 켠 뒤, PSD 위 광점의 위치와 시간의 그래프가 프로그램 오른쪽 아래에 표시된다. “기록” 버튼을 누른 뒤 외부 교란 아래에서 3초마다 PSD 위 광점의 위치 d 를 기록하시오. 적어도 40개의 데이터 점을 기록한 뒤 “정지” 버튼을 눌러 데이터 수집을 멈추시오.	0.8pt

A.3	A.2에서 얻은 데이터의 **안정한 구간**을 이용하여, 실험 환경의 요동 아래에서 이 외팔보의 측정 기준값을 구하시오. ($\bar{d}$ 는 d 의 평균값이다.)	1.0pt

주의: 측정의 편의를 위해, 외팔보가 환경 교란의 영향 아래에서 안정한 상태에 이르렀다고 가정한다. 즉 광학 부품의 진동은 측정값에 영향을 주지 않는다.

주의: 데이터와 답은 반드시 과학적 표기법과 SI 단위로 나타내야 한다. 길이의 단위는 미터여야 한다.

주의: 파트 B에서는 데이터 분석에서 표준 편차의 계산이 필요하지 않다.

파트 B. 외팔보의 변형과 영률의 유도

외팔보 재료의 영률은 원자간력 현미경이나 나노 압입 시험기로 외팔보의 자유단에 외력을 가하여 얻을 수 있다. 변형의 측정을 통해 영률의 크기를 얻을 수 있다. 나노 외팔보에 힘을 가할 때, 변형량이 재료의 탄성 한계를 넘지 않으면 힘과 자유단의 변형 사이의 관계는 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\delta = \frac{FL^3}{3EI} \tag{1}$$

여기서 F 는 끝점에 가한 힘, E 는 영률, I 는 외팔보 단면의 단면 2차 모멘트, L 은 외팔보의 길이, δ 는 휨 변형의 크기이다. 단면 2차 모멘트 I 는 굽힘 변형을 받는 물체의 단면 크기가 그 굽힘 변형에 미치는 영향을 나타내는 물리량이다. 단면 2차 모멘트의 값은 간단한 적분으로 계산할 수 있다. 그림 2와 같이 단면의 높이가 t, 폭이 w 인 외팔보가 있을 때, 그 단면 2차 모멘트는 다음과 같이 적분으로 계산할 수 있다.

$$I = \int_A y^2\, dA = \frac{1}{12} wt^3 \tag{2}$$

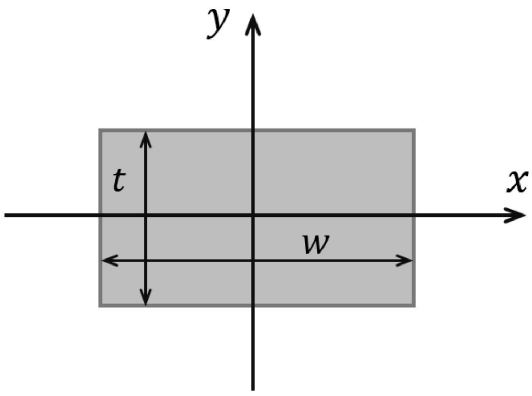


그림 2 외팔보 단면의 개략도.

Q1-8

Korean (Korea (Republic of))

이 실험에 쓰인 외팔보는 L 이 100×10^{-6} m, w 가 35×10^{-6} m, t 가 0.20×10^{-6} m 이다. 기판 재료로 실리콘을 쓰며, 그 표준 영률 E 는 280×10^{9} Pa 이다.

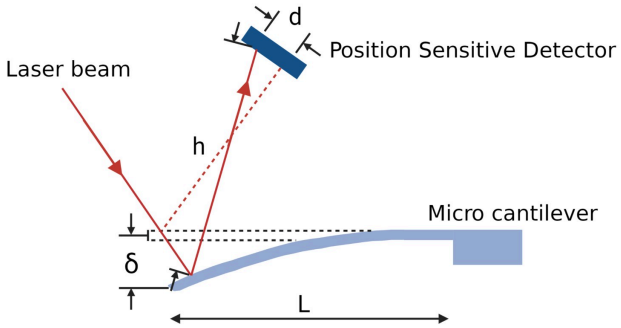


그림 3. 광 지레 장치의 그림.

프로그램 1B를 이용하여 문제 B.1부터 B.3까지 답하시오.

B.1	외력이 0 N 일 때의 광로를 설계하시오. 레이저 점이 외팔보 반사 영역의 가운데에 맞도록 하고, 레이저 점이 PSD 표시 화면의 중심 근처에 안정하게 나타나도록 하시오. 표에 데이터를 기록하여 측정 기준값 d_0 를 얻으시오. 이때 PSD 위 광점의 위치를 변위 $\Delta d = 0$ 으로 둔다. 그런 다음 외팔보에 서로 다른 크기의 외력 다섯 개를 가하고, 답안지의 표에 실험 결과를 기록하시오.	1.0pt
B.2	표를 채우시오. 휨 변형의 크기 δ 를 y 축으로, $\overline{\Delta d}$ (PSD 위 광점 변위의 평균)를 x 축으로 하여 그래프를 그리시오.	1.0pt
B.3	그림 3에 나타낸 광 지레 관계 $\delta = C_1 \overline{\Delta d}$ 로부터 C_1 값을 유도하시오.	0.4pt

주의: 측정의 편의를 위해, 외팔보가 환경 교란의 영향 아래에서 안정한 상태에 이르렀다고 가정한다. 즉 광학 부품의 진동은 측정값에 영향을 주지 않는다.

주의: 데이터와 답은 반드시 과학적 표기법과 SI 단위로 나타내야 한다. 길이의 단위는 미터여야 한다.

주의: 파트 C에서는 데이터 분석에서 표준 편차의 계산이 필요하지 않다.

파트 C. 이중층 외팔보

이중층 외팔보는 나노 공학 응용(예: IC 인쇄 회로 기판이나 나노 브레이크)에서 자주 쓰이는 구조이다. 이는 가열될 때 서로 다른 비율로 팽창하는 두 층의 서로 다른 재료로 이루어진다. 티모셴코 보 이론에서는 굽힘 강성의 차이를 고려하였다. 그림 4는 두께 t_1 과 t_2, 열팽창 계수 α_1 과 α_2, 영률 E_1 과 E_2 를 가진 두 층으로 이루어진 이중층 외팔보를 보여준다.

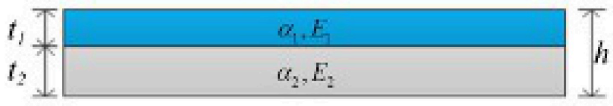


그림 4. 외팔보로 쓰인 이중층 재료의 개략도.

보 이론에 따르면 두 층의 변형률은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\gamma_1 = \alpha_1 \Delta T + \frac{P_1}{w t_1 E_1} + \frac{t_1}{2r} \tag{3}$$

$$\gamma_2 = \alpha_2 \Delta T + \frac{P_2}{w t_2 E_2} + \frac{t_2}{2r} \tag{4}$$

여기서 P_i 는 알짜힘, ΔT 는 온도 차, w 는 폭, r 는 곡률 반지름이다. 알짜힘은 그림 4와 같이 균형을 이루어야 한다. 합모멘트 M 과 알짜힘 P_i 사이의 관계는 다음과 같다.

$$M = \sum_i P_i \frac{h}{2} \tag{5}$$

합모멘트 M 은 굽힘 강성 $E_i I_i$ 와 곡률 반지름 r 의 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$M = \sum_i \frac{E_i I_i}{r} \tag{6}$$

E_i 는 영률이고 I_i 는 관성 모멘트이다. 경계 조건은 변형률이 연속일 것, 즉 $\gamma_1 = \gamma_2$ 를 요구한다. 이 경계 조건으로부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\kappa = \frac{1}{r} = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)(T - 300)}{\frac{2}{hw}\left(\frac{t_1E_1 + t_2E_2}{t_1E_1t_2E_2}\right)(E_1I_1 + E_2I_2) + 0.5h} \tag{7}$$

$$\delta = \kappa L^2 \tag{8}$$

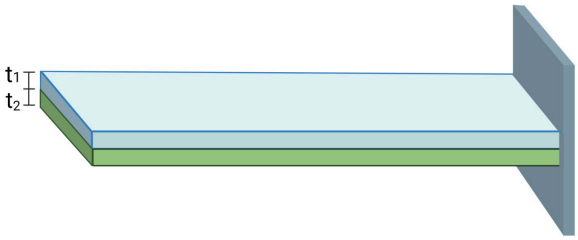


그림 5: 이중층 보 (위층은 금속 X. 아래층은 실리콘.)

이중층 보 구조가 그림 5에 나타나 있다. 이 실험의 변수는 다음과 같다. L 은 100×10^{-6} m, w 는 35×10^{-6} m, t_2 는 0.2×10^{-6} m, t_1 은 0.04×10^{-6} m, 열팽창 계수 α_1, α_2 는 14.2×10^{-6}/K 와 0.8×10^{-6}/K, 단면 2차 모멘트 I_1, I_2 는 $1.867 \times 10^{-28}\ \mathrm{m}^4$ 와 $2.333 \times 10^{-26}\ \mathrm{m}^4$ 이다. 아래층은 실리콘 기판이며, 실리콘의 영률 E 는 280×10^9 Pa 이다.

프로그램 1C를 이용하여 문제 C.1부터 C.3까지 답하시오.

C.1	광로가 있는 간단한 실험 그림을 설계하시오. 레이저 빔이 반사 영역의 중심 근처에 나타나게 하시오. 실온에서의 데이터를 기록하고 측정 기준값 d_0 를 구한 뒤, 이 기준값을 $\Delta d = 0$ 으로 삼으시오. 그런 다음 온도를 더 높게 올리고, 이중층 보가 안정해질 때까지 기다린 뒤 데이터를 기록하시오. 적어도 5가지 서로 다른 온도에 대해 해 보고 답안지의 표에 데이터를 기록하시오.	1.0pt

C.2	표를 채우시오. 휨 변형의 크기 δ 를 y 축으로, 온도 T 를 x 축으로 하여 그래프를 그리시오. 데이터 분석으로 기울기를 구하시오. B.3의 δ 와 $\overline{\Delta d}$ 사이의 관계를 쓸 수 있다.	1.0pt

C.3	C.2의 데이터를 이용하여 위층 재료의 영률을 계산하시오.	0.6pt

주의: 측정의 편의를 위해, 외팔보가 환경 교란의 영향 아래에서 안정한 상태에 이르렀다고 가정한다. 즉 광학 부품의 진동은 측정값에 영향을 주지 않는다.

주의: 데이터와 답은 반드시 과학적 표기법과 SI 단위로 나타내야 한다. 길이의 단위는 미터여야 한다.

주의: 파트 D에서는 데이터 분석에서 표준 편차의 계산이 필요하지 않다.

파트 D. 분자 흡착에 의한 외팔보 굽힘의 시험

복합 외팔보는 나노 구동기뿐 아니라 나노 감지기로도 쓸 수 있다. 예를 들어 그림 6은 표면에 미세유체 채널이 집적되고 단백질 층이 입혀진 이중층 외팔보로 이루어진 나노 단백질 감지기를 보여준다. 다른 생체 단백질이 외팔보에 흡착되면, 분자 사이의 반데르발스 상호작용 때문에 단백질의 부착이 그 단백질에 고유한 분포를 가지는 표면 응력을 일으키고, 그 결과 검출할 수 있는 보의 굽힘이 생긴다.

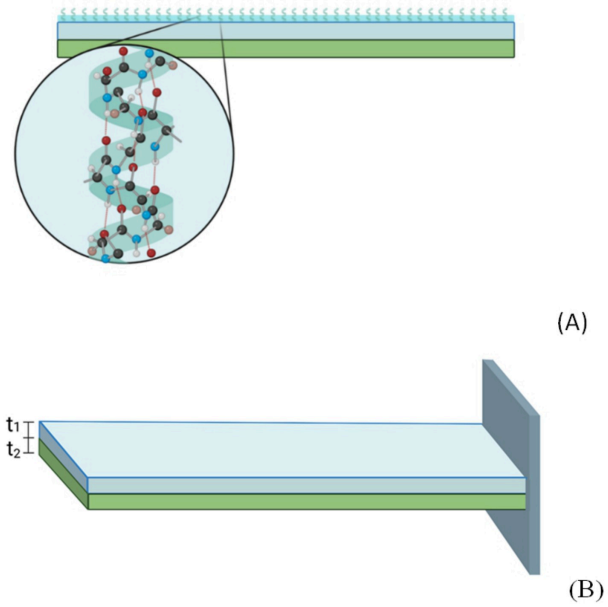


그림 6. (A) 나노 감지기로 쓰이는 이중층 외팔보. 위층에는 단백질 층이 입혀져 있다. (B) 외팔보 구조의 개략도(축척과 무관). 위층은 금속 X, 아래층은 Si로 만들어져 있다.

Q1-12

Korean (Korea (Republic of))

이 실험에 쓰인 이중층 외팔보의 개략도가 그림 6(B)에 나타나 있다. 길이 L 은 약 $\sim 100 \times 10^{-6}$ m, $w \sim 35 \times 10^{-6}$ m, $t_2 \sim 0.2 \times 10^{-6}$ m, $t_1 \sim 0.04 \times 10^{-6}$ m 이다. 아래층은 기판으로 Si를 쓴다. Si의 영률은 280×10^9 Pa 이다. 피복률(CR)은 시료 0에 대해 ~ 0, 시료 1에 대해 $\sim 1\%$ 이다. 입혀진 분자는 양이 매우 적고 CR 가 작으므로 그 두께와 영률이 외팔보에 미치는 영향은 무시할 수 있다. 유효 굽힘 강성은 $EI^* \approx 1.84 \times 10^{-13}\ \mathrm{N \cdot m^2}$ 라고 가정한다. 프로그램 1D를 이용하여 문제 D.1부터 D.4까지 답하시오.

D.1	시료 0에 대해, 반사된 레이저 점이 반사 영역의 중심에 오도록, 즉 레이저 점이 PSD 화면의 원점에 안정하게 나타나도록 광로를 설계하시오. 데이터지의 표에 측정한 기준값 d_0 를 기록하시오. 이 위치에서 레이저 점의 변위 Δd 를 0으로 둔다($\Delta d = 0$). 그런 다음 시료 1로 실험을 되풀이하시오. 답을 데이터지의 표에 기록하시오. 시료 1은 모든 시료 가운데 피복률(CR)이 가장 높음에 유의하라.	0.6pt
D.2	휨 변형의 크기 δ 와 피복률(CR)의 함수 꼴이 $\delta = C_2 \frac{CR}{EI^*} L^4$ 로 나타난다고 가정하자. D.1에서 얻은 데이터를 바탕으로 C_2 를 어림하시오. B.3의 δ 와 $\overline{\Delta d}$ 사이의 관계를 쓸 수 있다.	0.6pt
D.3	같은 분자이지만 CR 가 다른 시료 2와 시료 3을 쓰시오. 두 시료 모두에 대해 PSD에 나타난 광점 변위 Δd 를 측정하시오. 답을 데이터지에 기록하시오.	0.8pt
D.4	시료 2와 시료 3의 CR 를 (%로 나타내어) 어림하시오.	0.6pt