EQ1: 공식 풀이[1]

A.1 (1.0 pt)

자석을 각 축을 따라 움직이면서 자기장의 변화를 살펴본다. 예를 들어 자석이 스마트폰의 길이 방향으로 놓여 있고 자석을 같은 방향(스마트폰의 길이 방향)으로 움직이면, 자석이 자력계를 지날 때 자기장의 부호가 바뀌는 것을 볼 수 있다.

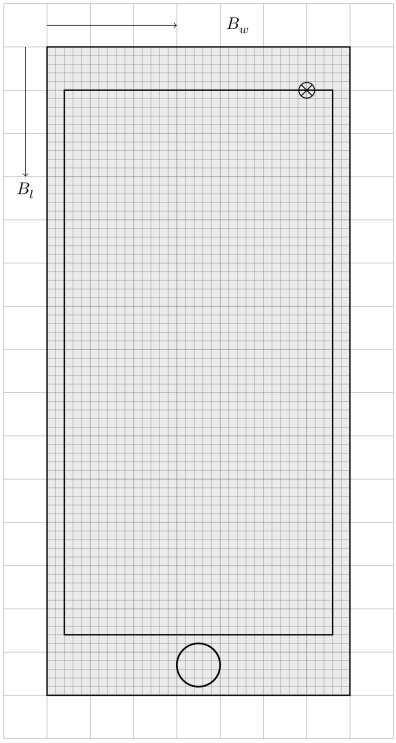
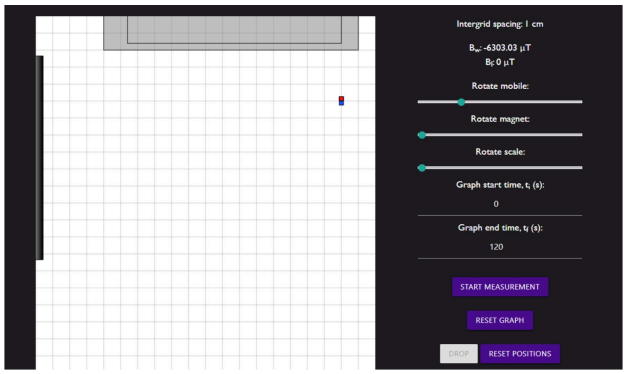


그림 1

1 Chandan Relekar(IISc 방갈로르), Siddhant Mukherjee(영국 케임브리지 대학교), Siddharth Tiwary(IIT 파와이 뭄바이), Charudutt Kadolkar(IIT 구와하티), Praveen Pathak(HBCSE-TIFR 뭄바이)가 이 문제의 주 저자이다. 학술위원회와 국제이사회의 기여에 감사드린다.

A.2 (2.3 pt)

쌍극자 모멘트를 구하기 위한 장치



쌍극자 중심에서 거리 $x(x \gg d)$만큼 떨어진 점에서 점 쌍극자의 자기장 B_w 는 다음과 같이 근사할 수 있다.

$$B_w = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M}{x^3} \tag{1}$$

위 식을 정리하면

$$B_w = \frac{\mu_0 M}{2\pi} \times \frac{1}{x^3} \tag{2}$$

식 (2)로부터 B_w 대 $\frac{1}{x^3}$ 그래프는 원점을 지나는 직선이다. 기울기를 구하면 자석의 쌍극자 모멘트를 얻는다.

A1-3

A.2 (계속)

자석의 쌍극자 모멘트:

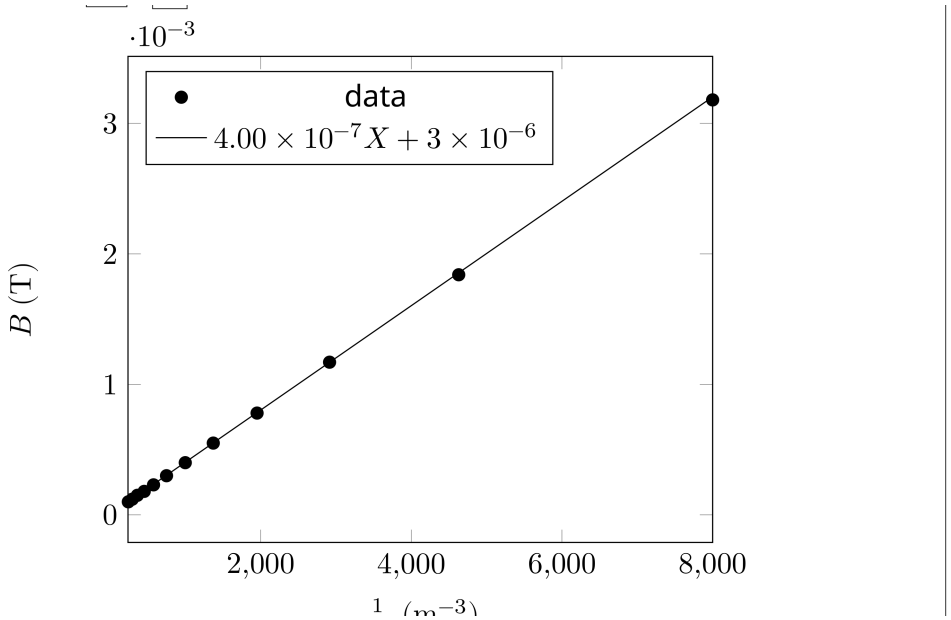
알맞은 양을 채워 넣으라.

번호	x (cm)	B_w (μT)	$\frac{1}{x^3}$ (m^{-3})	B_w (T)
1	5	3177.63	8000	0.00317763
2	6	1841.06	4629.63	0.00184106
3	7	1170.34	2915.45	0.00117034
4	8	783.69	1953.13	0.00078369
5	9	550.22	1371.74	0.00055022
6	10	403.42	1000	0.00040342
7	11	301.21	751.31	0.00030121
8	12	231.96	578.7	0.00023197
9	13	181.58	455.17	0.00018158
10	14	146.03	364.43	0.00014603
11	15	118.72	296.3	0.00011872
12	16	98.18	244.14	0.000099

식 (2)로부터 B_w 대 $\frac{1}{x^3}$ 그래프는 원점을 지나는 직선이다. 쌍극자 모멘트의 크기는 기울기에서 구할 수 있다.

A.2 (계속)

B_w 대 $\frac{1}{x^3}$ 그래프



그래프의 기울기: $4.00 \times 10^{-7}\ \mathrm{N\,m^2/A}$

자석의 쌍극자 모멘트: $2.00\ \mathrm{A\,m^2}$

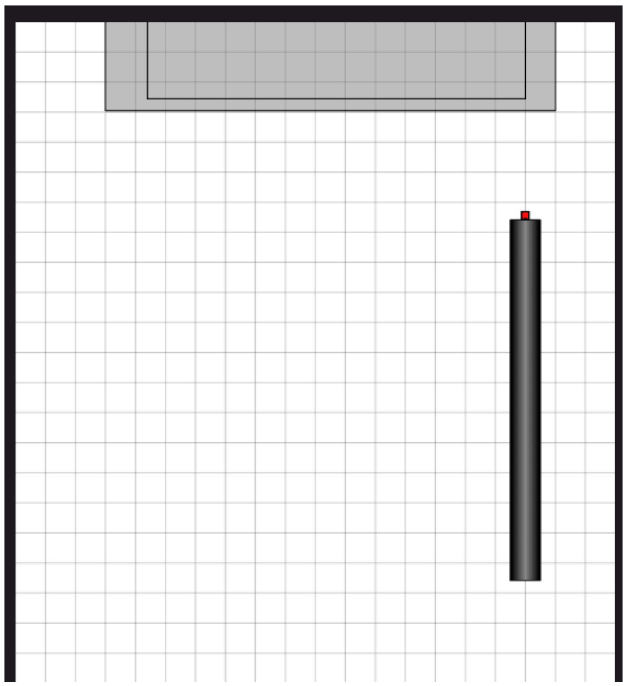
APhO INDIA 2022 22nd Asian Physics Olympiad

A1-5

Korean (Korea (Republic of))

B.1 (0.3 pt)

스마트폰을 돌려서 아래와 같이 자석과 관을 스마트폰의 너비 방향으로 정렬한다.



자석이 자력계의 원점에서 거리 x_0 만큼 떨어진 곳에 정지해 있는 경우를 생각하자. 자석을 관의 축을 따라 놓아 준다. 자석은 관을 따라 내려가기 시작한다. 관의 전도성 구간에서는 짧은 가속 운동 뒤에 맴돌이 전류 감쇠 때문에 자석이 종단 속도 v 에 이른다. 이때 자력계가 재는 자기장 B_w 는 시간 t 에 따라 다음과 같이 변한다.

$$B_w(t) = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{M}{(x_0+vt)^3} \tag{3}$$

식 (3)을 정리하면

$$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3} = vt + x_0 \tag{4}$$

B.1 (계속)

얻어진 자기장-시간 곡선은 자석 운동의 서로 다른 세 국면(AB, BC, CD)을 뚜렷이 보여 준다(아래 그림 4 참조).

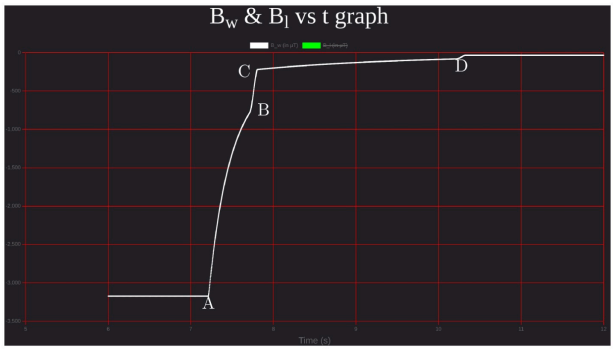


그림 (4)

세 국면 모두에 대해 (B_w, t) 자료를 모아 식 (4)에 따라 그린다. 관의 가속 구간(나무 구간)에서는 그래프가 직선이 아니고, 자석이 종단 속도로 움직이는 전도성 구간(Al과 Cu)에서는 그래프가 직선이 된다. 전도성 구간에서 종단 속도에 이르기 전의 가속 운동 시간은 무시할 수 있다.

다음 소문항의 그래프들로부터 다음을 분명히 알 수 있다.

구간	구간 번호
알루미늄	1
구리	3
나무	2

구리가 알루미늄보다 전도도가 크므로 Cu 구간에서의 종단 속도가 Al 구간보다 작다.

B.2 (2.6 pt)

알루미늄 구간에서 자석의 종단 속도:

알맞은 양을 채워 넣으라.

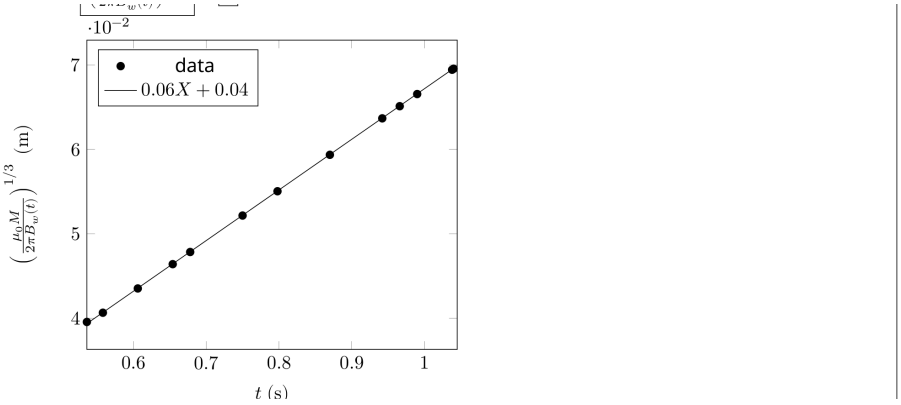
번호	B_w (μT)	t (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	v (m/s)
1	6462.28	0.534	0.0396	0
2	6462.28	0.536	0.0396	0.01
3	5954.24	0.558	0.0407	0.06
4	4850.05	0.606	0.0435	0.06
5	4002.02	0.654	0.0464	0.06
6	3651.48	0.678	0.0478	0.06
7	2817.43	0.75	0.0522	0.06
8	2397.97	0.798	0.055	0.06
9	1911.68	0.87	0.0594	0.06
10	1548.47	0.942	0.0637	0.06
11	1448.01	0.966	0.0651	0.06
12	1356.06	0.99	0.0666	0.06
13	1194.26	1.038	0.0694	0.06
14	1188.09	1.04	0.0696	0.14
15	1142.95	1.05	0.071	

속도 (v) 열은 전진 차분 $\frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$ 으로 구한다.

식 (4)로부터 $\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ 대 t 그래프는 직선이 된다. 직선의 기울기가 종단 속도를 준다.

B.2 (계속)

$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ 대 t 그래프



그래프의 기울기: 6 cm/s.

알루미늄 구간에서 자석의 종단 속도: 6 cm/s

알루미늄 구간의 길이:

그래프의 기울기: 쓰지 않음 그래프의 절편: 쓰지 않음

위 표의 넷째 열의 값은 실제로 자력계로부터 자석까지의 거리를 나타낸다. 전진 차분법으로 자석의 속도(다섯째 열)를 계산한다. 자기장이 0.536 s에서 변하기 시작함에 유의하라. 따라서 이때가 자석이 내려가기 시작하는 시점이다. 자석은 곧 6 cm/s의 종단 속도에 이른다. (v 대 t 곡선을 그렸다면 평평한 선에서 벗어나는) 속도의 변화가 1.040 s에서 일어난다. 이는 이때 자석이 관의 알루미늄 구간을 빠져나갔음을 뜻한다.

알루미늄 구간의 길이 = $(1.040 - 0.536) \times 6$ cm = 3.024 cm.

B.3 (2.2 pt)

구리 구간에서 자석의 종단 속도:

알맞은 양을 채워 넣으라.

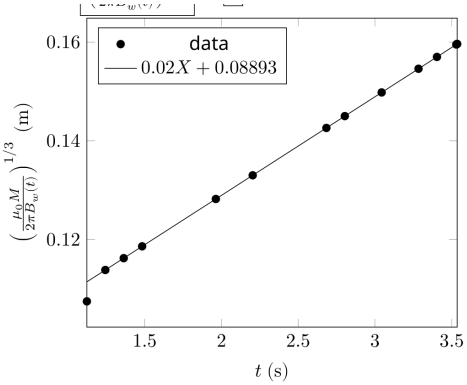
번호	B_w (μT)	t (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	v (m/s)
1	338.23	1.122	0.106	0.85
2	322.39	1.124	0.1075	0.87
3	271.32	1.244	0.1138	0.02
4	254.86	1.364	0.1162	0.02
5	239.70	1.484	0.1186	0.02
6	189.79	1.964	0.1282	0.02
7	169.97	2.204	0.1330	0.02
8	137.91	2.684	0.1426	0.02
9	131.17	2.804	0.1450	0.02
10	118.96	3.044	0.1498	0.02
11	108.22	3.284	0.1546	0.02
12	103.34	3.404	0.1570	0.02
13	98.52	3.53	0.1595	0.02
14	98.44	3.532	0.1596	0.02
15	98.37	3.534	0.1596	0.02
16	98.30	3.536	0.1597	0.05
17	98.22139	3.538	0.1597	

속도 (v) 열은 전진 차분 $\frac{x_{n+1} - x_n}{t_{n+1} - t_n}$ 으로 구한다.

식 (4)로부터 $\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ 대 t 그래프는 직선이 된다. 직선의 기울기가 종단 속도를 준다.

B.3 (계속)

$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ 대 t 그래프



그래프의 기울기: 2 cm/s.

구리 구간에서 자석의 종단 속도: 2 cm/s

구리 구간의 길이:

그래프의 기울기: 쓰지 않음 그래프의 절편: 쓰지 않음

관의 구리 구간의 길이는 $v_c t_c$ 로 계산할 수 있다. 여기서 v_c 는 관의 구리 구간에서 자석의 종단 속도이고 t_c 는 자석이 구리 구간에 머문 시간이다.

위 표의 자료는 자석이 1.124 s에 구리 구간으로 들어가고, 속도가 갑자기 바뀌는 3.536 s에 구리 구간을 빠져나감을 보여 준다.

구리 구간의 길이 = $(3.536 - 1.124) \times 2$ cm = 4.824 cm.

A1-11

B.4 (1.6 pt)

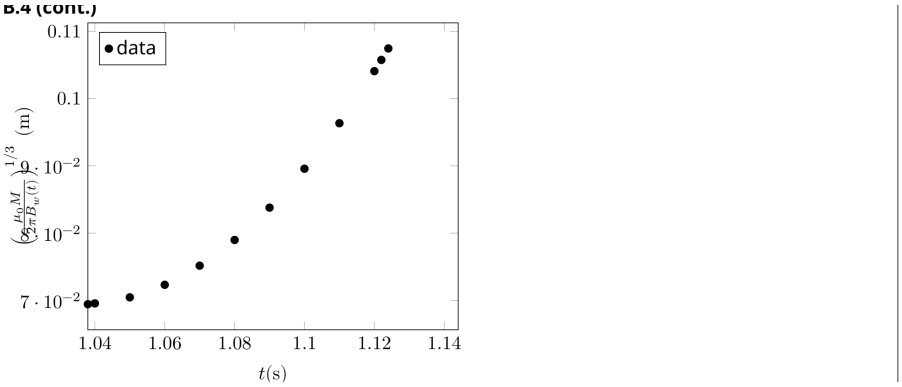
나무 구간의 길이:

알맞은 양을 채워 넣으라.

번호	B_w (μT)	t (s)	$\left(\frac{\mu_0 M}{2\pi B_w(t)}\right)^{1/3}$ (m)	v (m/s)	a (m/s^2)
1	1194.26	1.038	0.0694	0.06	4
2	1188.09	1.04	0.070	0.14	5.66
3	1142.95	1.05	0.071	0.15	9.8
4	1056.94	1.06	0.072	0.25	9.8
5	941.55	1.07	0.075	0.34	9.8
6	811.40	1.08	0.079	0.44	9.8
7	679.75	1.09	0.084	0.54	9.8
8	556.44	1.1	0.090	0.64	9.8
9	447.31	1.11	0.096	0.74	9.8
10	354.74	1.12	0.104	0.83	9.8
11	338.23	1.122	0.106	0.85	−334.92
12	322.39	1.124	0.108	0.18	0.31
13	271.32	1.244	0.114		

속도 (v) 열과 가속도 (a) 열은 각각 전진 차분 $\frac{x_{n+1}-x_n}{t_{n+1}-t_n}$ 과 $\frac{v_{n+1}-v_n}{t_{n+1}-t_n}$ 으로 구한다.

B.4 (계속)



나무 구간은 관의 가운데 구간이다. Al 구간에서 자석이 1.040 s에 Al 구간을 빠져나감을 이미 확인했다. 이 구간에 대해 속도-시간 자료를 표로 만든다. 자석의 속도가 1.124 s에서 갑자기 떨어짐에 유의하라. 이 순간 자석이 관의 구리 구간으로 들어가 맴돌이 전류에 의한 감쇠를 받게 된다.

관의 길이는 $\left(v_{\mathrm{Al}} t_w + \frac{g t_w^2}{2}\right)$ 로 계산할 수 있다. 여기서 v_{Al} 은 관의 알루미늄 구간에서 자석의 종단 속도이고 t_w 는 자석이 나무 구간에 머문 시간이다.

자석이 나무 관에 머문 전체 시간 (t_w) = $(1.124 - 1.040)$ s = 0.084 s

관의 나무 구간의 길이 = 3.96 cm