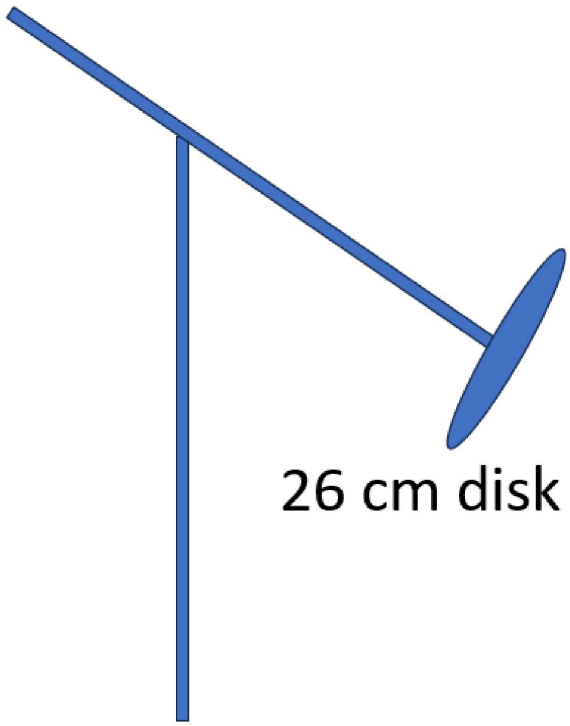
자이로스코프

파트 A: 장치의 정렬 [총점 = 1.0]

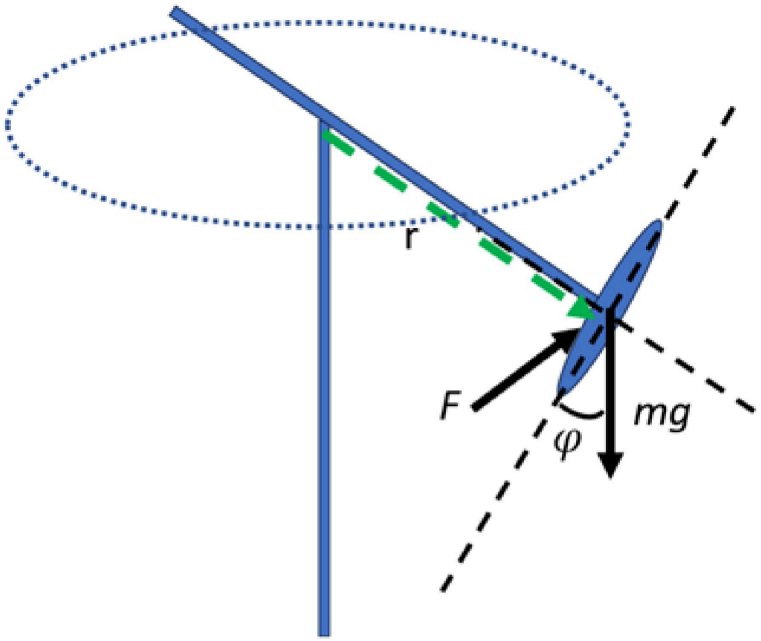
A.1.
[0.6pt]



*채점 기준:

자이로스코프 팔의 한쪽 끝에 추	[0.1pt]
자이로스코프 팔의 더 긴 쪽 끝에 추	[0.1pt]
지름 20 mm × 두께 2 mm 원판을 고른 경우	[0.1pt]
지름 20 mm × 두께 3 mm 원판을 고른 경우	[0.2pt]
지름 20 mm × 두께 4 mm 원판을 고른 경우	[0.3pt]
지름 26 mm × 두께 4 mm 원판을 고른 경우	[0.4pt]

A.2.
[0.2pt]



*채점 기준:

중력 mg 를 포함	[0.1pt]
외력 F 를 포함	[0.1pt]

A.3. **[0.2pt]**

(b) 팔의 길이가 다름 **[0.0pt]**

(e) 원판의 무게 **[0.2pt]**

비고: 학생이 두 개를 넘는 선택지를 고르면 0점을 준다.

파트 B: 회전 속도의 영향 [총점 = 6.5]

B.1. **[1.5pt]**

Arm length (cm)	Voltage (V)	10 cycles period (s)					Average 10 cycles period	Period (s)	Period Standard Deviation (s)	Period Standard Error (s)
		1	2	3	4	5				
	4	34	35	35	34	34	34.4	3.44	0.0548	0.0245
	4.4	35	36	36	36	36	35.8	3.58	0.0447	0.0200
	4.8	38	37	37	37	37	37.2	3.72	0.0447	0.0200
	5.2	40	40	41	40	40	40.2	4.02	0.0447	0.0200
	5.6	41	42	43	41	41	41.6	4.16	0.0894	0.0400
15	6	43	42	42	42	42	42.2	4.22	0.0447	0.0200

측정값을 기록하는 적절한 표	[0.1pt]

여러 주기를 이용하여 회전 주기를 기록 [0.1] 취한 주기 수가 3 미만인 경우 [0.2] 취한 주기 수가 6 미만인 경우 [0.3] 취한 주기 수가 6 이상인 경우	[0.3pt]
실험 반복 [0.1] 두 번 반복한 경우 [0.2] 세 번 반복한 경우 [0.3] 네 번 반복한 경우 [0.4] 다섯 번 이상 반복한 경우	[0.4pt]
한 주기의 평균 주기를 계산	[0.1pt]
단위 V, s, rad/s를 적절히 표기	[0.3pt]
세차 각속도를 계산	[0.1pt]
전압 범위를 고르게 탐색	[0.1pt]

B.2.
[0.8pt]

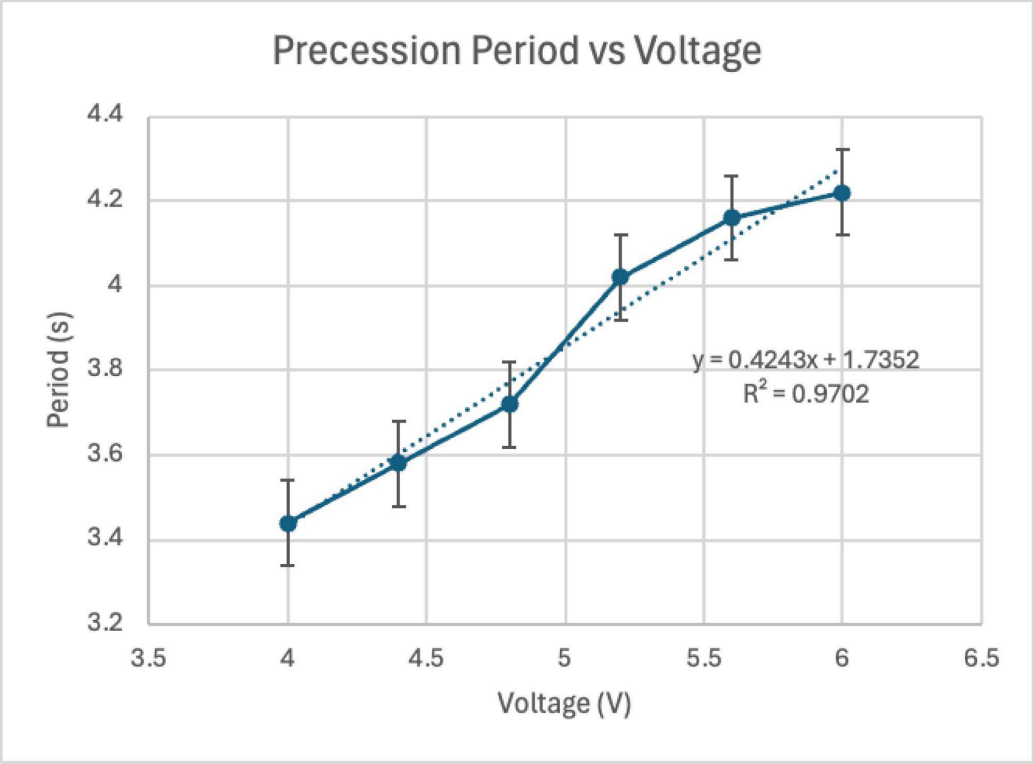
$$Standard\ Deviation = \sqrt{\frac{\sum(T_i - \bar{T})^2}{N-1}}$$

$$Standard\ Error = \frac{Standard\ Deviation}{\sqrt{N}}$$

여기서 T_i 는 세차 주기이고 $\bar{T}$ 는 세차 주기의 평균이다.

올바른 표준편차 식	[0.1pt]
올바른 표준오차 식	[0.1pt]
올바른 계산	[0.5pt]

B.3.
[0.9pt]



축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림 [0.2] 적절한 지수 추세선이 정답의 20 % 이내인 경우 [0.1] 지수 추세선을 그린 경우	[0.2pt]
그래프에 오차 막대를 포함	[0.2pt]
그래프가 영역의 70 % 이상을 차지	[0.1pt]

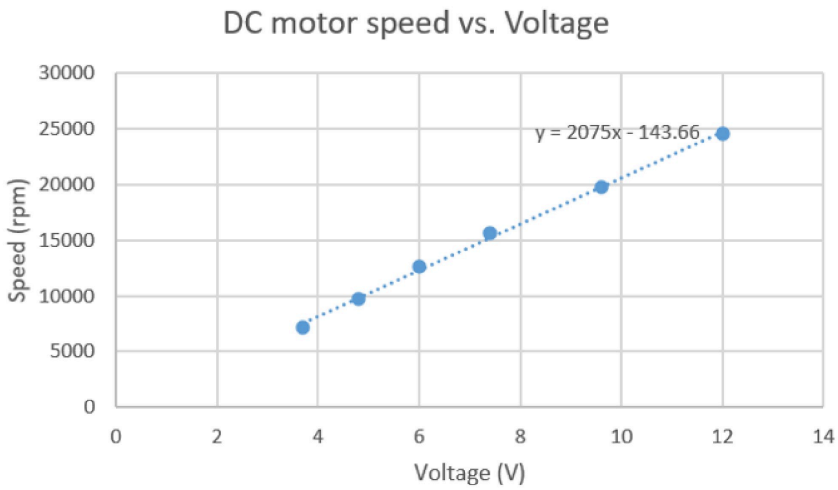
B.4.
[0.2pt]

$$y = 0.4243x + 1.7352 \quad \text{(Eq-1)}$$

여기서 y 는 세차 주기(s), x 는 전압(V)이다.

올바른 그래프 식을 제시	[0.1pt]
식을 얻는 과정을 제시	[0.1pt]

B.5.
[1.0pt]



선형 식을 얻음 — $z = 2075x - 143.66$

여기서 z 는 회전자 회전수(rpm), x 는 전압(V)이다.

$$x = (z + 143.66)/2075 \quad \text{(Eq-2)}$$

Eq-2를 Eq-1에 대입하면

$$y = 0.4243x + 1.7352 = 0.4243\left[\frac{z + 143.66}{2075}\right] + 1.7352$$

$$y = 2.045 \times 10^{-4} z + 1.76476$$

$$\rightarrow \omega = \frac{2\pi}{y} = \frac{2\pi}{2.045 \times 10^{-4} z + 1.76476} \quad \text{(Eq-3)}$$

여기서 ω 는 세차 각속도이다.

축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림	[0.2pt]
그래프에서 올바른 선형 식을 제시	[0.1pt]
Eq-2를 얻는 과정을 제시	[0.1pt]
Eq-2를 Eq-1에 대입하여 새 식 Eq-3을 얻음	[0.2pt]

B.6(i)
[0.5pt]

From $I = mR^2$ Eq-4

For disk, $I = \sum_i m_i r_i^2$ Eq-5 [0.1pt]

$$\text{Thus, } dI = dmr^2 \qquad \text{Eq-5} \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

$$I = \int_0^R dm\, r^2 \qquad \text{Eq-6} \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

고리의 질량과 반지름의 관계는 다음으로부터 얻을 수 있다.

$$\frac{dm}{M} = \frac{2\pi r\, dr}{\pi R^2}$$
$$dm = \frac{2r\, dr}{R^2} M \qquad \text{Eq-7} \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

$$\text{From } I = \int_0^R dm\, r^2 = \int_0^R \frac{2r\, dr}{R^2} M \cdot r^2$$
$$I = \frac{2M}{R^2} \int_0^R r^3 dr \qquad \textbf{[0.1pt]}$$
$$I = \frac{2M}{R^2} \left[\frac{r^4}{4}\right]_0^R$$

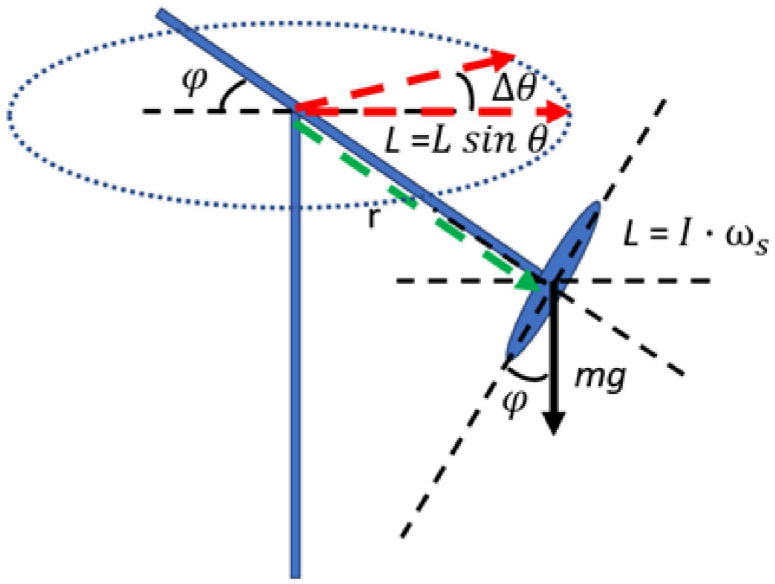
$$I = \frac{2M}{R^2} \left[\frac{R^4}{4}\right] = \frac{1}{2} MR^2 \qquad \text{Eq-8} \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

B.6(ii)
[0.2pt]

$$I = \frac{1}{2} MR^2 = \frac{1}{2}(0.065)(0.1)^2 = 0.000325\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

크기가 옳음	[0.1pt]
단위가 옳음	[0.1pt]

B.6(iii)
[1.0pt]



[1.0pt]

*올바른 그림과 mg, r, L 의 적절한 표시	[0.3pt]

$$\text{Line for } \tau = mgr\sin\varphi$$ **[0.1pt]**

$$\text{Line for } L = L\sin\varphi$$ **[0.1pt]**

세차 각속도,

$$\omega_p = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$ **[0.1pt]**

$$\Delta\theta \approx \frac{\Delta L}{L\sin\varphi}$$ **[0.1pt]**

$$\tau = \frac{\Delta L}{\Delta t} = mgr\sin\varphi$$ **[0.1pt]**

$$\omega_p = \frac{\Delta L}{\Delta t L\sin\varphi} = \frac{\Delta L}{\Delta t}\cdot\frac{1}{L\sin\varphi} = \frac{\tau}{L\sin\varphi} = \frac{mgr\sin\varphi}{L\sin\varphi} = \frac{mgr}{L} = \frac{mgr}{I\cdot\omega_s}$$ **[0.2pt]**

B.6(iv)
[0.4pt]

$$\omega_p = \frac{mgr}{I\cdot\omega_s} = \frac{(0.089+0.094)\,\text{kg}\cdot(9.81\,\text{m/s}^2)\cdot(0.25\text{m})}{(0.000325\,\text{kg.m}^2)(12600\,\text{rev/min})}$$

$$= \frac{0.5386\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}^2}{0.4288\,\text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}} = 1.256\,\text{rad}^{-1}\text{s}^{-1}$$

식에 대입한 것이 옳음	[0.1pt]
모터의 질량을 포함 (0.089 + 0.094)	[0.1pt]
크기가 옳음	[0.1pt]
단위가 옳음	[0.1pt]

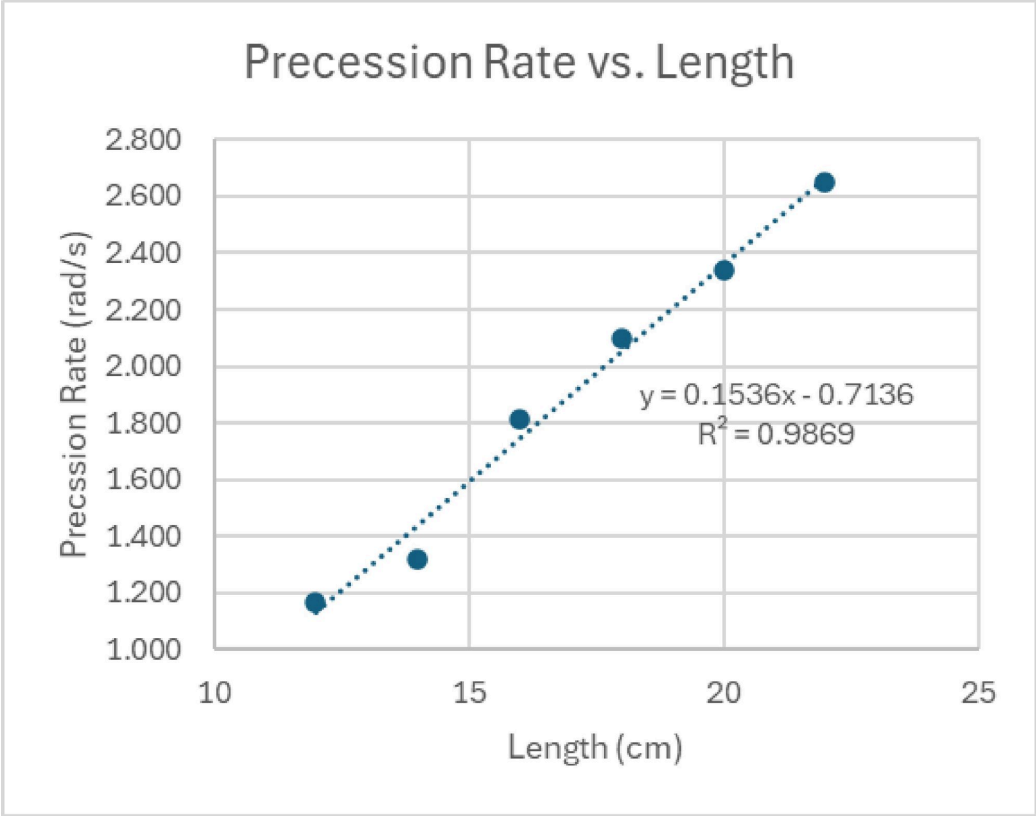
파트 C: 자이로스코프 팔 길이의 영향 [총점 = 2.1]

C.1.
[1.2pt]

L/cm	10 cycles period (s)					Average 10 cycles period (s)	Period (s)	Precession Rate (rad/s)
	1	2	3	4	5			
12	53.72	51.19	55.12	55.38	54.03	53.888	5.389	1.166
14	43.85	48.75	48.22	48.84	47.9	47.512	4.751	1.322
16	34.44	34.22	35.72	34.69	34.12	34.638	3.464	1.814
18	30.5	30.12	30.53	29	29.68	29.966	2.997	2.097
20	26.69	25.47	27.47	27.31	27.4	26.868	2.687	2.339
22	23.54	23.62	23.78	23.66	23.93	23.706	2.371	2.650

*측정값을 기록하는 적절한 표	[0.1pt]
여러 주기를 이용하여 회전 주기를 기록 [0.1] 취한 주기 수가 5 미만인 경우 [0.2] 취한 주기 수가 5에서 10 사이인 경우 [0.3] 취한 주기 수가 10을 넘는 경우	[0.3pt]
수집한 자료점의 개수 [0.1] 수집한 자료점이 3~5개인 경우 [0.2] 수집한 자료점이 5개를 넘는 경우	[0.2pt]
한 주기의 평균 주기를 계산	[0.1pt]
단위 V, s, rad/s를 적절히 표기	[0.3pt]
세차 각속도를 계산	[0.2pt]

C.2.
[0.8pt]



*채점

축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림	[0.2pt]
적절한 선형 추세선을 그림	[0.1pt]
그래프가 그래프 영역의 70 % 이상을 차지	[0.1pt]

C.3.
[0.1pt]

(a) 팔 길이가 늘어나면 세차 각속도가 커진다

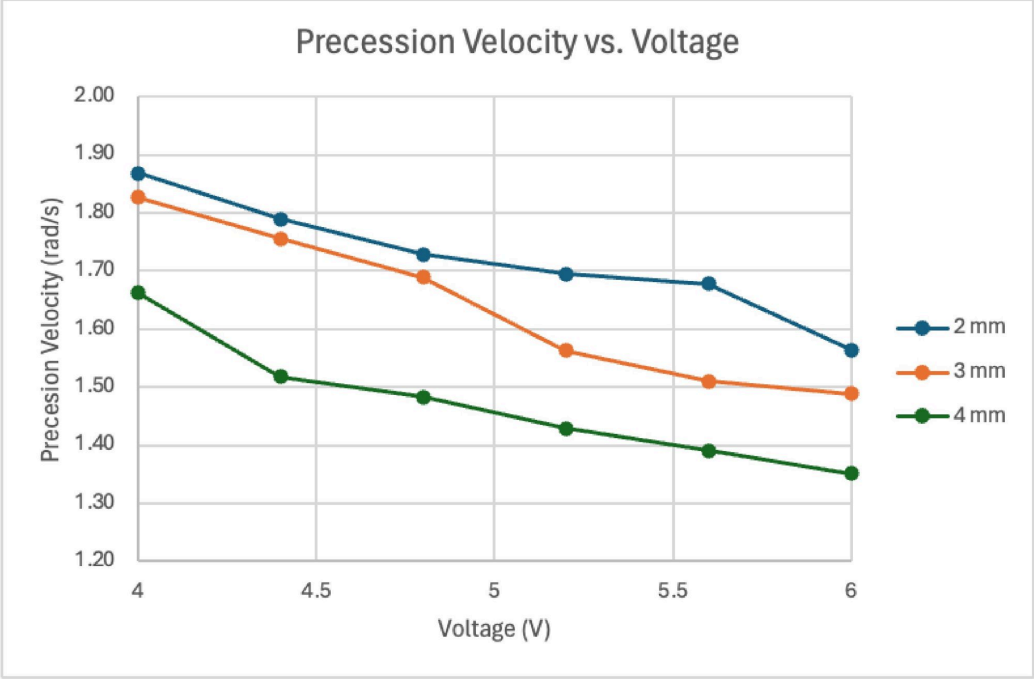
파트 D: 자이로스코프 원판 무게의 영향 [총점 = 3.7]

D.1.
[1.7pt]

Thickness (mm)	Voltage (V)	10 cycles period (s) 1	2	3	4	5	Average 10 cycles period	Period (s)	Precession rate (rad/s)
	4	31.97	34.15	33.66	34.35	34.03	33.632	3.3632	1.8682
	4.4	35.04	35.28	35.24	36.78	33.25	35.118	3.5118	1.7892
	4.8	34.47	37.97	37.06	35.9	36.31	36.342	3.6342	1.7289
	5.2	38.06	36.16	36.65	36	38.53	37.08	3.7080	1.6945
	5.6	36.56	37.43	38.53	37.63	37.15	37.46	3.7460	1.6773
2	6	40.35	40.28	40.13	39.81	40.31	40.176	4.0176	1.5639
	4	34	35	35	34	34	34.4	3.44	1.8265
	4.4	35	36	36	36	36	35.8	3.58	1.7551
	4.8	38	37	37	37	37	37.2	3.72	1.6890
	5.2	40	40	41	40	40	40.2	4.02	1.5630
	5.6	41	42	43	41	41	41.6	4.16	1.5104
3	6	43	42	42	42	42	42.2	4.22	1.4889
	4	35.16	38.38	38.34	38.47	38.66	37.802	3.7802	1.6621
	4.4	37.81	41.94	42.84	42.31	42.03	41.386	4.1386	1.5182
	4.8	39.66	42.81	43.5	43	42.94	42.382	4.2382	1.4825
	5.2	42.07	44.19	44.56	44.75	44.32	43.978	4.3978	1.4287
	5.6	44.06	45.44	45.59	45.5	45.37	45.192	4.5192	1.3903
4	6	45.62	46.94	46.53	46.56	46.81	46.492	4.6492	1.3515

*측정값을 기록하는 적절한 표	[0.1pt]
여러 주기를 이용하여 회전 주기를 기록 [0.1] 취한 주기 수가 5 미만인 경우 [0.2] 취한 주기 수가 5에서 10 사이인 경우 [0.3] 취한 주기 수가 10을 넘는 경우	[0.3pt]
수집한 자료점의 개수 [0.1] 수집한 자료점이 3개인 경우 [0.2] 수집한 자료점이 7개를 넘는 경우 [0.3] 수집한 자료점이 10개를 넘는 경우	[0.3pt]
한 주기의 평균 주기를 계산	[0.1pt]
단위 V, s, rad/s를 적절히 표기	[0.3pt]
세차 각속도를 계산	[0.3pt]
2 mm, 3 mm, 4 mm의 모든 값을 표에 기록	[0.3pt]

D.2.
[1.1pt]



*채점

축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림	[0.3pt]
추세선을 그림	[0.3pt]
그래프가 그래프 영역의 70 % 이상을 차지	[0.1pt]

D.3. **[0.1pt]**

(b) 원판 무게가 늘어나면 자이로스코프는 더 빨리 세차한다.

D.4. **[0.8pt]**

B.6(iii)로부터 세차 각속도는 다음과 같이 주어진다.

$$\omega_p = \frac{(m+M)gr}{I\,\omega_s}, \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

여기서 m 은 원판의 질량, M 은 모터의 질량이다. B.6(i)로부터 균일한 원판의 관성 모멘트는

$$I = \frac{1}{2}mR^2, \qquad \textbf{[0.1pt]}$$

여기서 R 은 원판의 반지름이다. 따라서

$$\omega_p = \frac{(m+M)gr}{\frac{1}{2}mR^2\,\omega_s} \quad \textbf{[0.1pt]}$$

$$m = \frac{2Mgr}{R^2\omega_p\omega_s - 2gr}. \quad \textbf{[0.0pt]}$$

$$m_i = \frac{2(0.094)(9.81)(0.25)}{(0.2)^2(\omega_{p,i})\omega_{s,i} - 2(9.81)(0.25)} \quad \textbf{[0.1pt]}$$

모터의 질량 M 은 주어져 있고, g 는 중력가속도, ω_s 는 B.5에서 제공되며, r 은 25 cm로 고정된 팔의 길이이고, ω_p 는 학생이 측정한다.

m_1 부터 m_n 까지 계산	[0.2pt]
평균 m 을 계산	[0.1pt]
표준편차를 계산	[0.1pt]

파트 E: 외력에 의한 돌림힘 [총점 = 3.5]

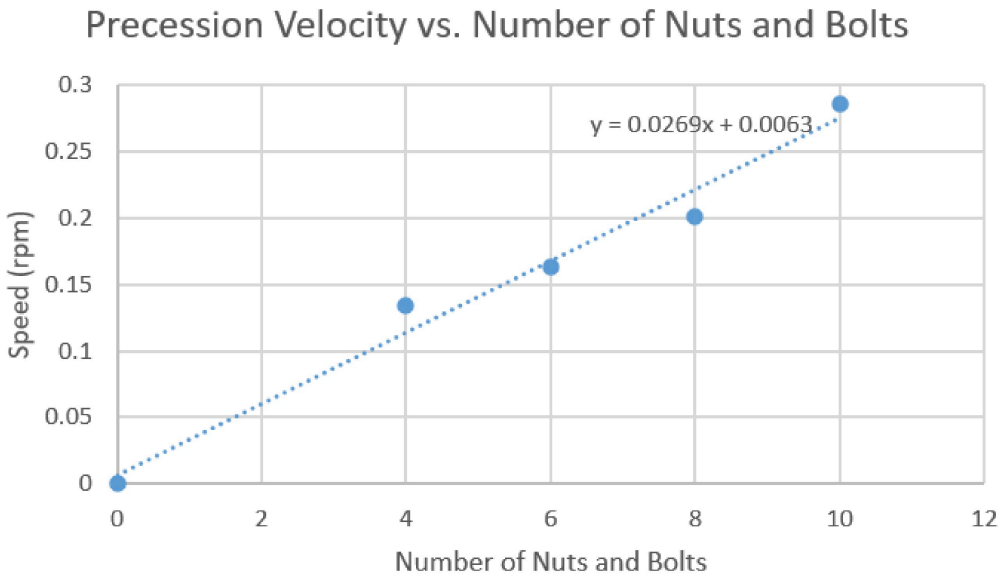
E.1.
[1.3pt]

Number of sets of bolt and nut	Period 1 cycle (s)			Period (s)	Precession Velocity (rad/s)	Leverage Angle (rad)
	1	2	3			
4	46.34	47.9	46.79	47.01	0.1337	0.296705973
6	39.69	39	36.75	38.48	0.1633	0.261799388
8	31.65	29.96	32.16	31.26	0.2010	0.244346095
10	22.16	21.75	22.13	22.01	0.2854	0.366519143

*측정값을 기록하는 적절한 표	[0.1pt]
자료를 반복해서 기록 [0.1] 자료를 한 번만 취한 경우 [0.2] 자료를 세 번 이상 반복한 경우	[0.2pt]
한 주기의 평균 주기를 계산	[0.1pt]
표준편차를 계산	[0.1pt]
표준오차를 계산	[0.1pt]
기울어진 각을 계산	[0.1pt]

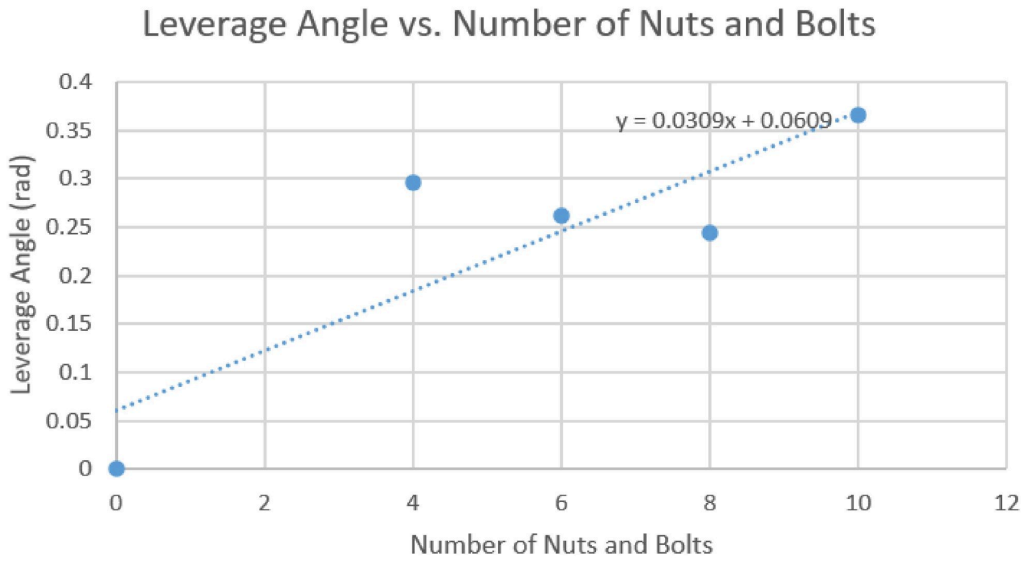
단위 V, s, rad/s를 적절히 표기	[0.3pt]
세차 각속도를 계산	[0.2pt]
볼트와 너트를 짝수로 더함	[0.1pt]

E.2.
[0.8pt]



*축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림	[0.1pt]
선형 추세선을 그림	[0.1pt]
오차 막대를 표시	[0.1pt]
그래프가 그래프 영역의 70 % 이상을 차지	[0.1pt]

E.3.
[0.8pt]



*축에 단위를 포함하여 올바르게 표기 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
적절한 눈금 사용 (축마다 0.1pt)	[0.2pt]
그래프를 올바르게 그림	[0.1pt]
선형 추세선을 그림	[0.1pt]
오차 막대를 표시	[0.1pt]
그래프가 그래프 영역의 70 % 이상을 차지	[0.1pt]

E.4.
[0.5pt]

B.6(iii)로부터 세차 각속도는

$$\omega_p = \frac{Nmgr}{I\,\omega_s},$$

여기서 N 은 너트와 볼트의 개수, m 은 너트와 볼트 한 세트의 질량, g 는 중력가속도, r 은 팔의 길이, I 는 원판의 관성 모멘트, ω_s 는 원판의 각속도, ω_p 는 세차 각속도이다.

Number of nuts and bolts	m/kg
4	0.0055
6	0.0045
8	0.0041
10	0.0047
Average	0.0047
Std. dev.	0.0006

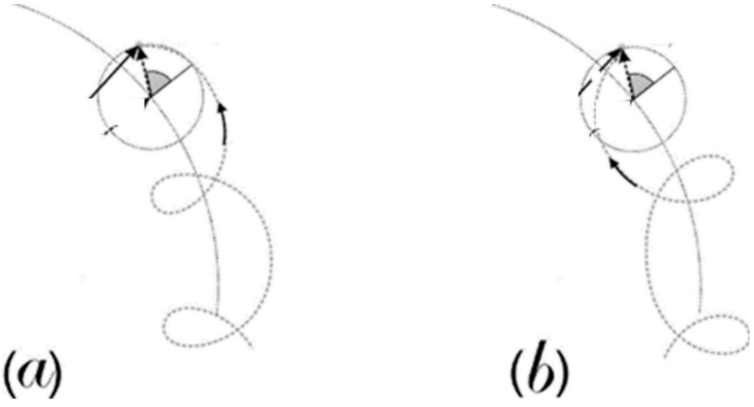
볼트·너트 개수를 달리하며 모든 m 값을 계산	[0.2pt]
m 의 평균값을 계산	[0.1pt]
표준편차를 계산	[0.1pt]
실험에서 r 을 측정	[0.1pt]

E.5. **[0.1pt]**

I **[0.1pt]**

파트 F: 강동 현상 [총점 = 2.1]

F.1. **[0.4pt]**



(a) 각이 수평보다 낮을 때	[0.2pt]
(b) 각이 수평보다 높을 때	[0.2pt]

F.2(i) **[1.0pt]**

When rotation is at axis 3. $\omega_3 >> \omega_2$ and ω_1 **[0.1pt]**

When no external torque applied, $\tau_1 = \tau_2 = \tau_3 = 0$ **[0.1pt]**

At constant spinning speed, $\dot{\omega}_3 = 0$ **[0.1pt]**

$$I_1\dot{\omega}_1 - (I_3 - I_2)\omega_2\omega_3 = 0 \quad \text{Eq-4} \quad \textbf{[0.1pt]}$$

$$I_2\dot{\omega}_2 - (I_1 - I_3)\omega_3\omega_1 = 0 \quad \text{Eq-5} \quad \textbf{[0.1pt]}$$

For symmetric disk, $I_1 = I_2$, **[0.1pt]**

$$I_1\dot{\omega}_1 = (I_3 - I_1)\omega_2\omega_3 \quad \text{Eq-6}$$

$$I_1\dot{\omega}_2 = -(I_3 - I_1)\omega_3\omega_1 \quad \text{Eq-7}$$

From Eq.6 $I_1\ddot{\omega}_1 = (I_3 - I_1)\dot{\omega}_2\omega_3$ Eq-8 **[0.1pt]**

From Eq.7 $\dot{\omega}_2 = -\frac{(I_3 - I_1)}{I_1}\omega_3\omega_1$ Eq-9 **[0.1pt]**

Substitute Eq-9 into Eq-8

$$I_1\ddot{\omega}_1 = (I_3 - I_1)\left[-\frac{(I_3 - I_1)}{I_1}\omega_3\omega_1\right]\omega_3$$

$$I_1\ddot{\omega}_1 = -\frac{(I_3 - I_1)^2}{I_1}\omega_1\omega_3^2$$

$$\ddot{\omega}_1 + \left[\frac{(I_3 - I_1)}{I_1}\omega_3\right]^2\omega_1 = 0 \quad \textbf{[0.1pt]}$$

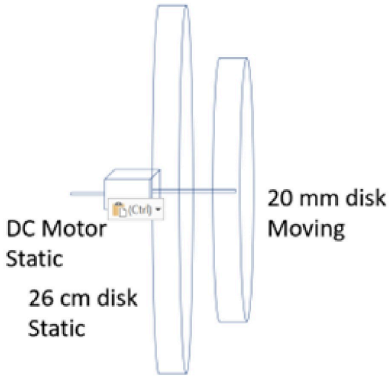
$$\omega_n = \frac{(I_3 - I_1)}{I_1}\omega_3 \quad \text{Eq-10} \quad \textbf{[0.1pt]}$$

F.2(ii) **[0.1pt]**

$$\ddot{\omega}_1 + {\omega_n}^2\omega_1 = 0 \quad \textbf{[0.1pt]}$$

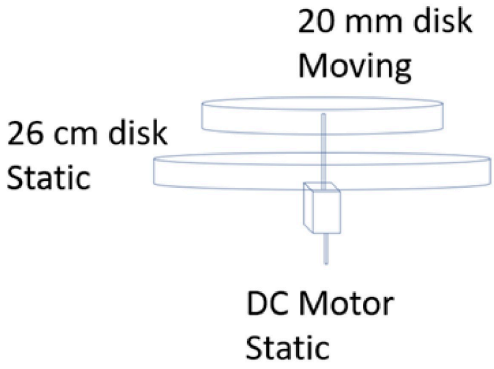
파트 G: 자이로스코프의 자가 균형 응용 [총점 = 1.7]

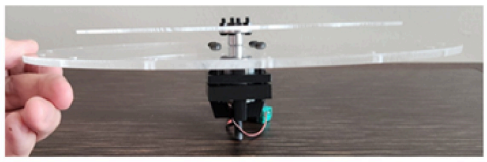
G.1. **[1.7pt]**





올바른 장치	[0.2pt]
부품을 올바르게 표시	[0.3pt]
고정된 부분과 움직이는 부분을 올바르게 표시	[0.3pt]





[0.2] 26 cm 원판 없이 올바른 장치 [0.3] 26 cm 원판을 포함한 올바른 장치	[0.3pt]
부품을 올바르게 표시	[0.3pt]
고정된 부분과 움직이는 부분을 올바르게 표시	[0.3pt]