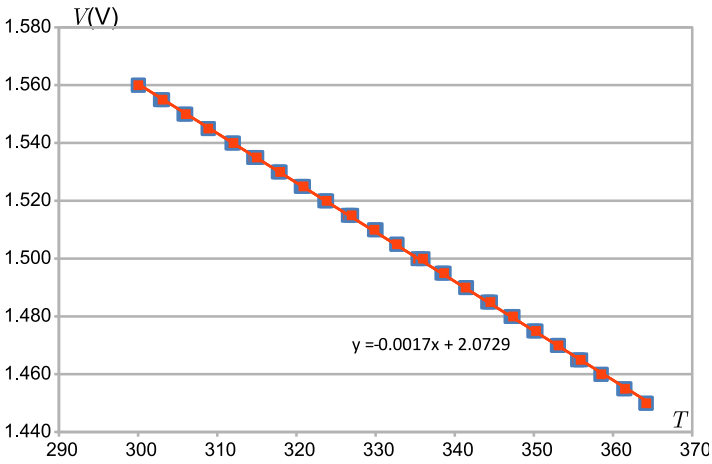
# 1 발광 다이오드

**과제 1.** $V(T)$ 그래프를 얻는 가장 쉬운 방법은 멀티미터의 다이오드 기능으로 다이오드 전압 $V$를 재는 것이다. 기판은 가변저항으로 조절한 전류를 저항 $R_1$에 흘려 가열한다.

| $V$ (V) | $R_T$ (kΩ) | $T$ (K) | $V$ (V) | $R_T$ (kΩ) | $T$ (K) |
|---|---|---|---|---|---|
| 1.560 | 9.25 | 300.0 | 1.560 | 9.25 | 300.0 |
| 1.555 | 8.18 | 302.8 | 1.555 | 8.08 | 303.1 |
| 1.550 | 7.2 | 305.8 | 1.550 | 7.13 | 306.0 |
| 1.545 | 6.33 | 308.9 | 1.545 | 6.33 | 308.9 |
| 1.540 | 5.6 | 311.9 | 1.540 | 5.56 | 312.0 |
| 1.535 | 5.02 | 314.6 | 1.535 | 4.94 | 315.0 |
| 1.530 | 4.44 | 317.7 | 1.530 | 4.4 | 317.9 |
| 1.525 | 3.97 | 320.6 | 1.525 | 3.93 | 320.9 |
| 1.520 | 3.55 | 323.6 | 1.520 | 3.52 | 323.8 |
| 1.515 | 3.18 | 326.6 | 1.515 | 3.13 | 327.0 |
| 1.510 | 2.8 | 330.1 | 1.510 | 2.82 | 329.9 |
| 1.505 | 2.55 | 332.7 | 1.505 | 2.55 | 332.7 |
| 1.500 | 2.32 | 335.4 | 1.500 | 2.27 | 336.0 |
| 1.495 | 2.09 | 338.4 | 1.495 | 2.07 | 338.7 |
| 1.490 | 1.88 | 341.5 | 1.490 | 1.888 | 341.4 |
| 1.485 | 1.72 | 344.1 | 1.485 | 1.7 | 344.5 |
| 1.480 | 1.56 | 347.1 | 1.480 | 1.546 | 347.4 |
| 1.475 | 1.42 | 350.0 | 1.475 | 1.407 | 350.3 |
| 1.470 | 1.29 | 353.0 | 1.470 | 1.285 | 353.1 |
| 1.465 | 1.19 | 355.5 | 1.465 | 1.175 | 355.9 |
| 1.460 | 1.085 | 358.5 | 1.460 | 1.083 | 358.5 |
| 1.455 | 0.992 | 361.4 | 1.455 | 0.987 | 361.5 |
| 1.450 | 0.911 | 364.1 | 1.450 | 0.909 | 364.2 |

$I_d$ 식에 있는 항들의 크기를 어림하면, $T \approx 300$ K에서 $V_T \approx 25$ mV이다. 모든 전압이 이보다 훨씬 크므로 1은 무시할 수 있다. 그러면 $I_d$가 일정할 때 $(V-V_{G0})/(nV_T) = \text{const}$이고(상수는 음수로 보인다), 따라서 $V = V_{G0} - BnV_T = V_{G0} - BnkT/q$이다. 여기서 $B$는 상수이다. 그러므로 $V$를 $T$에 대해 그리면, $V_{G0}$는 선형 회귀 직선이 세로축과 만나는 점으로 구해진다.




선형 회귀로 $V_{G0} \approx 2.085$ $V$를 얻는다.

다음으로 다이오드가 사실상 실온에 있도록 작은 전류에서 일련의 측정을 한다. 그러면 (1을 무시하고) $I_d$ 식에 로그를 취해 다음을 얻는다.

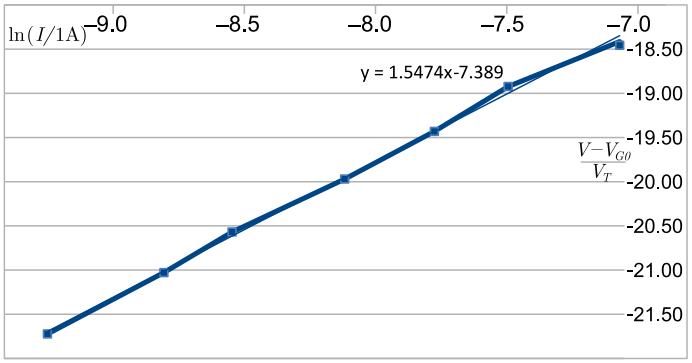
$$\frac{V - V_{G0}}{V_T} = n \ln A - n \ln I_d.$$

따라서 $\ln I_d$를 $V-V_{G0}$에 대해 그리면, $n$과 $A$를 선형 회귀의 매개변수로 얻을 수 있다.

또는 다이오드에 일정한 전압을 걸고 여러 온도에서 전류를 잴 수도 있다. 위와 같은 식에 따라 $(V-V_{G0})/V_T = ((V-V_{G0})q)/(kT)$를 $\ln I_d$에 대해 그려야 한다. 이런 데이터가 아래 표에 있다.

| $I$ (mA) | $R_T$ (kΩ) | $T$ (K) | $\ln(I/1\,\text{A})$ | $\frac{(V-V_{G0})q}{kT}$ |
|---|---|---|---|---|
| 33.3 | 9.76 | 298.8 | -10.310 | -22.25 |
| 44.8 | 5.51 | 312.3 | -10.013 | -21.29 |
| 96.6 | 7.12 | 306.1 | -9.245 | -21.72 |
| 150.0 | 4.72 | 316.1 | -8.805 | -21.03 |
| 194.1 | 3.6 | 323.2 | -8.547 | -20.57 |
| 297.0 | 2.53 | 332.9 | -8.122 | -19.97 |
| 417.0 | 1.84 | 342.1 | -7.782 | -19.43 |
| 551.0 | 1.36 | 351.3 | -7.504 | -18.92 |
| 840.0 | 1.002 | 361.0 | -7.082 | -18.41 |
| 860.0 | 0.95 | 362.8 | -7.059 | -18.33 |

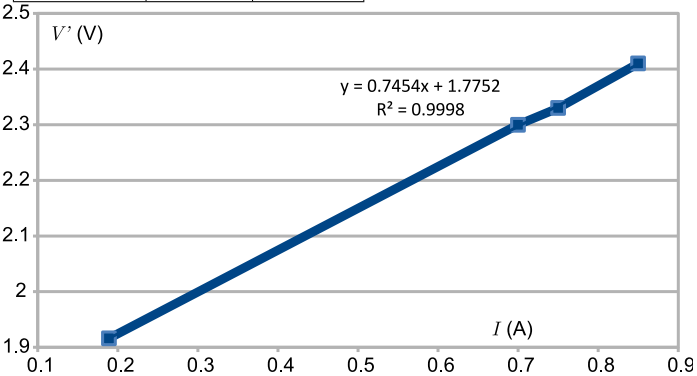
이 데이터를 그리면 대부분의 점은 직선 위에 놓이지만 처음 두 점과 맨 마지막 점은 벗어난다. 아주 작은 전류에 해당하는 점은 상대 불확도가 커서 벗어나고, 마지막 점은 기생 저항을 더 이상 무시할 수 없어서 벗어난다. 그래서 이 점들은 분석에서 뺀다.




이 그래프에서 회귀 직선의 기울기가 바로 $n \approx 1.55$를 준다. 절편 $-7.39$는 $-n \ln A$이므로 $A \approx e^{7.39/1.55}$ $A \approx 119$ $A$이다.

전류가 아주 클 때, 저항으로 보상하여 온도를 일정하게 유지할 수 있다면 전류의 변화 $\Delta I_d$는 다이오드 접합의 전압 강하에 아주 작은 변화 $\Delta V$만 일으킨다[$I_d = I_d(V)$가 지수 함수이므로]. 이는 기생 저항의 전압 강하 변화 $R_s \Delta I_d$보다 훨씬 작다. 따라서 큰 전류 극한에서 다이오드 전류 $I_d$가 전체 전압 $V' = V + I_d R_s$에 어떻게 의존하는지 측정하여 $R_s$를 구할 수 있다.

| $R_T$ (kΩ) | $I_d$ (A) | $V'$ (V) |
|---|---|---|
| 0.986 | 0.85 | 2.41 |
| 1.435 | 0.7 | 2.3 |
| 1.360 | 0.75 | 2.33 |
| 6.55 | 0.189 | 1.916 |



회귀 직선의 기울기가 바로 $R_s \approx 0.75\ \Omega$를 준다.

다른 방법은 (큰 전류에서) 전압, 온도, 전류를 재고, 모형으로 계산한 다이오드 전압을 빼서 직렬 저항의 전압 강하를 얻는 것이다.

어느 경우든 큰 전류가 흐르는 회로 부분의 추가 전압 강하를 피하도록, 전압은 LED 도선에서 직접 재는 것이 중요하다.

**과제 2.** 핵심은 열을 다이오드가 낼 때와 저항이 낼 때 병 안 공기의 열팽창을 비교하는 것이다. 저항의 경우에는 소비한 전력이 모두 열이 되고, 다이오드의 경우에는 에너지의 일부가 빛으로 병을 빠져나간다. 병 안의 압력은 온도의 함수이고, 병 안에 자리 잡는 온도는 발열 일률과 병에서 열이 빠져나가는 비율의 균형으로 정해진다. 뒤의 것은 병 안 온도의 함수이므로 병 안 온도는 발열 일률의 함수가 된다. 따라서 병 안의 압력도 발열 일률의 함수이다.

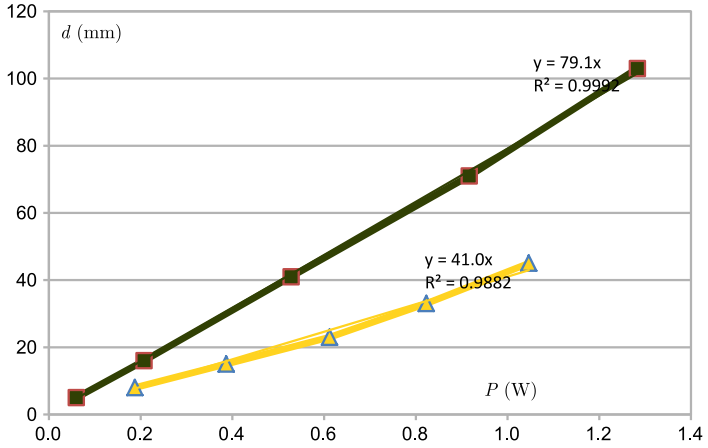
먼저 압력 차 — 병 안 압력과 대기압의 차 또는 두 병 안 압력의 차 — 를 잴 수 있는 압력계를 만들어야 한다. 이를 위해 관에 물을 채우고 U자관으로 접는다. 압력 차는 관 양쪽 물기둥의 높이 차로 구할 수 있다.

한 가지 방법은 다이오드의 발열과 저항의 발열을 비교하는 것이다. (가변저항으로) 저항의 가열 전력을 조절하여 두 병 안의 압력이 같아지게 할 수 있다. 다이오드의 소비 전력이 $P_D$이고 저항의 전력이 $P_R$일 때 이 상태에 이르렀다면, 다이오드의 발열 일률도 $P_R$이고 따라서 $P_D - P_R$가 빛으로 병을 빠져나간다고 결론 내릴 수 있다. 그러므로 $\eta = 1 - P_R/P_D$이다.

병 안의 열평형은 비교적 느리게 이루어지므로 약 5–10 분을 기다려야 한다. 그래서 다이오드와 저항의 발열 일률이 같은 상태를 찾는 일은 비교적 오래 걸릴 수 있다. 다른 방법은 주위와의 열교환 비율이 온도에 대해 선형이라고 가정하는 것이다(다이오드는 결코 아주 뜨거워지지 않으므로 이 가정은 근거가 충분하다). 그러면 소비 전력의 함수로 병 안의 압력 $\Delta p = \Delta p(P)$를 두 번 — 처음에는 다이오드에, 다음에는 저항에 전류를 흘려 — 측정할 수 있다. 데이터를 선형 법칙 $\Delta p = kP$에 맞추면 다이오드($k_D$)와 저항($k_R$)의 비례 계수를 얻고, $\eta = 1 - k_R/k_D$이다. 압력은 물기둥 높이 차에 비례하므로 압력을 물기둥 높이로 나타내도 된다: 비례 상수는 비에서 지워진다.

측정 데이터는 아래 표와 같다. $I$, $V$, $P$, $d$는 각각 측정한 전류, 전압, 전력, 물기둥 높이 차이며, 첨자 "L"은 다이오드로 한 측정, "R"는 저항으로 한 측정을 뜻한다.

| $I_D$ | $V_D$ | $P_D$ | $d_D$ | $I_R$ | $U_R$ | $P_R$ | $d_R$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 101.5 | 1.85 | 0.1878 | 8 | 101.9 | 0.585 | 0.0596 | 5 |
| 198.2 | 1.95 | 0.3865 | 15 | 190.1 | 1.09 | 0.2072 | 16 |
| 300 | 2.04 | 0.6120 | 23 | 300 | 1.76 | 0.5280 | 41 |
| 390 | 2.11 | 0.8229 | 33 | 390 | 2.35 | 0.9165 | 71 |
| 480 | 2.18 | 1.0464 | 45 | 470 | 2.73 | 1.2831 | 103 |

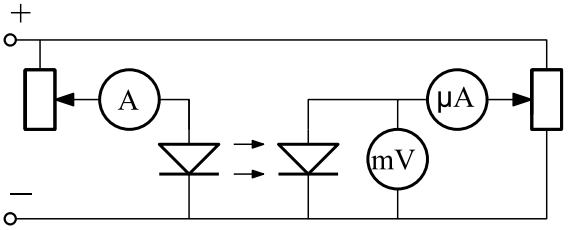



이 기울기들로부터 $k_D = 1 - 41.0\ \text{mm/W}/79.8\ \text{mm/W} \approx 0.48$

온도 센서로도 효율을 잴 수 있다는 점에 유의하라. 이는 위에서 설명한 공기 팽창을 이용하는 방법과 같은 원리이다. 다이오드에 공급한 전력의 함수로 회로 기판의 온도 $[T_D(P)]$를, 저항에 전력을 공급할 때의 온도 $[T_R(P)]$와 비교한다. 열의 대부분은 회로 기판을 통해 주위로 빠져나가고 다이오드와 저항에서 열복사로 나가는 부분은 무시할 만하다고 가정하면(이 가정은 정말로 정확하게 성립한다), $\eta = 1 - T_D(P)/T_R(P)$, 더 좋게는 $\eta = 1 - \varkappa_D(P)/\varkappa_R(P)$를 구할 수 있다. 여기서 $\varkappa_D$와 $\varkappa_R$는 각 그래프의 기울기이다. 결과는 위와 같이 $\eta \approx 0.46 \pm 0.04$이다. 기생 저항에서의 소모 전력을 빼서 접합의 내부 효율을 계산할 수도 있는데, 결과는 $\eta_{\text{rm } internal} \approx 0.53$이다.

**과제 3.** 모형에 따르면 광전류는 전압에 의존하지 않지만, 다이오드 전류는 전압에 의존하므로 다이오드를 지나는 전체 전류는 전압에 의존한다. 얻을 수 있는 최대 전기 전력 $P_{\max}$를 구하려면 $P = VI_p - VI_d$가 가장 큰 전압을 찾아야 한다.

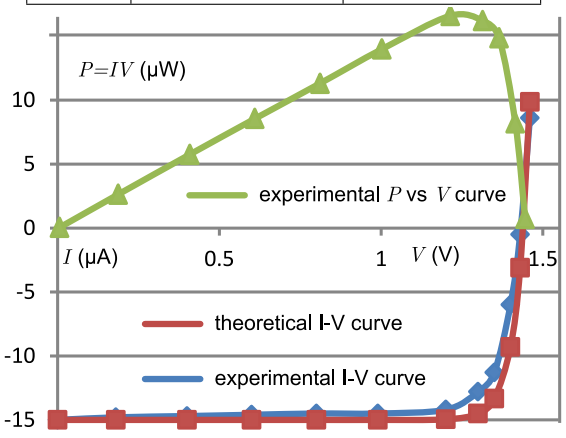
여러 방법이 있다. 한 가지는 전류계로 다이오드를 단락시켜 $I_p \approx 0.020$ mA를 잰 뒤, 모형에서 해석적으로나 수치적으로 최댓값을 찾는 것이다. 위의 다이오드 매개변수를 쓰면 $P_{\max} \approx 0.026$ mW를 얻는다. 다른 방법은 가변 저항으로 다이오드의 전압을 바꾸며 전류와 전압을 재고, 전류와 전압이 양수인 범위를 훑어 최댓값을 찾는 것이다. 아래 회로를 보라.




측정 데이터는 아래 표와 같다. 그래프에는 실험 데이터 점과 함께 이론적 관계 $I_d(V) - I_p$가 그려져 있다. 여기서 $I_p = -15\ \mu\ V$는 $V = 0\ V$에서의 측정으로 정했다. 보다시피 두 곡선은 꽤 가깝다. 작은 차이가 있는데, 이는

다이오드 접합에 병렬로 연결된 어떤 큰 유효 저항에 의한 누설 전류로 부분적으로 설명할 수 있다.

| $V$ (V) | $I = I_d - I_p$ (A) | $P = VI$ ($\mu$W) |
|---|---|---|
| 0 | -15 | 0 |
| 0.18 | -14.8 | 2.664 |
| 0.4 | -14.7 | 5.88 |
| 0.6 | -14.6 | 8.76 |
| 0.8 | -14.5 | 11.6 |
| 0.99 | -14.5 | 14.355 |
| 1.2 | -14.2 | 17.04 |
| 1.3 | -12.8 | 16.64 |
| 1.35 | -11.3 | 15.255 |
| 1.4 | -6 | 8.4 |
| 1.43 | -0.5 | 0.715 |
| 1.46 | 8.6 | -12.556 |




그래프에는 다이오드가 내는 전기 전력 $P = VI$의 곡선도 있다. 최대 전력 $P_{\max} \approx 17\ \mu\ W$는 이 곡선의 최댓값으로 구할 수 있다. 효율은 다음과 같다.

$$\eta_p = \frac{P_{\max}}{P_i} = \frac{P_{\max}}{\eta I_1 V(I_1) \frac{S}{\alpha 4\pi d^2}},$$

여기서 $S/(a4\pi\ d^2)$는 LED의 활성 영역에 닿는 빛의 비율이고, $V_1$과 $I_1$은 다른 다이오드의 전압과 전류이다. 수치로는 $\eta_p \approx 0.04$를 얻는다.

Coarse-grained grading scheme

| | | | |
|---|---|---|---|
| **1** | **Voltage-temperature graph** | | |
| **Plot** | Method | 0.5 | |
| | Measurements | 1.0 | |
| | Plot | 0.5 | |
| **VG0** | Method | 1.0 | |
| | Value | 0.5 | |
| **n,A** | Method | 1.0 | |
| | Measurements and plot | 1.5 | |
| | Value for n | 0.5 | |
| | Value for A | 0.5 | |
| **Rs** | Method | 1.0 | |
| | Measurements | 0.5 | |
| | Value | 0.5 | |
| **2** | **Efficiency** | | |
| **η** | Method | 2.0 | |
| | Measurements | 2.0 | |
| | Value | 1.0 | |
| **3** | **LED as photodiode** | | |
| **Nmax** | Method | 2.0 | |
| | Measurements | 2.0 | |
| | Value | 0.5 | |
| **ηp** | Formula | 1.0 | |
| | Value | 0.5 | |