## E1: 숨은 도선

### 이론적 배경

그림 1과 같이, 도선이 만드는 자기 유도 $B_w$의 수평 성분 $B_h$는 $xy$ 평면의 모든 점에서 방향이 같고 도선에 수직이다. $B_h$가 북쪽($y$) 방향과 이루는 각은 $\psi = 180^\circ - \vartheta$임이 분명하다. 여기서 $\vartheta$는 전류의 방향과 $x$축의 양의 방향 사이의 각이다. 자침은 전체 자기 유도 $B = B_h + B_E$의 방향을 가리킨다. 그림 1(a)의 벡터 삼각형에서 보듯이, 편향각 $\varphi$는 사인 법칙으로 구할 수 있다.

$$\frac{B_\mathrm{h}}{B_\mathrm{E}} = \frac{\sin\varphi}{\sin(\psi-\varphi)} = \frac{\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)} \tag{1}$$

그림 1(b)와 같이, 도선을 $xy$ 평면에 사영한 선에서 거리 $d$, 도선에서 거리 $r = \sqrt{(d^2+h^2)}$인 면 위의 점을 생각하자. 앙페르 법칙에 따르면 그 점에서 도선이 만드는 자기 유도의 크기는

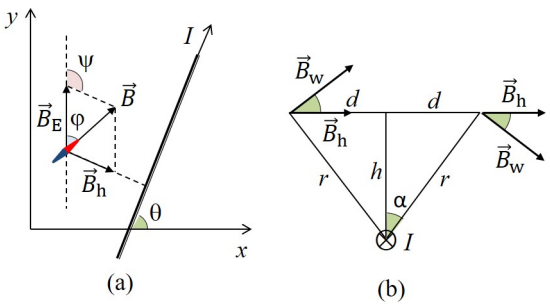
$$B_\mathrm{w} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \tag{2}$$

이고, 그 수평 성분의 크기는

$$B_\mathrm{h} = B_\mathrm{w}\cos\alpha = \frac{\mu_0 I h}{2\pi(d^2+h^2)}. \tag{3}$$

식 (1)과 (3)이면 문제의 모든 과제를 해결하기에 충분하다.

그림 1: 기본 식의 유도에 쓴 기호.




### 과제 (a): 도선의 수평 위치 구하기

벡터 삼각형(그림 1)에서 보듯이, 주어진 전류에서 편향각의 절댓값은 $B_h$가 가장 큰 $d = 0$, 즉 도선 바로 위에서 가장 크다. 따라서 면 위에서 $|\varphi|$가 최대가 되는 점을 둘 이상 찾으면 도선을 추적할 수 있다. 먼저 경계를 예컨대 10 mm 간격으로 거칠게 훑어 $|\varphi|$가 최대를 지나는 구간을 찾는다. 이렇게 하여 도선의 사영이 서쪽 변($x = 0$ mm)과는 $y$in[60 mm,90 mm]에서, 동쪽 변($x = 100$ mm)과는 $y$in[10 mm,30 mm]에서 만난다는 것을 알 수 있다. 이 구간들을 1 mm 간격으로 더 세밀하게 훑으면

표 1: 전류 $I = +5$ A에서 $|\varphi|$가 최댓값 143°에 이르는 점들.

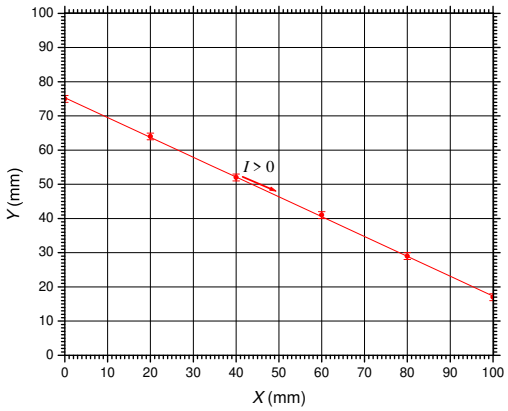
| $x$ | $y$ |
|---|---|
| 0 | 75 |
| 20 | 64 |
| 40 | 52 |
| 60 | 41 |
| 80 | 29 |
| 100 | 17 |

두 교점의 대략적인 좌표를 $P_1 = (0.0\pm0.5,\ 75\pm1)$ mm, $P_2 = (100.0\pm0.5,\ 17\pm1)$ mm로 구할 수 있다. 최댓값 근처에서는 $|\varphi|$가 천천히 변해 연속한 세 점에서 같은 반올림 값을 가지므로 $y$ 좌표의 불확도는 1 mm이다. 중간의 $x$ ($y$) 값에서 세로(가로) 선을 따라 추가로 훑으면 도선 사영 위의 점을 더 찾고, 최소제곱 맞춤으로 도선의 방정식을 더 정밀하게 구할 수 있다. 전형적인 값들이 표 1에 있다. 맞춤으로 얻은 도선의 방정식은

$$y = ax + b = -0.58x + 75.3\ \mathrm{mm} \tag{4}$$

이고, 매개변수의 불확도는 $\delta\ a \approx 0.01$, $\delta\ b \approx 0.4$ mm로 어림된다. 매개변수의 불확도는 $1/\sqrt{N}$에 비례한다. 여기서 $N$은 실험 점의 수이다. $xy$ 평면에서 도선의 사영을 그림 2에 그렸다. $I$>0에서 $\varphi$<0이므로, 그래프에 보인 대로 양의 $I$ 방향은 서쪽 변에서 동쪽 변으로이다.

그림 2: 양의 $I$ 방향을 표시한 도선의 $xy$ 사영.




### 과제 (b): $h$와 $B_E$ 구하기

식 (1)과 (3)에서, 도선의 수평 사영으로부터 거리 $d$에서의 편향각 $\varphi$는 다음 식을 만족한다.

$$\frac{\sin\varphi}{\sin(\theta+\varphi)} = \frac{\mu_0 I h}{2\pi B_\mathrm{E}(d^2+h^2)}. \tag{5}$$

여기서 각 $\vartheta$는 도선의 기울기 계수 $a$로부터 계산할 수 있다.

$$\theta = \arctan(a) = -30.1^\circ \pm 0.4^\circ \tag{6}$$

표 2: 서로 다른 두 거리 $d$에서 전류 $I$에 따른 편향각 $\varphi$의 실험 데이터.

| $d_1 = 0$ mm | | | $d_2 = 10$ mm | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $I$ (A) | $\varphi$ (deg) | $U$ | $I$ (A) | $\varphi$ (deg) | $U$ |
| -5.0 | 25 | -4.85 | -5.0 | 15 | -1.00 |
| -4.0 | 24 | -3.89 | -4.0 | 13 | -0.77 |
| -3.0 | 23 | -3.21 | -3.0 | 11 | -0.59 |
| -2.0 | 20 | -1.97 | -2.0 | 8 | -0.37 |
| -1.0 | 15 | -1.00 | -1.0 | 5 | -0.21 |
| 1.0 | -75 | 1.00 | 1.0 | -7 | 0.20 |
| 2.0 | -126 | 1.99 | 2.0 | -17 | 0.40 |
| 3.0 | -137 | 3.03 | 3.0 | -32 | 0.60 |
| 4.0 | -141 | 4.02 | 4.0 | -52 | 0.80 |
| 5.0 | -143 | 4.94 | 5.0 | -75 | 1.00 |
| $k_1 = 1.01 \pm 0.01$ A | | | $k_2 = 5.04 \pm 0.03$ A | | |

좌표가 $(x,y)$인 점과 도선 사영 사이의 거리 $d$는 그림 2의 그래프에서 직접 재거나 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$d = |(ax + b - y)\cos\theta| \approx 0.865|ax + b - y| \tag{7}$$

식 (5)–(7)에 따르면, 도선에서 거리가 다른 적어도 두 점에서 편향각 $\varphi$를 재면 미지수 $h$와 $B_E$를 구할 수 있다. 그러나 나침반의 위치를 잡을 때의 무작위 오차와 각도 눈금의 반올림 오차 때문에 이렇게 최소한으로 하는 방법은 꽤 부정확하다. 따라서 $h$와 $B_E$를 충분히 정밀하게 추정하려면 여러 거리 $d$와/또는 여러 전류 $I$에서 체계적으로 측정해야 한다. 두 가지 일반적인 방법과 그 조합을 쓸 수 있다.

**방법 I. 거리를 고정하고 전류를 바꾸기.** 새로운 무차원 변수 $U = \sin\varphi / \sin(\varphi - 30.1^\circ)$를 정의하면 식 (5)는 다음과 같이 선형화된다.

$$I = kU \tag{8}$$

여기서 기울기 계수는

$$k = \frac{2\pi B_\mathrm{E}(d^2 + h^2)}{\mu_0 h} \tag{9}$$

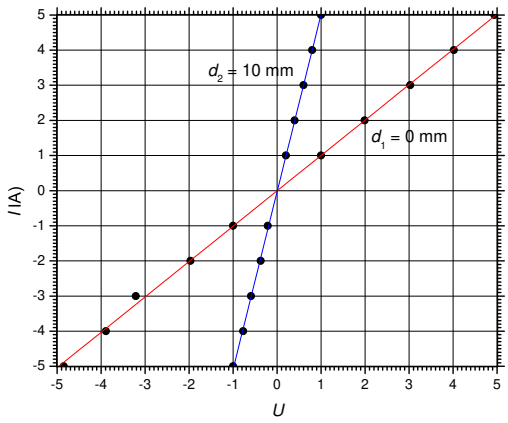
이다. 따라서 도선에서 적어도 두 거리 $d$에서 $k$를 얻으면 미지수 $B_E$와 $h$를 추정할 수 있다. 표 2는 $d_1 = 0$ mm(도선 바로 위)와 좌표가 $x = 20$ mm, $y = 75$ mm인 점의 $d_2 = 10$ mm에서 측정한 결과를 정리한 것이다. 그림 3은 해당 $U$–$I$ 그래프이며, 추정한 기울기 계수도 표 2에 있다. 식 (8)에서 다음을 얻는다.

$$\frac{B_\mathrm{E}}{h} = \frac{\mu_0(k_2 - k_1)}{2\pi(d_2^2 - d_1^2)} = 8.06 \times 10^{-6}\ \mathrm{T/mm} \tag{10}$$

그리고

$$B_\mathrm{E} h = \frac{\mu_0(d_2^2 k_1 - d_1^2 k_2)}{2\pi(d_2^2 - d_1^2)} = 1.98 \times 10^{-4}\ \mathrm{T \cdot mm} \tag{11}$$

그림 3: 도선에서 서로 다른 두 거리 $d$에서의 $U$–$I$ 그래프와 그 선형 맞춤.




또는 다음을 쓸 수도 있다.

$$h = \sqrt{\frac{d_2^2 k_1 - d_1^2 k_2}{k_2 - k_1}} = 5.0\ \mathrm{mm}. \tag{12}$$

결국 지구 자기 유도의 수평 성분으로 다음을 얻는다.

$$B_\mathrm{E} = 4.0 \times 10^{-5}\ \mathrm{T} \tag{13}$$

그리고 도선의 깊이는

$$h = 5.0\ \mathrm{mm} \tag{14}$$

이렇게 추정한 $h$와 $B_E$는 시뮬레이션 프로그램에 미리 정해 둔 값과 유효숫자 두 자리까지 일치한다.

**방법 II. 전류를 고정하고 거리를 바꾸기.** 식 (5)는 다음 꼴로 다시 쓸 수 있다.

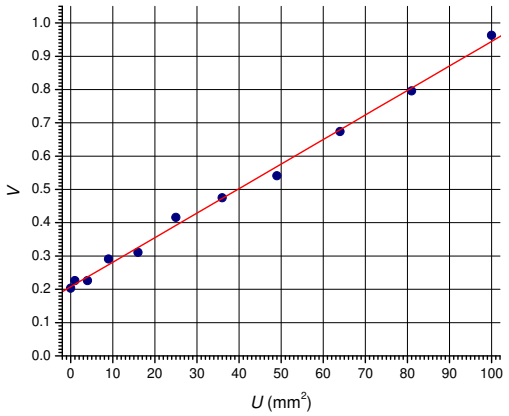
$$\frac{\sin(\theta + \varphi)}{\sin\varphi} = \frac{2\pi B_\mathrm{E}}{\mu_0 I h} d^2 + \frac{2\pi B_\mathrm{E} h}{\mu_0 I} \tag{15}$$

새 보조 변수 $U = d^2$, $V = \sin(\varphi - 30.1^\circ)/\sin\varphi$를 두면 선형화할 수 있다. 이 방법의 전형적인 데이터는 표 3에 있고, 선형화한 $U$–$V$ 그래프는 그림 4와 같다.

표 3: 고정 전류 $I = 5.0$ A에서 거리 $d$에 따른 편향각 $\varphi$의 실험 데이터.

| $x$ | $y$ | $d$ | $\varphi$ | $U$ | $V$ |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 75 | 0 | -143 | 0 | 0.203 |
| 2 | 75 | 1 | -142 | 1 | 0.226 |
| 4 | 75 | 2 | -142 | 4 | 0.226 |
| 6 | 75 | 3 | -139 | 9 | 0.291 |
| 8 | 75 | 4 | -138 | 16 | 0.311 |
| 10 | 75 | 5 | -132 | 25 | 0.416 |
| 12 | 75 | 6 | -128 | 36 | 0.475 |
| 14 | 75 | 7 | -123 | 49 | 0.541 |
| 16 | 75 | 8 | -111 | 64 | 0.674 |
| 18 | 75 | 9 | -98 | 81 | 0.796 |
| 20 | 75 | 10 | -79 | 100 | 0.963 |

그림 4: 고정 전류 $I = 5.0$ A에서 얻은 $U$–$V$ 그래프.




맞춤 직선으로부터 다음을 얻는다.

$$V = 7.37 \times 10^{-3}\text{mm}^{-2}U + 0.208 \qquad (16)$$

즉 $2\pi\ B_E h/(\mu_0 I) = 0.208$, $2\pi\ B_E/(\mu_0 I h) = 7.37\times10^{-3}$ mm^{-2}이다. 따라서

$$B_\text{E} = 3.9 \times 10^{-5}\ \text{T} \qquad (17)$$

이것이 지구 자기 유도의 수평 성분이고,

$$h = 5.3$$

이것이 도선의 깊이이다. 이 추정값은 방법 I의 값에 가깝지만 덜 정확하다. $d$가 작으면 도선의 위치, 즉 변수 $U$에 관련된 상대 오차가 크기 때문이다. 반면 $d$가 크면 편향각이 작아서 나침반 읽기, 즉 매개변수 $V$에 관련된 상대 오차가 크다.

## 채점 기준

기본 식은 풀이의 별도 절에 써도 되고, 풀이의 여러 부분에 나누어 써도 된다.

| **이론적 배경** | | **점수** |
|---|---|---|
| | 자침이 전체 자기 유도의 방향을 가리킨다고 명시적으로 말하거나 분명한 그림으로 보임. | |
| T2 | 식 (1) 또는 그와 동등한 식을 유도함. | 0.3 |
| T3 | 앙페르 법칙 (2)를 적음. | 0.2 |
| | 식 (3) 또는 그와 동등한 식을 유도함. | 0.4 |
| **이론 합계** | | **1.0** |

과제 A와 B에서 최종 결과에 대한 점수는 누적 방식으로 준다. 어떤 양(예: 직선의 매개변수 $a$)이 가장 넓은 구간에 들면 최소 점수를 준다. 그러나 값이 그다음의 더 좁은 구간에 들면, 표시된 점수를 앞 구간의 점수에 더하며, 이를 가장 좁은 구간까지 계속한다.

| **과제 A: 도선의 수평 위치** | | **점수** |
|---|---|---|
| A1 | 도선이 $\lvert\varphi\rvert$가 최대인 곳에 있다고 말하거나 이를 이용함. | 0.2 |
| | ($a$만 구할 수 있는 다른 방법을 말한 경우); | (0.1) |
| A2 | 두 경계 교점 모두에서 2 mm 이내로 도선 위의 점들을 찾음. | 0.2 |
| A3 | 도선 사영을 따라 $n$개의 점을 찾음: | |
| | $n = 3$ 또는 4; | 0.3 |
| | $n \geq 5$. | 0.5 |
| A4 | 그래프에 도선 사영을 그림: | |
| | 측정한 점을 모두, 또는 적어도 5개 그림; | 0.2 |
| | 잘못 그린 점이 있으면; | -0.1 |
| | 점들을 지나는 직선; | 0.2 |
| | 축 이름과 단위; | 0.1 |
| | 값이 적힌 축 눈금; | 0.1 |
| | 양의 $I$ 방향을 올바르게 표시함. | 0.3 |
| A5 | 직선의 방정식: | |
| | $a$가 [−0.61; −0.55] 안; | 0.1 |
| | $a$가 [−0.60; −0.56] 안; | +0.1 |
| | $a$가 [−0.59; −0.57] 안; | +0.3 |
| | $b$가 [73.6; 77.0] mm 안; | 0.1 |
| | $b$가 [74.6; 76.0] mm 안; | +0.1 |
| | $b$가 [74.9; 75.7] mm 안. | +0.3 |
| | $a$와 $b$의 불확도를 올바르게 추정함. | 0.2 |
| **과제 A 합계** | | **3.0** |

과제 B의 풀이 방법이 여럿이므로, 이후의 채점 기준은 모든 풀이 방법에 맞도록 통일했다. 데이터 점은 주어진 $I$, $x$, $y$에서 $\varphi$를 한 번 잰 것으로 정의한다. 데이터 점의 가중치 $W$는 측정 데이터를 제시하고 수치로 다룬 방식에 관련된 점수로 정의한다.

| | |
|---|---|
| $I$, $x$, $y$와 해당 $\varphi$를 알맞은 자릿수로 표에 기록함. | 0.1 |
| 도선까지의 거리 $d$의 값과, (풀이에 필요하면) 선형화 보조 변수의 값을 올바르게 계산하여 표에 기록함. | 0.1 |
| 최대 $W$ | 0.2 |

데이터 기록과 처리의 전체 점수(B2, 아래 표 참고)는 데이터 점의 수 $N$에 대해 $N = 8$까지 선형으로 늘어난다. 8번째 이후의 데이터 점은 B2의 전체 점수에 더해지지 않는다. A 부분에서 잰 데이터 점은 B 부분에서도 쓸 수 있다고 밝히거나 은연중에 쓴 경우에만 B2 점수에 넣는다.

| 과제 B: $B_E$와 $h$ 구하기 | | 점수 |
|---|---|---|
| | 식 (3)을 선형화하는 보조 변수를 알맞게 고르거나, 서로 다른 두 거리 $d$에서 잰 두 각 $\varphi$로 $B_E$와 $h$를 나타내는 명시적인 식을 유도함(최소한의 방법). | |
| B2 | 데이터 기록과 처리: | |
| | $\min(N,8)\times$ $W$ | 1.6 |
| B3 | 표에 데이터 정리: | |
| | 열 제목 | 0.2 |
| | 단위 | 0.2 |
| B4 | 매개변수 추출 | |
| | 그래프 방법: | |
| | $n$개 점을 그림 $m=\min(n,8)$ | $0.1m$ |
| | 그래프 창의 75% 이상을 덮음 | 0.2 |
| | 축 제목 | 0.2 |
| | 축 단위 | 0.2 |
| | 값이 적힌 눈금 | 0.2 |
| | 그래프에 맞춤 직선을 그림 | 0.5 |
| | 맞춤 직선의 매개변수를 구해 분명히 적음 | 0.5 |
| | 그래프 없이 선형 회귀: | |
| | $n$개 점 사용 $m=\min(n,8)$ | $0.1m$ |
| | 올바른 맞춤 | 1.8 |
| | 두 점 측정 $n$번의 평균: $m=\min(n,13)$ | $0.2m$ |
| B5 | $B_E$와 $h$의 최종값을 직선의 매개변수에서 계산하거나 두 점 측정의 결과에서 계산함(최소한의 방법): | |
| | $B_E$in$[3.7;4.3]\times10^{-5}$ T | 0.1 |
| | $B_E$in$[3.8;4.2]\times10^{-5}$ T | +0.1 |
| | $B_E$in$[3.9;4.1]\times10^{-5}$ T | +0.2 |
| | $h$in$[4.5;5.5]$ mm | 0.1 |
| | $h$in$[4.7;5.3]$ mm | +0.1 |
| | $h$in$[4.9;5.1]$ mm | +0.2 |
| **과제 B 합계** | | **6.0** |

e

## E2: 가열된 원통

가열기를 300 W 최대로 켜고 온도계를 막대 길이를 따라 고르게 배치한 뒤, 100초마다 결과를 표시하게 하여 실험을 시작한다. 기다리는 동안 실험의 나머지를 계획하거나 다른 실험을 한다. 막대는 약 600초에 정상 상태에 이른다. 마지막 측정 다섯 개로 다섯 온도계의 평균 온도를 구한다. 이 값은 나중에 쓴다.

가장 접근하기 쉬운 방법은 정상 상태, 균일한 온도, 낮은 온도, 높은 온도에서의 거동을 조사하는 것이다. 낮은 온도와 높은 온도의 거동을 나누어 보는 것이 유용하다. 높은 온도에서는 흑체 복사가 지배적이고, 실온 근처에서는 대류 손실이 가장 크기 때문이다.

열용량은 열 손실이 되도록 작도록 충분히 낮은 비율로 충분히 짧게 막대를 가열하여 구한다.

한 가지 방법은 전체 1500 J의 열을 주되, 온도를 되도록 낮게 유지하면서 여러 전력 설정과 여러 시간으로 주는 것이다.

막대의 평균 온도는 같은 간격의 다섯 점에 심프슨 공식을 적용하여 계산한다.

$$T_{avg} = \frac{T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + T_5}{12}$$

대신 단순 평균을 계산하면 +5%의 오차가 생긴다.

가열 시간이 50초보다 짧을 때 평균 온도는 $55.4\pm0.5$ ℃이고, 비열은 $c = 114\pm1$ J/(kg K)이다.

막대를 600초 동안 최대 전력으로 가열한 뒤 식게 둔다.

약 700초에 막대의 온도가 균일해진다. 다섯 점을 평균하여 막대의 평균 온도를 얻는다.

선형 냉각은 $\ln(T-T_0)$ 대 $t$ 그래프가 직선이라고 예측한다.

대류 열 손실률은 $A\alpha(T-T_0)$이다. 여기서 $A$는 막대의 겉넓이이다. 양 끝 마개를 잊지 마라!

복사 열 손실률은 $\beta\sigma(T^4-{T_0}^4)$이다. 여기서 $\sigma = 5.67\times10^{-8}$ W/(m^2K^4)이다. 따라서 복사 열 손실률은 $A\beta\sigma(T^4-{T_0}^4)$이다.

$T_0$에 가까운 온도에서는 복사 식을 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$A\beta\sigma(T^4 - T_0^4) \approx A\beta\sigma 4(T-T_0)T_0^3$$

따라서 $T_0$에 가까운 온도에서 선형 열 손실률은

$$A\left(\alpha + \beta\sigma 4T_0^3\right)(T-T_0)$$

균일하고 온도가 낮은 막대가 식을 때,

$$mc\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = -A\left(\alpha + \beta\sigma 4T_0^3\right)(T-T_0)$$

해는 다음 꼴이다.

$$T - T_0 = Ce^{-Bt}$$

여기서

$$B = A\frac{\alpha + \beta\sigma 4T_0^3}{mc}$$

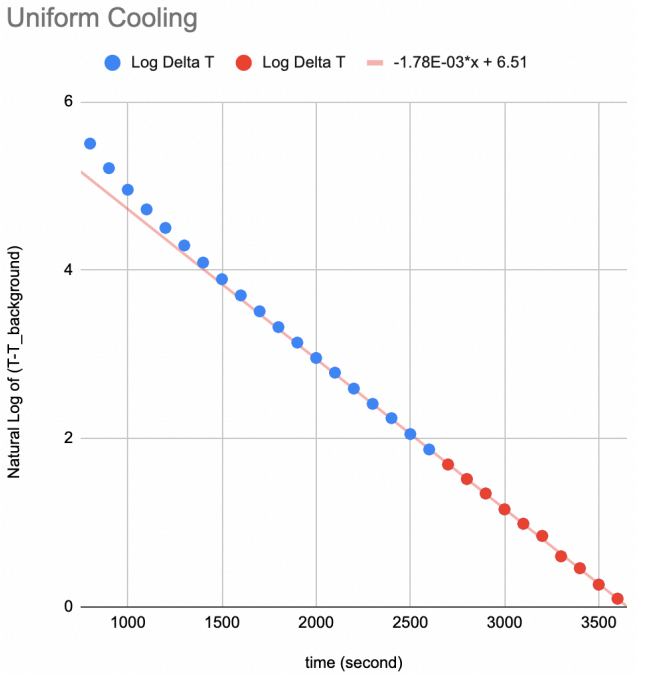
시간 $t$에 대한 $\ln(T-T_0)$의 로그 그래프는 직선이어야 하며, 기울기는 다음과 같다.

$$-A\frac{\alpha + \beta\sigma 4T_0^3}{mc}$$

$dT/dt$를 $T-T_0$의 함수로 그려도 직선이 되며, 기울기는 역시 다음과 같다.

$$-A\frac{\alpha + \beta\sigma 4T_0^3}{mc}$$

어느 경우든 기울기는 $-1.78\times10^{-3}$ /s이다.




선형 냉각 직선을 정하는 데는 마지막 점들(빨간색)만 썼다. $t = 2000$ s부터 잘 맞는 것이 분명하며, 이는 막대 온도 $T$<t;45 °C에 해당한다.

흑체 거동을 찾으려면 흑체 복사가 열 손실의 주된 형태가 되도록 막대를 되도록 많이 가열해야 한다. 뜨거운 막대가 정상 상태에 있으므로 복사된 열은 300 W와 같아야 한다. 처음의 결과를 쓴다.

막대의 평균 온도는 같은 간격의 다섯 점으로 다음과 같이 계산한다.

$$T_{avg} = \frac{T_1 + 4T_2 + 2T_3 + 4T_4 + T_5}{12} = 662\,^\circ\text{C}.$$

단순 평균을 계산하면 +1.5%의 오차가 생긴다.

$T^4$의 평균은 다음과 같이 구한다.

$$T^4_{\text{avg}} = \frac{{T_1}^4 + 4{T_2}^4 + 2{T_3}^4 + 4{T_4}^4 + {T_5}^4}{12} = 7.95\times10^{11}\ \text{K}^4$$

단순 평균을 계산하면 +6.3%의 오차가 생긴다.

선형 온도 열 손실률은 위에서 다음과 같이 구해진다.

$$(-1.78\times10^{-3}\ \text{/s})mc\Delta T = 59\ \text{W}$$

그러면 흑체 나머지 항은

$$300 - 59 = 241\ \text{W},$$

이고, 이는 반드시 다음과 같다.

$$A\beta\sigma(T^4 - T_0^4) - A\beta\sigma 4T_0^3(T - T_0),$$

여기서 둘째 항은 흑체 거동의 일부를 선형으로 고려했다는 사실을 반영한다. 풀면 $\beta = 0.304\pm0.004$이다.

둘째 항을 빼지 않으면 $\beta = 0.28$을 얻게 된다.

이제 다음에서 $a$를 구할 수 있다.

$$-A\frac{\alpha + \beta\sigma 4T_0^3}{mc} = -1.78\times10^{-3}\ \text{/s}$$

그러면 $a = 2.93$을 얻는다.

또는 균일하고 온도가 높은 막대가 식을 때,

$$mc\frac{T}{\mathrm{d}t} \approx -A\beta\sigma\ \ T^4 - T_0^4$$

복사 냉각 효과가 지배하기 때문이다. $dT/dt$를 ${T^4}-{T_0}^4$의 함수로 그리면 직선이 되어야 하며, 기울기는 다음과 같다.

$$-\frac{A\beta\sigma}{mc}$$

기울기는 $-7.8\times10^{-12}$ K^3/s이다.

이는 $\beta/c = 3.25\times10^{-3}$ kg K/J를 뜻하고 $\beta = 0.36$을 준다. 이 값은 너무 크다. 선형 손실 효과를 무시한 것이 컸다. 앞에서 보았듯이 이 온도 범위에서 열 손실의 거의 20%가 대류에 의한 것이다.

높은 온도의 거동을 이용해 막대 중심을 지나는 열 흐름을 구할 수 있다. 가열하지 않은 막대 절반에서 $T$와 $T^4$의 평균은 599 °C와 $5.8\times10^4$ K^4이고, 이로부터 열 손실은 112 W이다. 그 열은 반드시 막대의 다른 쪽에서 왔다.

온도 기울기는 $-898$ K/m이므로 $k = 397$ W/(m K)이다. 주어진 식은 열 흐름의 비율을 준다는 것을 잊지 마라. 즉 막대의 단면적을 고려해야 했다.

## 채점 기준

**$c$ 구하기, 모두 2.5점**

| | 과제 | 점수 |
|---|---|---|
| 2.1 | 고정된 열량 $Q$로 막대를 가열한다는 생각. | |
| 2.2 | 넣은 열량과 온도 변화, $c$를 잇는 식을 얻음. | 0.4 |
| 2.2 | 열 손실의 영향을 줄이도록 짧게 가열함: | |
| | 60초보다 짧게 가열. | 0.2 |
| 2.3 | 막대의 온도를 평균함: | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 심프슨 공식(또는 동등한 방법)으로 | 0.3 |
| | 네 점 이상 평균; | 0.2 |
| 2.4 | 둘 이상의 시각 값을 확인함 | 0.2 |
| 2.5 | $c$의 수치: | |
| | $c$가 [103; 123] J/(K kg) 안; | 0.3 |
| | $c$가 [108; 118] J/(K kg) 안. | 0.2 |

**선형 열 손실 구하기, 모두 2.0점**

| | 과제 | Pts |
|---|---|---|
| 3.1 | (가열 없이) 낮은 온도 극한에서 막대가 어떻게 식는지 본다는 생각. | 0.2 |
| 3.2 | $a$, $\beta$, $c$로 $T$를 $t$의 함수로 나타내는 식을 얻음: | |
| | 복사 손실을 $T_0$ 근처에서 선형화; | 0.3 |
| | $T(t)$에 대한 미분 방정식을 얻음; | 0.1 |
| | 미분 방정식을 풀어 $T(t)$를 얻음. | 0.2 |
| 3.3 | 시각 $t$에서의 평균 온도를 구함: | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 심프슨 공식(또는 동등한 방법)으로 네 점 이상 평균; | 0.3<br>0.1 |
| 3.4 | 그래프로 기울기($a$, $\beta$, $c$의 함수)를 구함: | |
| | $T<50$ °C 범위에서 2–4개 점을 그림; | 0.1 |
| | $T<50$ °C 범위에서 5개 이상의 점을 그림; | 0.1 |
| | 축 이름과 단위; | 0.1 |
| | 값이 적힌 축 눈금. | 0.1 |
| 3.5 | 기울기의 수치: | |
| | 기울기가 $[-1.58\times10^{-3}, -1.98\times10^{-3}]$ 안; | 0.2 |
| | 기울기가 $[-1.68\times10^{-3}, -1.88\times10^{-3}]$ 안; | 0.1 |

**$\beta$ 구하기, 모두 2.5점**

| | 과제 | Pts |
|---|---|---|
| 4.1 | 높은 온도 극한에서 정상 상태를 본다는 생각. | 0.2 |
| 4.2 | 열 균형 식을 적음: | |
| | 양 끝 마개의 넓이를 고려; | 0.1 |
| | 앞에서 구한 기울기에서 $a$ 의존성을 없애 열 손실의 선형 기여를 고려; | 0.2 |
| | 정상 상태의 $T$와 $T^4$의 평균값으로 $\beta$의 최종 식. 앞 부분에서의 실수는 여기서 감점하지 않는다. | 0.2 |
| 4.3 | 측정: | |
| | 정상 상태 온도가 500 °C보다 높을 만큼 가열 전력이 충분히 큼; | 0.1 |
| | 정상 상태에 이르도록 적어도 300 s 기다림 | 0.1 |
| | 정상 상태에 이르도록 적어도 600 s 기다림 | 0.1 |
| 4.4 | 평균 온도를 구함: | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 심프슨 공식(또는 동등한 방법)으로 네 점 이상 평균; | 0.3<br>0.1 |
| 4.5 | 평균 $T^4$를 구함(평균 복사 손실 계산용): | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 심프슨 공식(또는 동등한 방법)으로 네 점 이상 평균; | 0.3<br>0.1 |
| 4.6 | $\beta$의 수치: | |
| | $\beta$가 [0.25; 0.35] 안; | 0.3 |
| | $\beta$가 [0.28; 0.32] 안. | 0.2 |

**$a$ 구하기, 모두 0.5점**

| | 과제 | Pts |
|---|---|---|
| 5.1 | 기울기 $\gamma$로 $a$를 나타내는 식을 얻음. | 0.1 |
| 5.2 | $a$의 수치: | |
| | $a$가 [2.33; 3.23] W/(m² K) 안; | 0.2 |
| | $a$가 [2.53; 3.03] W/(m² K) 안. | 0.2 |

**$k$ 구하기, 모두 2.5점**

| | 과제 | Pts |
|---|---|---|
| 6.1 | 막대의 한 부분에서 다른 부분으로의 흐름을 본다는 생각 | 0.4 |
| 6.2 | 이론: | |
| | 열 흐름을 $k$와 온도 기울기로 나타냄; | 0.2 |
| | 열 흐름을 평균 $T$, $T^4$, 막대 절반의 가열 전력으로 나타냄; | 0.4 |
| | 양 끝 마개의 넓이를 고려. | 0.1 |
| 6.3 | 절반의 평균 온도를 구함: | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 네 점 이상 평균. 점들이 같은 간격이 아닌데 평균에서 이를 고려하지 않으면 점수 없음; | 0.1 |
| 6.4 | 평균 $T^4$를 구함(평균 복사 손실 계산용): | |
| | 한 점에서 세 점까지 평균; | 0.1 |
| | 네 점 이상 평균; | 0.1 |
| 6.5 | 온도 기울기를 구함: | |
| | 기울기 계산에 적어도 두 점을 사용; | 0.1 |
| | 수치 미분에 $(f(x+h)-f(x-h))/2h$ 사용; | 0.2 |
| | 기울기 계산에 쓴 점들의 범위가 5 cm보다 멀지 않음; | 0.1 |
| | 기울기 계산에 쓴 점들의 범위가 1 cm보다 가깝지 않음; | 0.1 |
| 6.5 | $k$의 수치: | |
| | $k$가 [328; 488] W/(m K) 안; | 0.3 |
| | $k$가 [378; 438] W/(m K) 안. | 0.2 |

**채점 참고 사항:**

• 센서의 위치를 기록하고 보고하지 않으면 그때마다 **–1.0점**을 감점한다! 보고서의 한 부분에 센서의 위치를 분명히 적고, 실험 중에 옮기지 않았다고 밝혀도 된다.

• 공간 평균을 계산할 때 온도계 사이의 간격이 고르지 않으면 평균 기법에 알맞은 가중치를 써야 하며, 그렇지 않으면 그때마다 **–0.1점**을 감점한다!

• 공간 평균을 계산할 때 막대의 온도가 대체로 균일하지 않으면, 0.3점을 받으려면 심프슨 공식이나 그와 동등한 기법을 써야 한다. 모든 온도가 오차 한계 2배 안에 있으면 0.3점을 받는 데 심프슨 공식이 필요하지 않다.

• 수치 미분은 반드시 대칭형

$$f'(x) \approx (f(x+h) - f(x-h))/2h$$

또는 그와 동등하거나 더 좋은 방법을 써야 한다.