E2: 광학 블랙박스 - 풀이

과제 E2.1 - 중앙 소자 (~0.3점)

상자 가운데에 어떤 소자가 있는지 알아내려고, 네 포트(A, B, C, D) 모두로 차례로 빛을 넣는다. 빛이 어디로 나오는지 적는다. 주어진 네 가지 경우에 대해 다음과 같이 추론한다.

- **소자 없음**: 이 경우 마주 보는 포트로만 빛이 나와야 하지만, 모서리를 돌아 나오는 신호가 뚜렷이 보이므로 (예: A로 넣으면 B로 나옴) 제외할 수 있다.
- **완전 반사 거울 (양면)**: 이 경우 적어도 한 광축을 따라서는 곧장 통과할 수 없으므로 역시 제외할 수 있다. 그러나 (입력 편광에 따라) 빛이 A에서 C로, B에서 D로 통과하는 것이 뚜렷이 보인다.
- **정삼각형 프리즘**: 정삼각형 프리즘은 모든 면 사이의 각이 60°이다. 이 배치는 언제나 빔을 광축 밖으로 꺾지만, 가운데 빔이 곧게 남는 것이 뚜렷이 보이므로 프리즘은 제외할 수 있다.
- **반투명 거울**: 모든 입력 빔에 대해 상자는 뚜렷한 출력 빔 두 개를 낸다. 이 거동은 반투명 거울로 잘 설명된다. 실제로는 한 면에 반투명 창 필름을 붙인 2 mm 두께의 얇은 아크릴 판을 썼다.

빔 분할기의 방향(즉 부분 반사면의 방향)을 알아내려면 다음에 주목한다.

- 블랙박스의 (서로 수직인) 두 광축을 이으려면 두 축 모두에 대해 45° 각으로 놓여야 한다.
- 포트 A와 B, 그리고 C와 D가 이어져 있으므로, 부분 반사면은 D와 A 사이의 모서리에서 B와 C 사이의 모서리로 대각선으로 놓인다(그림 10 참고).

E2.1 중앙 소자		**점수**
	빛 갈라짐의 체계적 관찰 (올바르게 식별하면 자동으로 줌)	0.1
	반투명 거울의 올바른 식별	0.1
	올바른 추론: 거울의 방향	0.1
E2.1 합계		**0.3**

과제 E2.2 - 포트 소자 (~2.2점)

네 포트 모두로 차례로 빛을 넣고 나머지 세 포트에서 관찰한 출력을 적는다. 또 (레이저 다이오드를 돌려) 입력 편광을 바꿀 때의 효과와 빔의 발산·수렴에도 주의한다. 이렇게 하여 관찰 행렬 표 2를 얻는다.

이로부터 다음과 같이 결론 내린다.

- **D 포트의 편광판**: D 포트가 관여할 때마다 편광에 크게 의존하는 거동이 나타나며,

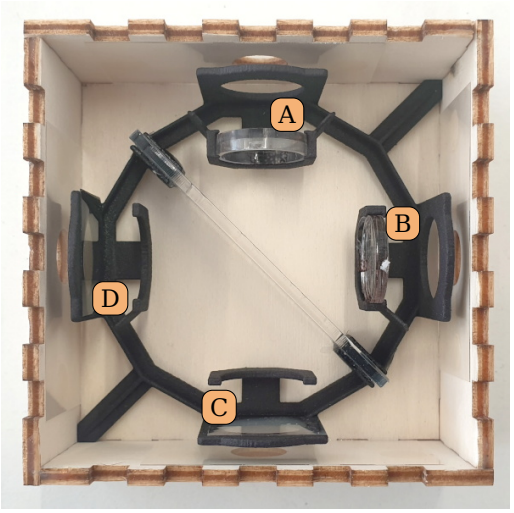


그림 10: 상자 안의 모습

표 2: 한 포트로 빛을 넣고(행) 다른 포트로 나올 때(열) 관찰한 빛의 특성

입사 ↓	출구 A	출구 B	출구 C	출구 D
A	-	초점이 맺히는 빔, 초점이 상자에 가까움	초점이 맺히는 빔 세 개, 초점이 상자에 가까움	약한 반사, 입력 편광에 의존
B	밝고 초점이 맺히는 빔, 초점이 멂	-	빔 세 개, 매우 약함	발산하는 빔, 입력 편광에 의존, 세기를 0으로 줄일 수 있음
C	초점이 맺히는 빔, 초점이 상자에서 약 5 cm 떨어짐	매우 약함, 발산하는 빔	-	평행 빔, 입력 편광에 의존하지만 세기를 0으로 줄일 수는 없음
D	매우 약함, 초점이 맺히는 빔	발산하는 빔, 입력 편광에 의존, 세기를 거의 0으로 줄일 수 있음	평행 빔 세 개, 입력 편광에 의존, 세기를 거의 0으로 줄일 수 있음	-

D가 관여하지 않는 모든 조합에서는 편광 효과가 없다. 따라서 D는 편광판이다.

- **C 포트의 회절격자**: C 포트로는 언제나 빔 세 개가 나온다. 따라서 C에는 회절격자가 있어야 한다. 참고*: C* 포트로 넣으면 높은 회절 차수는 다른 포트에서 잘려 나가므로 빔이 하나만 나온다.
- **A 포트의 볼록 렌즈**: C-A를 잇는 축을 따라 빛을 보내면 상자 밖에 초점이 뚜렷이 보인다. 이는 A 포트의 소자에서만 올 수 있으므로 볼록 렌즈가 있어야 한다.
- **B 포트의 오목 렌즈**: B-D 축을 따라서는 발산하는 빔을 얻는다. 이는 오목 렌즈 때문일 수도 있고, B에서 초점이 상자 안에 있는 볼록 렌즈 때문일 수도 있다. 빔의 발산은

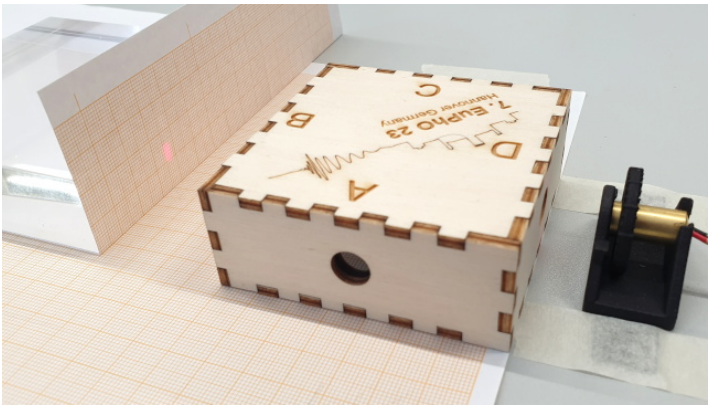


그림 11: 오목 렌즈 뒤의 발산하는 빔을 재는 장치.

분명히 아주 완만해서 B 영역 안에서 초점으로 모이지 않는다. 따라서 B에는 오목 렌즈가 있다고 결론 내린다.

E2.2 소자		**점수**
a)	레이저 다이오드를 선형 편광 광원으로 인식하거나 사용함	0.2
b)	**관찰과 풀이**	**2.0**
	A: 관찰 / 추론 (빔 초점)	0.2
	A: 결과 집속 렌즈	0.3
	B: 관찰 / 추론 (발산하는 빔)	0.2
	B: 결과 오목 렌즈	0.3
	C: 관찰 / 추론 (분리된 점들)	0.2
	C: 결과 회절격자	0.3
	D: 관찰 / 추론 (회전 의존성)	0.2
	D: 결과 편광판	0.3
E2.2 합계		**2.2**

과제 E2.3 - 특성 (~7.5점)

이제 네 소자의 원하는 값을 얻기 위해 차례로 측정한다. 각 창에는 두께 0.13 mm의 보호 유리판이 있어 소자가 실제보다 0.04 mm 상자 가장자리에 가깝게 보인다. 참 위치에는 보정한 값을 쓴다.

a) A 포트 뒤의 볼록 렌즈 (위치와 초점 거리) 먼저 레이저에서 나오는 빔이 일정한 점 크기 $w_0 \approx (3.8 \pm 0.2)$ mm로 평행한지 확인한다(레이저마다 3 mm와 6 mm 사이에서 다를 수 있다). 평행 빔이 가능하다는 것은 레일리 거리 z_R로 알 수 있다(학생에게 요구하지 않음).

$$z_R = \frac{\pi w_0^2}{4\lambda} \approx 16\,\mathrm{m} \tag{30}$$

현실적으로 이 장치에서 쓰는 광 경로는 50 cm 아래이므로, 가우스 빔이 넓어지는 효과는 빔 지름의 측정 정밀도에 비해 무시할 수 있다.

(회절격자가 있다고 찾은, 0차 빔이 입력 빔과 같은 단면을 갖는) C 포트로 빛을 넣고, A 포트로부터의 거리에 따른 점 크기를 잰다. 눈으로 대략 상자에서 약 5 cm 떨어진 곳에 있다고 볼 수 있는 초점 뒤에서 잰 점 지름에는 음의 값을 주어, 빔 포락선을 일차 맞춤 함수로 다룬다. 측정값은 다음과 같다.

x [cm]	w [mm]
1	2.6
2	1.9
3	1.2
4	0.7
6	-1.0
7	-1.7
8	-2.1
9	-2.8
10	-3.2
11	-3.7
12	-4.3
13	-4.9
14	-5.3
15	-5.8

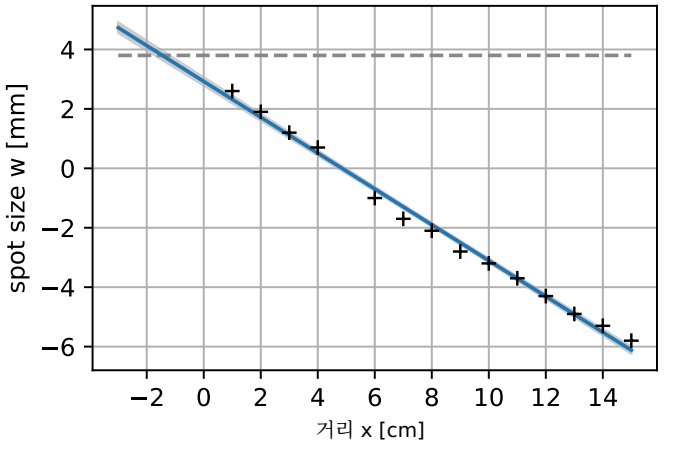


그림 12: 볼록 렌즈 뒤 점 크기 대 상자 가장자리로부터의 거리의 일차 맞춤

따라서 점 크기는 다음 일차식으로 나타낼 수 있다.

$$w(x) = w_0 - \frac{w_0}{f}(x - x_0) = -\frac{w_0}{f}x + w_0\left(\frac{x_0}{f} + 1\right). \tag{31}$$

그림 12에 그린 데이터를 쓰면 초점 거리는 다음과 같다.

$$f = -\frac{w_0}{w_0/f} = \frac{3.8\,\mathrm{mm}}{0.0603} = (6.3 \pm 0.2)\,\mathrm{cm} \tag{32}$$

참 초점 거리는

$$f_{+,\mathrm{true}} = +6.5\,\mathrm{cm} \tag{33}$$

렌즈의 위치는 수렴하는 빔의 지름이 원래

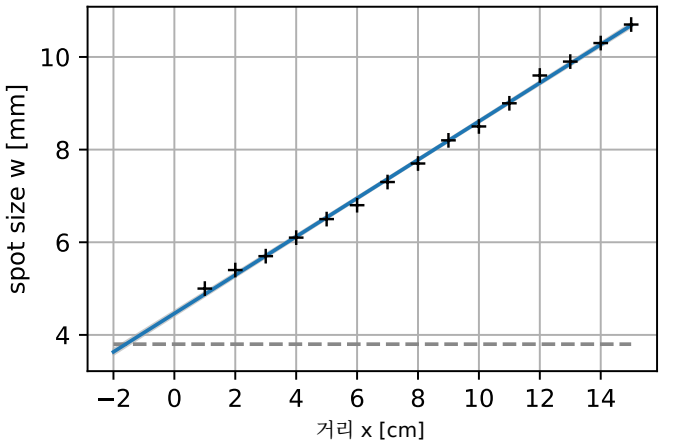


그림 13: 오목 렌즈 뒤 점 크기 대 상자 가장자리로부터의 거리의 일차 맞춤

평행 빔의 지름과 같아지는 곳(그림 12의 점선과 만나는 곳)이며, 이는 상자 가장자리에서 -1.7 cm이다(가장자리는 중심에서 3.8 cm). 따라서

$$x_{+} = 3.8\,\mathrm{cm} + x_0 = (2.1 \pm 0.3)\,\mathrm{cm} \tag{34}$$

참 위치는 상자 중심에서

$$x_{+,\mathrm{true}} = 2.2\,\mathrm{cm} \tag{35}$$

이다.

b) B 포트 뒤의 오목 렌즈 (위치와 초점 거리) 오목 렌즈의 위치와 초점 거리를 정하려고 여러 위치에서 발산하는 빔의 크기를 잰다. 렌즈의 위치는 빔 지름이 원래 평행 빔과 같아지는 곳이다.

오목 렌즈 포트 B를 출력으로 쓰고, 편광판이 빔의 발산을 방해하지 않는 D 포트로 빔을 넣는다. 여러 위치에서 빔 크기를 재려고 밀리미터 눈금 종이를 유리 블록에 테이프로 붙이고 빔 가장자리를 연필로 표시한다. 이렇게 하면 너비를 mm 이하의 정밀도(제곱평균제곱근 약 0.2 mm)로 잴 수 있다.

기록한 빔 너비는 그림 13에 나타냈다.

x [cm]	w [mm]
1	5.0
2	5.4
3	5.7
4	6.1
5	6.5
6	6.8
7	7.3
8	7.7
9	8.2
10	8.5
11	9.0
12	9.6
13	9.9
14	10.3
15	10.7

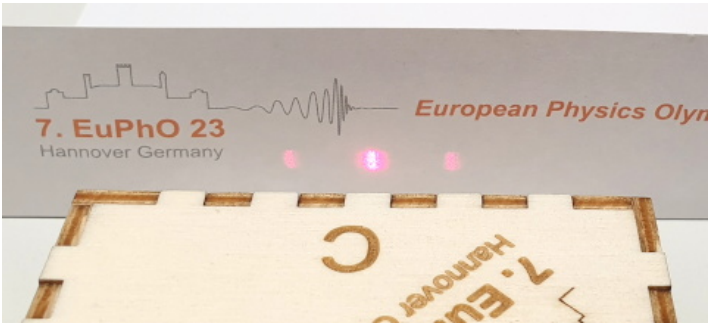


그림 14: 회절격자의 거리와 위치를 정하는 장치.

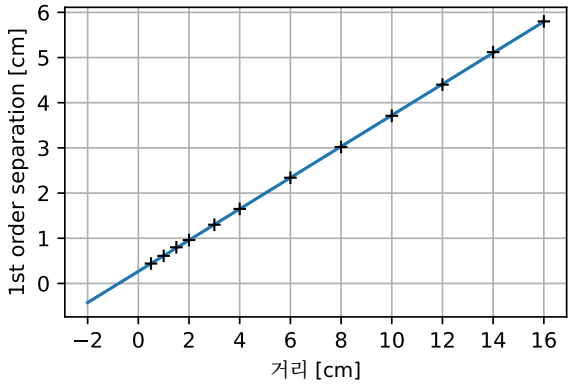


그림 15: 거리에 따른 1차 간격의 일차 맞춤

맞춤으로부터 기울기를 정한다.

$$w' = 0.0415 \pm 0.0005 \tag{36}$$

그리고 포락선이 원래 빔 너비 w_0 = 3.8 mm와 만나는 점 x_0 = (−1.6±0.1) cm

$$x_- = 3.8\,\text{cm} + x_0 = (2.2 \pm 0.1)\,\text{cm} \tag{37}$$

가 오목 렌즈 위치의 어림값이다. 참 위치는 실제로

$$x_{-,\text{true}} = 2.1\,\text{cm} \tag{38}$$

상자 중심에서 이 거리이다.

초점 거리는 다음으로 정한다.

$$f_- = -\frac{w_0}{w'} = (-9.2 \pm 0.3)\,\text{cm} \tag{39}$$

오목 렌즈의 참 초점 거리를 잰 값은 다음과 같다.

$$f_{-,\text{true}} = (-9.2 \pm 0.15),\text{cm} \tag{40}$$

다른 방법: 오목 렌즈를 잴 때 상자를 (예: 고정한 자를 따라) 정확히 옆으로 옮기고 먼 거리에서 빔의 변위를 잴 수도 있다. 가능한 변위는 약 7 mm이고, 약 5 %의 정밀도를 기대할 수 있다.

c) C 포트 뒤의 회절격자 (위치, 회전, 간격) 회절격자는 수평 방향으로 1차와 −1차의 날카로운 곁빔 두 개를 만든다. 따라서 세로줄을 가진 선형 격자이다(방향). 줄 간격(피치)은 만들어진 빔이 0차 투과 빔과 이루는 각을 재서 정할 수 있다.

렌즈의 방해를 피하려고 편광판(D)으로 넣고 C 포트의 격자로 나오게 하며, 편광판을 최대로 투과하도록 레이저를 돌린다. 상자로부터 여러 거리에서 가로 방향 빔 간격을 재면, 그 변화를 일차 함수로 맞춰 벌어지는 각과 격자의 오프셋 위치를 모두 얻을 수 있다.

각 차수 n의 회절각 α는 다음 관계를 만족한다.

$$d \cdot \sin\alpha = n \cdot \lambda \tag{41}$$

여기서 λ는 레이저 파장 650 nm이다.

다음 위치 값들을 쟀다. 위치를 정밀하게 정하려고 상자 가까이에서 점 밀도를 높였고, 빔 각을 정밀하게 정하려고 거리 범위를 넓게 잡았다.

x [cm]	y [cm]
0.5	0.44
1	0.61
1.5	0.80
2	0.96
3	1.3
4	1.65
6	2.34
8	3.02
10	3.71
12	4.4
14	5.12
16	5.8

이를 그림 15에 그렸다.

일차 맞춤으로 기울기 $y' = 0.3454 \pm 0.0005$, $y = 0$이 되는 곳 $x_0 = (-0.77 \pm 0.01)$ cm, 그리고 $\alpha = \arctan y' = 19.1°$를 얻는다. 따라서 피치는

$$d = \lambda / \sin\alpha = (1.99 \pm 0.02)\,\mu\text{m} \tag{42}$$

이 오차는 레이저 파장의 불확도(5 nm/650 nm = 0.8 %)가 지배하며, 잰 기울기의 불확도는 0.0005/0.3454 = 0.14 %에 불과하다.

(참값 2 µm) (43)

상자 안 격자의 위치는 맞춘 직선이 x축과 만나는 곳이다. 주된 불확도는 상자와 스크린을 놓는 정확도 약 1 mm에서 온다.

$$x_g = 3.8\,\text{cm} + x_0 = (3.0 \pm 0.1)\,\text{cm} \tag{44}$$

이는 상자 바깥 가장자리로부터의 거리이다. 참값은 $x_{g,\text{true}} = 3.12$ cm이다.



그림 16: 브루스터 반사를 이용한 레이저 편광의 결정. 수평 편광에서 반사 빔이 사라진다.

d) D 포트 뒤의 편광판 (회전각) 편광판의 특성을 알아내려면 레이저 빔의 편광을 정확히 알아야 한다. 레이저는 주어진 아크릴 블록 표면에서 비스듬히 반사시켜 특성을 알아낼 수 있다. 특히 브루스터 각에서는 입사광이 서로 수직으로 편광된 두 성분으로 완전히 나뉜다. 이 브루스터 각은 주어진 광학 밀도로 계산할 수도 있지만, 반사 빔의 세기가 가장 작아지는 곳을 찾는 편이 더 쉽다.

학생은 연직 유리면에 대한 입사각을 브루스터 각에 맞추고, 동시에 레이저를 광축 둘레로 돌려 반사가 0이 되게 할 수 있다(그림 16). 이때 레이저는 순수하게 수평 편광되어 있으며, 회전 바퀴에 이 위치를 표시해 둘 수 있다.

이제 편광판을 조사하려고 레이저를 편광판 포트(D)에 입력으로 넣는다. 가운데 빔 분할기가 부분적으로 편광시켜 측정을 방해할 수 있으므로 D를 출력으로 써서는 안 된다.

이어서 투과가 0 가까이 최소가 될 때까지 레이저를 광축 둘레로 돌려 편광판의 각을 찾는다(상대 세기 변화가 크게 남으므로 최소는 최대보다 더 정밀하게 찾을 수 있다). 이 각을 레이저의 연직 편광 각에 대해 적으면, 이는 최대 차단 방향을 나타낸다. 따라서 편광판의 투과 방향은 잰 각에서 90°이다.

편광 각은 연직축에서 65°로 얻어졌다. 거울상에 대한 방향은 고려하지 않고 수평축으로부터의 각만 고려한다.

최소 투과점의 측정은 빠르지만 아주 정밀하지는 않으므로, 180° 떨어진 두 측정을 해서 평균하는 것이 좋은 전략이다.

E2.3 특성		**점수**
a)	**A의 볼록 렌즈**	**1.9**
	측정 아이디어와 선형화: 거리에 따른 빔 지름	0.2
	데이터 수집, 15 cm에 걸쳐 데이터 점 10개 이상, 적으면: min(0.05점 × 측정 횟수, 데이터 범위 s에 대해 s [cm]/30점, 총 0.5점). (대신 초점을 정량적으로 찾았으면: 0.2점)	0.5
	그림과 맞춤, 또는 해석적 방법	0.6
	f = 6.5 cm의 결과 (±0.5 cm, ±2 cm이면 절반)	0.2
	x_+ = 2.2 cm의 결과 (±0.3 cm, ±0.6 cm이면 절반)	0.2
	오차 전파와 어림	0.2
b)	**B의 오목 렌즈**	**1.9**
	측정 아이디어와 선형화: 거리에 따른 빔 지름	0.2
	데이터 수집, 15 cm에 걸쳐 데이터 점 10개 이상, 적으면: min(0.05점 × 측정 횟수, 데이터 범위 s에 대해 s [cm]/30점, 총 0.5점).	0.5
	그림과 맞춤, 또는 해석적 방법	0.6
	f = −9.2 cm의 결과 (±1 cm, ±2 cm이면 절반)	0.2
	x_- = 2.2 cm의 결과 (±0.3 cm, ±0.6 cm이면 절반)	0.2
	오차 전파와 어림	0.2
c)	**C의 회절격자**	**1.9**
	올바른 무늬 방향 (세로줄)	0.2
	측정 아이디어와 선형화: 거리에 따른 회절 차수 간격	0.2
	데이터 수집, 15 cm에 걸쳐 데이터 점 3개 이상. 적으면: min(0.2점 × 측정 횟수, 데이터 범위 s에 대해 s [cm]/30점, 총 0.5점).	0.5
	그림과 맞춤, 또는 해석적 방법	0.4
	d = 2 µm의 결과 (±0.05 µm, ±0.1 µm이면 절반)	0.2
	x_g = 3.12 cm의 결과 (±0.2 cm, ±0.4 cm이면 절반)	0.2
	오차 전파와 어림	0.2
d)	**D의 편광판**	**1.8**
	브루스터 각 배치로 레이저 편광을 정함 (유전체의 반사로 편광을 조사한다는 아이디어에 0.1)	0.4
	반사 빔 세기가 (거의) 0이면 수평 편광임	0.2
	D를 출력으로 쓸 때와 입력으로 쓸 때 거동이 다름을 알아챔	0.2
	D 포트를 출력이 아닌 입력으로 씀 (그리고 그것을 언급함)	0.2
	최대가 아닌 최소 투과를 씀	0.2
	결과 $\lvert a\rvert$ = 65°: ±5°이면 0.3점 (±9°이면 0.2점), 수평축에 더 가까운 방향이면 0.1점. (편광을 보정할 그럴듯한 방법이 없었다면 0점)	0.4
	오차 어림	0.2
E2.3 합계		**7.5**