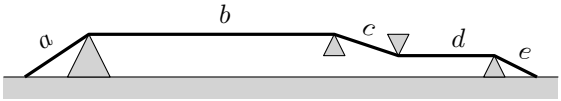
문제 E1. 전기 기타 (20점)

A부분. 줄의 치수 (2점)

길이 l_1에 대해, 직접 잰 양과 계산:



$$a = 31\,\text{mm}$$
$$b = 504\,\text{mm}$$
$$c = 21\,\text{mm}$$
$$d = 83\,\text{mm}$$
$$e = 35\,\text{mm}$$

길이 l_1과 그 불확도:

$$l_1 = a + b + c + d + e = 674\,\text{mm} \qquad \textbf{[0.5 p]}$$

a, b, c, d, e의 오차는 받침이 둥글어 더 정밀하게 잴 수 없으므로 대략 2 mm로 어림할 수 있다. 이 오차들은 무작위이고 서로 상관이 없으므로 불확도는

$$\Delta l_1 = \sqrt{5 \times (2\,\text{mm})^2} \approx 4\,\text{mm}. \qquad \textbf{[0.5 p]}$$

줄 지름 d에 대해, 직접 잰 양과 계산:

그림에서 지름 $d_{fig} = 19.5 \pm 1.0$ mm (오차는 줄자의 정확도와 줄 표면의 거칠기를 합친 것).

줄 지름 d와 그 불확도:

$d = d_{fig}/100 = 0.195 \pm 0.010$ mm. [값에 **0.5점**, 불확도에 **0.5점**]

B부분. 비저항 (3점)

측정 회로를 그리시오:

줄은 되도록 덜 가열되어야 하므로, 전류를 제한하려면 되도록 큰 저항을 써야 한다. 가장 정밀한 측정은 A와 B 사이에 1 kΩ 저항과 전류계를 연결하고, 두 받침 사이에 전압계를 (도선을 받침에 되도록 가깝게 하여) 연결하는 것이다.

줄의 비저항 ϱ에 대해, 직접 잰 양, 계산, 멀티미터 설정:
멀티미터 범위: AX-100은 20 mA, AX-MS811은 DCV.

$$\begin{aligned} I &= 4.94\,\mathrm{mA} \\ U &= 15.8\,\mathrm{mV} \\ \Delta I &= 1.5\%I + 3\times 0.01\,\mathrm{mA} \approx 0.10\,\mathrm{mA} \\ \Delta U &= 0.7\%U + 3\times 0.1\,\mathrm{mV} \approx 0.4\,\mathrm{mV} \\ l &= 504 \pm 2\,\mathrm{mm} \quad \text{(앞 부분에서)} \end{aligned}$$

줄의 비저항 ϱ와 그 불확도:

$$\begin{aligned} R &= \frac{U}{I} \\ A &= \frac{\pi d^2}{4} \\ \rho &= \frac{RA}{l} = \frac{\pi U d^2}{4lI} \approx 1.89\times 10^{-4}\,\Omega\cdot\mathrm{mm} = 1.89\times 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m} \\ \Delta\rho &= \rho\sqrt{\left(\frac{\Delta U}{U}\right)^2 + \left(\frac{2\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} \approx 0.17\times 10^{-7}\,\Omega\cdot\mathrm{m} \end{aligned}$$

[가장 작은 전류(가장 큰 저항)를 쓰면 **0.5점**, 전압계를 받침에 되도록 가깝게 연결하면(올바른 4단자 측정) **1점**, 값을 재면 **0.5점**, ϱ를 계산하면 **0.5점**, 불확도를 합리적으로 계산하면 **0.5점**]
[저항계로 쟀다면(훨씬 덜 정밀함) 최대 **1.5점**]

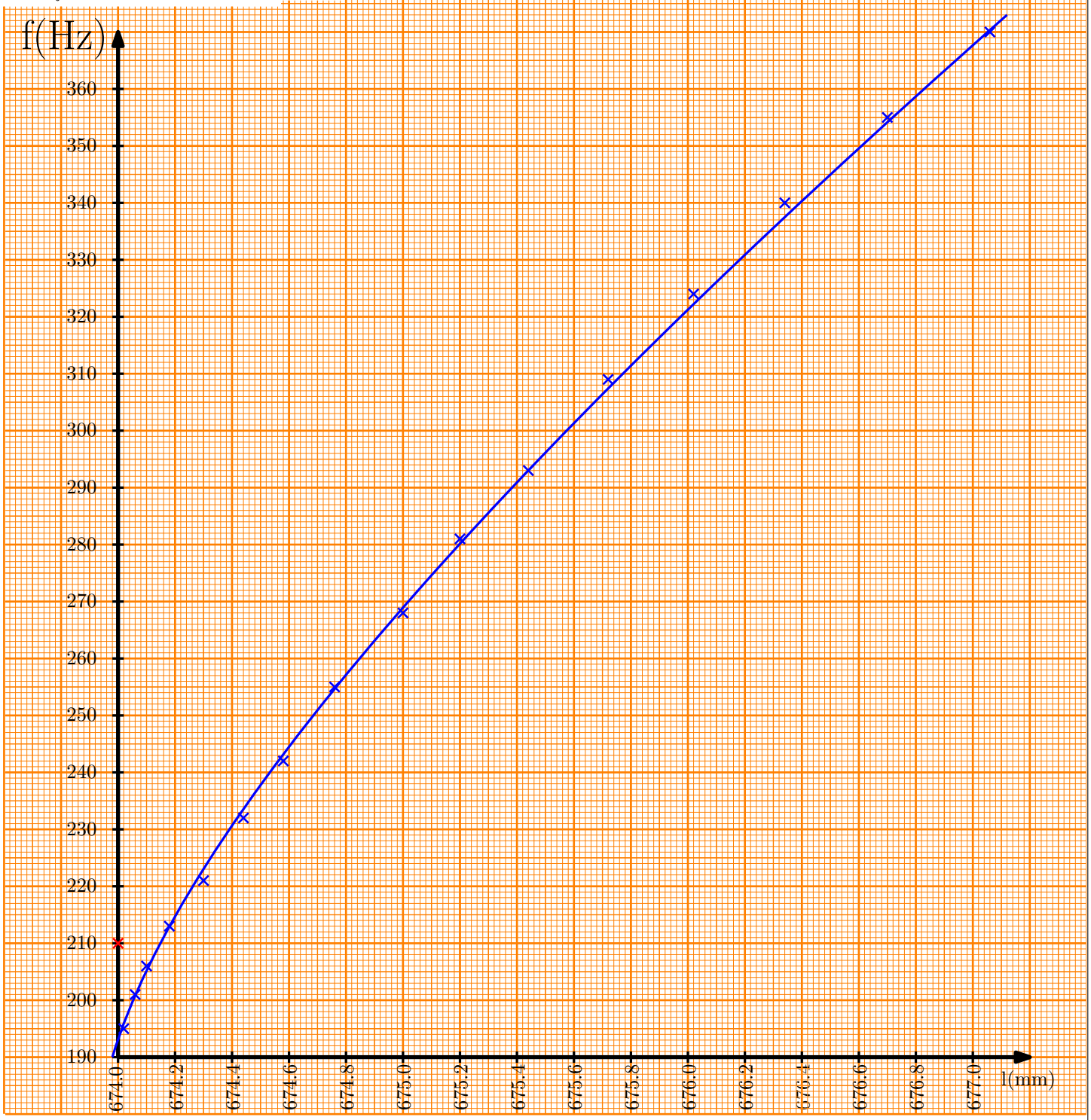
C부분. 줄의 진동 (3점)

측정 회로를 그리시오:
회로는 S+와 S− 사이에 연결한 Hz 측정기로 이루어진다.

측정값과 계산한 데이터 (표 전체를 채울 필요는 없다):
길이를 계산하려고 조임 장치의 치수 $a_1 = 43$ mm와 $a_2 = 39$ mm를 재고, 쓸모 있는 계수 $(a_1+a_2)/(2a_1a_2) \approx 0.0244$ mm^{-1}을 계산한다. 길이 $l_1 = 674$ mm는 A부분에서 가져온다.

나사 회전 수 n	f (Hz)	$\Delta h = n \times 0.7$ (mm)	$\Delta l \approx 0.0244(\Delta h)^2$ (mm)	$l = l_1 + \Delta l$ (mm)	f^2 (Hz^2) D부분용
0	210.8 (오차)	0	0	674.0000	44400
1	197.5	0.7	0.0120	674.0120	39000
2	201.1	1.4	0.0478	674.0478	40400
3	205.7	2.1	0.108	674.108	42300
4	212.8	2.8	0.191	674.191	45300
5	221.6	3.5	0.299	674.299	49100
6	231.7	4.2	0.430	674.430	53700
7	242.4	4.9	0.586	674.586	58800
8	254.6	5.6	0.765	674.765	64800
9	268.5	6.3	0.968	674.968	72100
10	280.8	7.0	1.20	675.20	78800
11	293.0	7.7	1.45	675.45	85800
12	309.4	8.4	1.72	675.72	95700
13	324.4	9.1	2.02	676.02	105000
14	340.5	9.8	2.34	676.34	116000
15	355.0	10.5	2.69	676.69	126000
16	369.7	11.2	3.06	677.06	137000

그래프: f 대 l



[주파수 측정의 질에 **1점**, 최소와 최대 주파수가 1.5배 이상 차이 나는 측정 7개 이상에 **1점**, 길이 계산에 **0.5점**, 그래프에 **0.5점**]

D부분. 줄의 영률 (4.5점)

알려진 양으로 나타낸, 그래프에서 영률을 구하기에 알맞은 축:

기본 진동 모드에서 줄 위에는 정확히 반파장이 있다(양 끝은 고정되고 가운데는 진폭이 최대). 파장은 파동의 속력과 $v = \lambda f = 2bf$로 이어지며, b는 (A부분처럼) 받침 사이 거리이다. 따라서 $F = \Lambda\, v^2 = 4\Lambda\, b^2 f^2$이다. 한편 $F = EA/l_0(l - l_0)$이다. 따라서

$$f^2 = \frac{EA}{4\Lambda b^2 l_0}(l - l_0)$$

l과 f^2 사이에는 선형 관계가 있어야 한다. 직선의 영점(x절편)은 늘이지 않은 길이 l_0을 주고, 기울기는 E를 준다. 그러나 길이 변화가 꽤 작으므로, 분모의 l_0을 잰 길이 중 하나로 바꾸어 x절편 계산을 아예 피해도 전혀 문제없다.

$x = l$

$y = f^2$

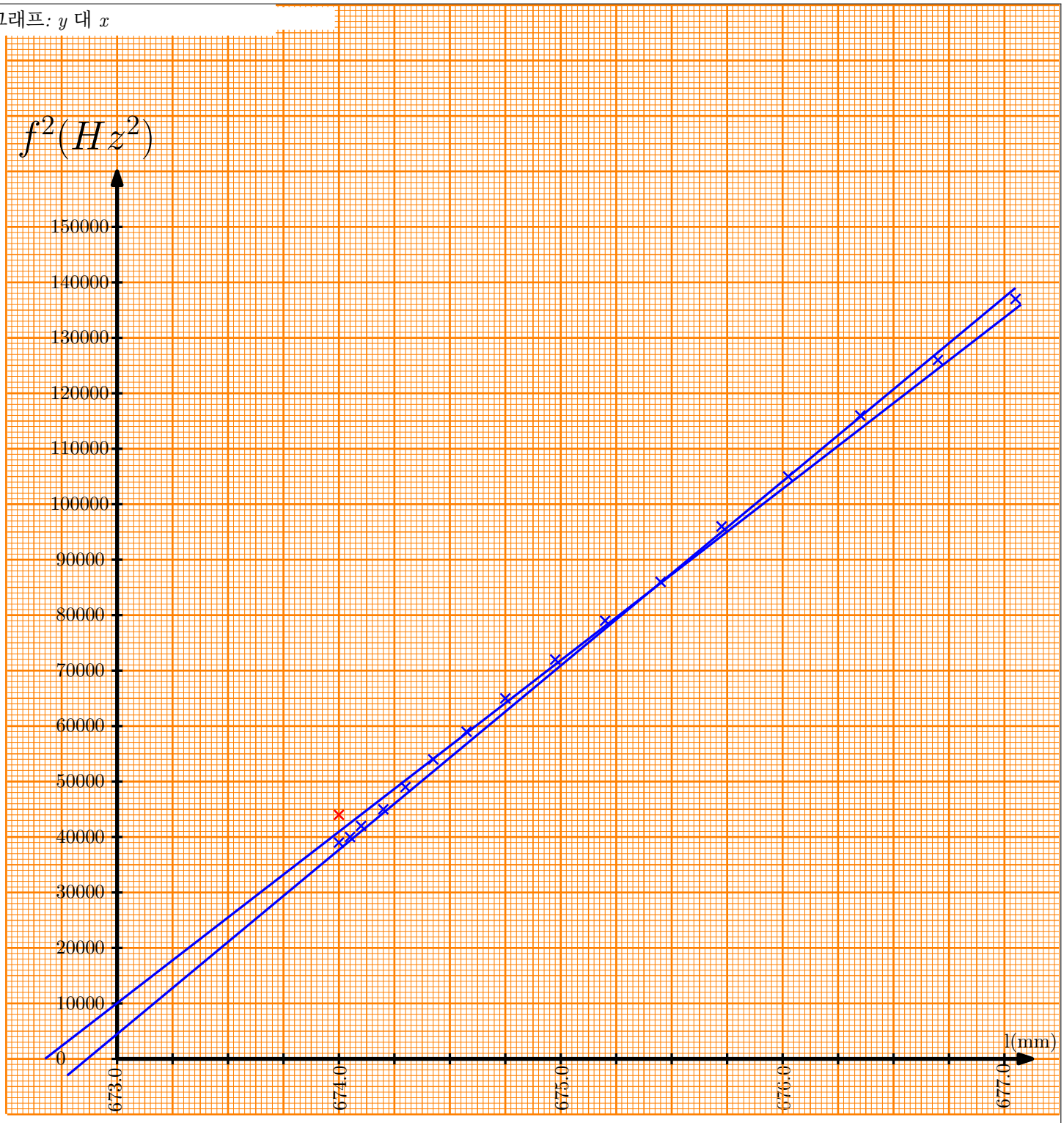
[이 축이나 그와 동등한 축을 고르면 **1.5점**]

그래프용 계산 데이터 *(표 전체를 채울 필요는 없다):*

C부분의 표에 f^2 열을 하나 더하는 것이 가장 편리하다.

[계산: **0.5점**]

그래프: y 대 x



[그래프: **0.5점**]

계산: 그래프에서 기울기는 40000...43 750 $\mathrm{Hz}^2/\mathrm{mm}$이고 x절편은 $l_0 \approx 672.75$ mm이다. 여기서 $E = 4\Lambda\, b^2 l_0 \times$ 기울기$/A$. 영률 E와 그 불확도:

$$E = 4\Lambda b^2 l_0 \times \mathrm{slope}/A = 237\,\mathrm{GPa} \qquad \textbf{[1 p]}$$

$$\Delta E = E\left(\frac{\Delta \mathrm{slope}}{\mathrm{slope}} + 2\frac{\Delta b}{b} + \frac{\Delta l_0}{l_0} + \frac{\Delta A}{A}\right) = 48\,\mathrm{GPa} \qquad \textbf{[1 p]}$$

[기울기 오차만 고려했다면 불확도에 **0.5점**]

E부분. 가열된 줄 (3점)

측정 회로를 그리시오:

주파수가 충분히 높게 유지되도록 나사를 10바퀴 돌려 줄을 조인다. 그다음 A와 B 사이에 저항(R_1)과 (10 A 범위의) 전류계를 연결하고, 작은 멀티미터로 S+와 S−에서 주파수를 재는 것과 두 받침 사이의 전압을 재는 것을 번갈아 한다. 저항을 바꾸거나 아예 빼서 서로 다른 가열 일률을 얻는다.

측정값과 계산한 데이터 (표 전체를 채울 필요는 없다):

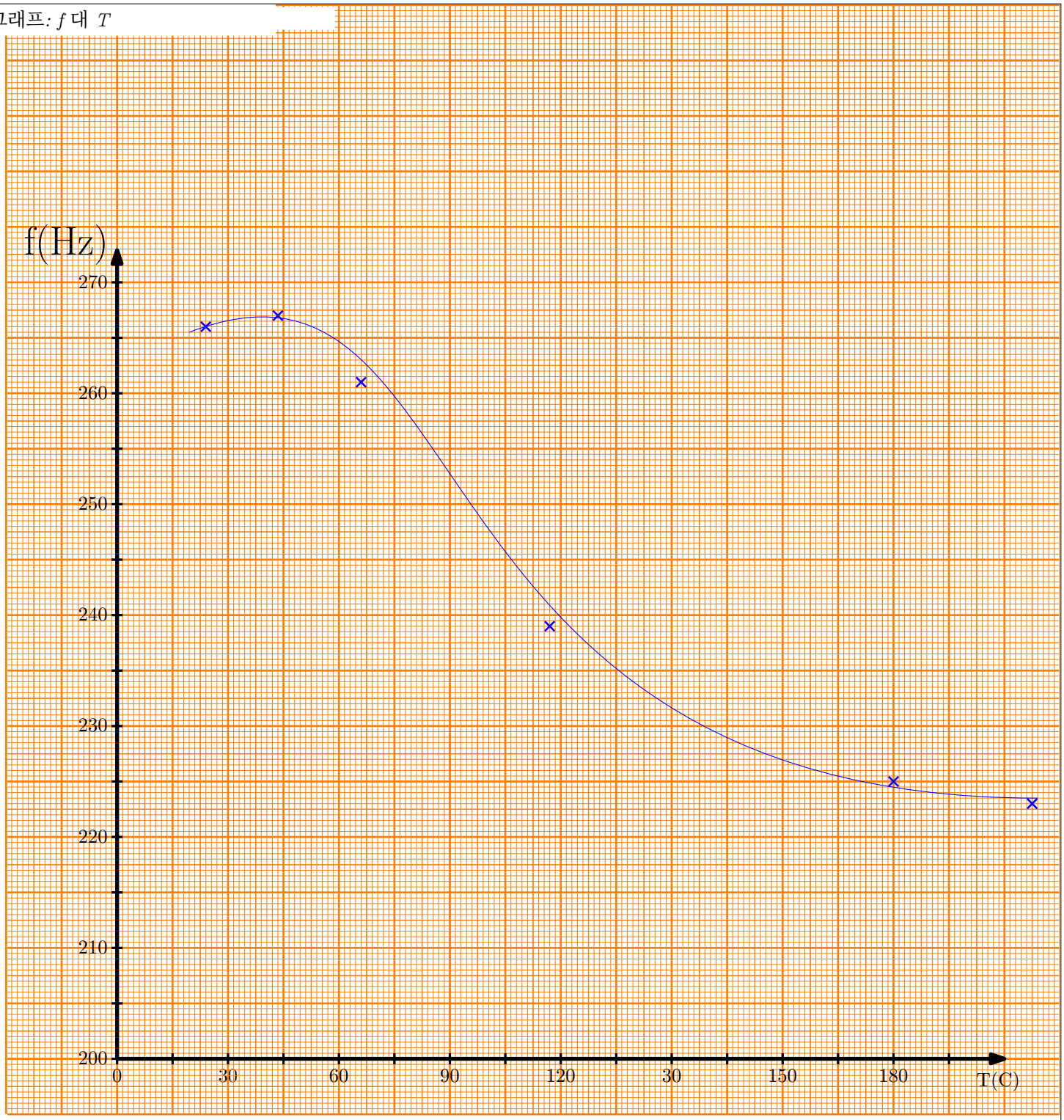
T_0을 실온, R_0을 실온에서 줄의 저항이라 하자. 그러면 줄의 온도는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$T = T_0 + \frac{R - R_0}{\beta R_0}.$$

B부분의 데이터에서(또는 여기서 측정을 되풀이해) $R_0 = 3.20\ \Omega$이다. 실온은 $T_0 = 23.0\ ^\circ\mathrm{C}$이다.

R_1 (Ω)	I (A)	U (V)	f (Hz)	$R = U/I$ (Ω)	T (°C)
0	0.92	4.09	217	4.45	218
0.1	0.91	4.05	221	4.45	218
1	0.82	3.45	225	4.21	180
3	0.66	2.51	239	3.80	117
10	0.36	1.25	261	3.47	65.5
30	0.15	0.50	266	3.33	43.8
100	0.05	0.16	267	3.20	23.0

그래프: f 대 T



[(쓸 수 있는 온도 범위 전체를 덮는) 좋은 측정에 **1.5점**, 온도 계산에 **1점**, 그래프에 **0.5점**]

F부분. 줄의 열팽창 (4.5점)

알려진 양으로 나타낸, 그래프에서 선팽창 계수 a를 구하기에 알맞은 축:

선팽창 계수는 줄의 조이지 않은 길이의 변화를 나타낸다. $l_{00}[1 + a(T - T_0)] = l_0 = l - (l - l_0)$이며, l_{00}은 실온에서 조이지 않은 줄의 길이이다. D부분의 식으로부터 $(l - l_0)$을 나타낼 수 있다:

$$f^2 = \frac{EA}{4\Lambda b^2 l_0}(l - l_0) \rightsquigarrow (l - l_0) = \frac{4\Lambda b^2 l f^2}{EA}.$$

여기서 근사 $(l-l_0)/l_0 \approx (l-l_0)/l$이 일을 쉽게 했으며, 근사 없이 푸는 것도 옳다.
기울기에만 관심이 있으므로 x와 y에 더한 상수는 무시할 수 있다.
다음과 같이 그리면 기울기에서 α를 얻을 수 있다.

$x = T$

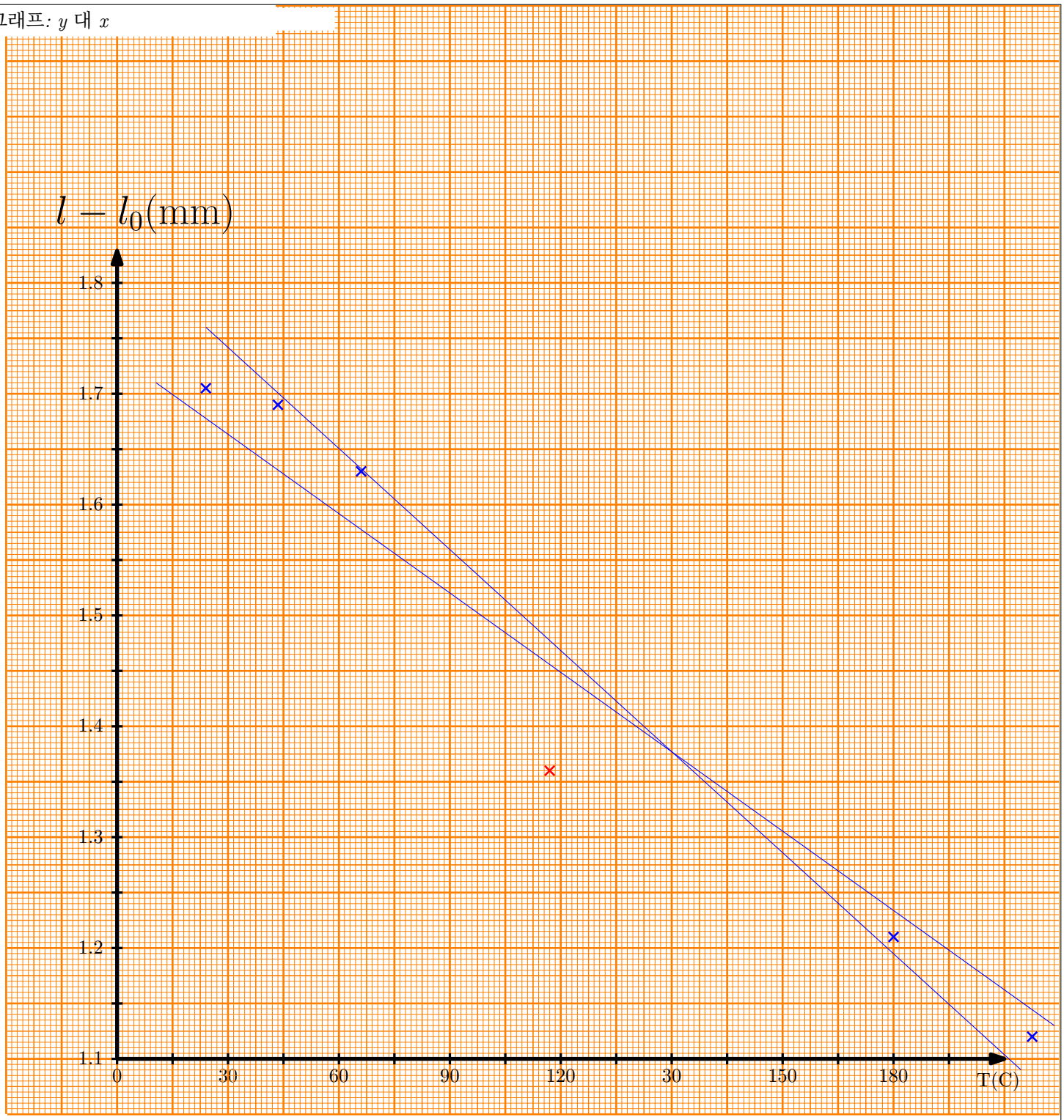
$$y = l - l_0 = \frac{4\Lambda b^2 l f^2}{EA}$$

근사 없이는 다음을 얻는다. $$y = l_0 = \frac{EAl}{4\Lambda b^2 f^2 + EA}$$

그래프용 계산 데이터 *(표 전체를 채울 필요는 없다)*:

T (°C)	f (Hz)	$l - l_0$ (mm)			
218	217	1.127			
218	221	1.168			
180	225	1.211			
117	239	1.366			
65.5	261	1.630			
43.8	266	1.692			
23.0	267	1.706			

그래프: y 대 x



선팽창 계수 a와 그 불확도:
그래프에서

$$\alpha = (0.0032\,\mathrm{mm/K})/l_0 = 4.8 \times 10^{-6}$$

$$\Delta\alpha = 0.0009\,\mathrm{mm/K}/l_0 = 1.3 \times 10^{-6}$$

불확도는 기울기의 최소-최대에서 얻는다. [축을 잘 고르면 **2점**, 그래프에 **0.5점**, α 값 계산에 **1점**, 불확도에 **1점**]

이 부분의 주된 오차원은 줄의 진동이 줄을 식힌다는 사실이며, 이 효과의 크기는 진동 진폭에 따라 달라진다. 그래서 (주파수를 읽을 수 있는 한) 가장 작은 진폭에서 읽어야 한다. 또는 저항과 주파수를 같은 순간에 동시에 읽을 수도 있지만, 데이터 기록기 없이 한 사람이 실험한다면 하기 어렵다.