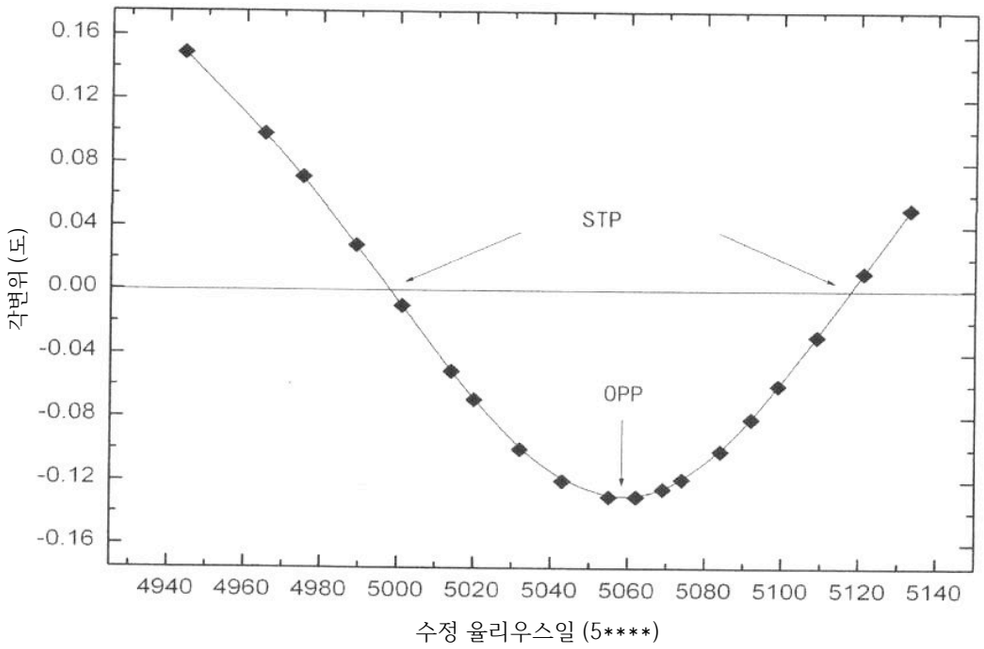
2009 IAO 실기 시험 풀이 개요

6. (α조) 행성의 운동

1) 그린 그림은 아래와 같다.



정류점에서 행성의 각변위는 0이다. 정류점의 두 날짜는 쉽게 찾을 수 있다: MJD 54998과 MJD 55118. ~2 p

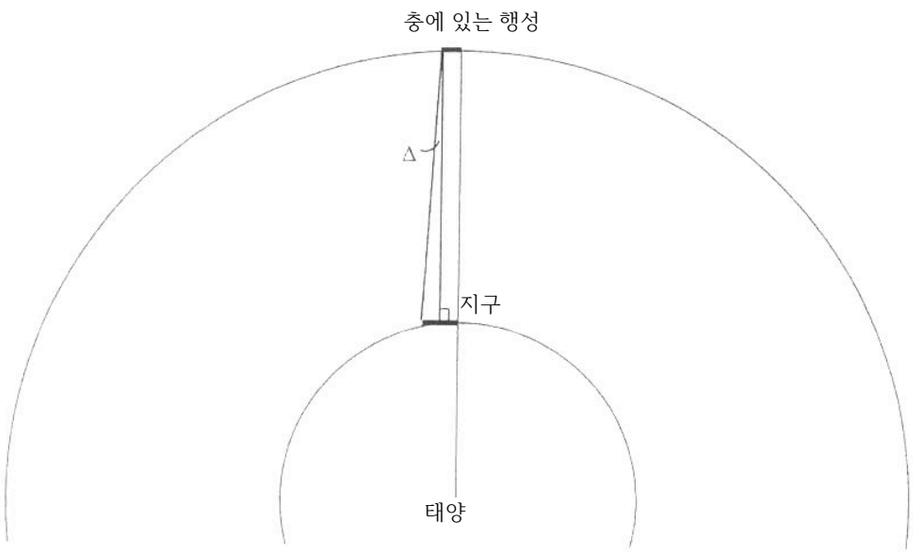
한 정류점에서 다른 정류점으로 가는 사이, 배경 별에 대한 행성의 각변위가 극값에 이를 때 행성의 충이 일어난다. 날짜는 그림 1에서 읽을 수 있다: MJD 55058, 곧 그림 1의 가장 낮은 점. ~2 p

2) MJD 55058의 각변위는 약 $\Delta = -0.132^{\circ}(\pm 0.002^{\circ})$이다. ~2 p

정류점의 MJD	충의 MJD	충 날짜의 각변위
54998±2 & 55118±2	55058±2	-0.132°±0.002°

~1 p

3)



위 그림처럼 행성이 충에 있을 때:

$$\frac{v_E - v_p}{a_p - a_E} \times t = \tan\Delta \qquad (1)$$

여기서 v와 a는 궤도 속력과 반지름, t는 충의 순간부터 잰 짧은 시간 간격이다. t를 하루로 잡으면 Δ = 0.132° = 0.002304 ≪ 1(Δ 값은 그림 1에서 구함)이므로 (1)은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다:

$$v_E - v_p = (a_p - a_E)\cdot\Delta/t \qquad (2)$$

케플러 법칙에 따르면:

$$a^3{}_E / T^2{}_E = a^3{}_p / T^2{}_p$$

$$\text{and} \quad v = 2\pi\cdot a/T \;\Rightarrow\; a_p/a_E = v^2{}_E / v^2{}_p \qquad (3)$$

aE = 1 AU를 (2)와 (3)에 넣으면 다음을 얻는다:

$$(v_p/v_E + 1)\cdot\Delta = (v_p/v_E)^2\cdot v_E$$

여기서 Δ = 0.002304, vE = 0.0172 AU/일. 따라서 vp = 0.439vE, ap = 5.2 AU(±0.2 AU).

~ 3 p

6. (β조) 빛의 메아리

1) 별의 고유 색은 B0 − V0 = (B − AB) − (V − AV)이고, MV는 H-R 도에서 얻을 수 있다.

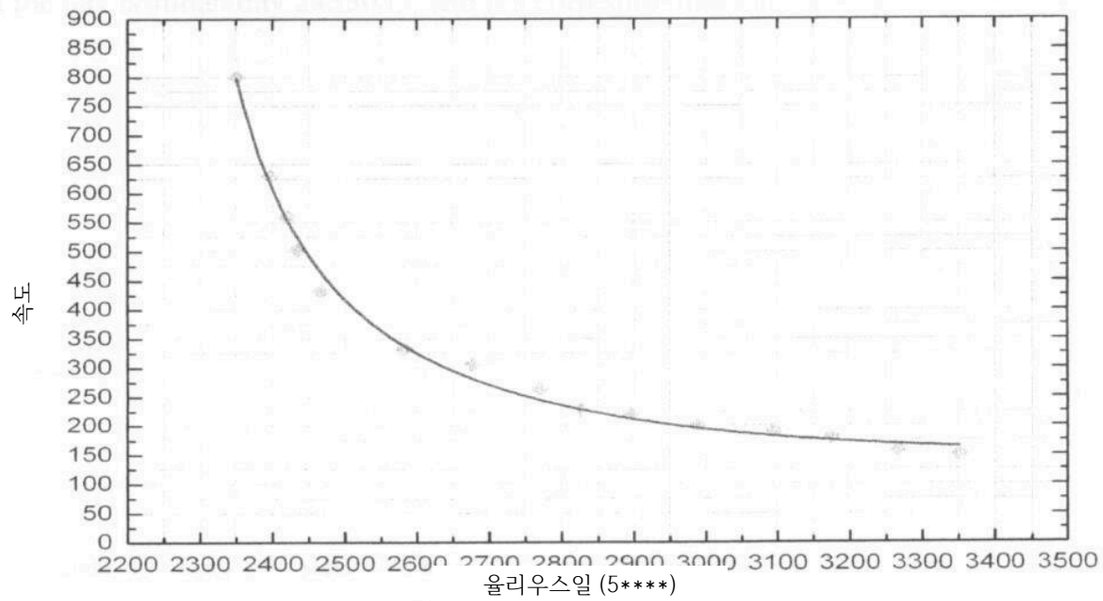
번호	분광형	V	B	$(B-V)_0$	V_0	M_v
N1	B6 V	16.02	16.73	-0.15	13.42	-0.5±0.2
N2	B4 V	15.00	15.63	-0.21	12.40	-1.1±0.2
N3	B3 V	14.79	15.41	-0.22	12.19	-1.3±0.2

~ 1 p

m − M = 5 lg r − 5로 세 별의 거리 지수를 얻을 수 있다. 성단까지의 거리는 이 별들의 평균, 곧 d ≈ 18 kly(±2 kly)이다.

~ 2 p

2) 이 물음은 그림 1의 껍질이 V838 Mon의 외피가 아니라 V838 Mon의 폭발로 밝아진 성간 먼지임을 학생들에게 일깨우려는 힌트이다.



~ 2 p

그래프를 여기 그렸다. 검은 실선은 표 2의 자료를 지나는 맞춤 곡선이다.
그림 1에서 곡선 아래 넓이는 외피가 팽창한 거리를 나타낸다. 단위 직사각형의 넓이는:

$$A = 25\ \text{km/s} * 50\ \text{day} = 1.08*10^8\ \text{km} = 0.72\ \text{AU}$$

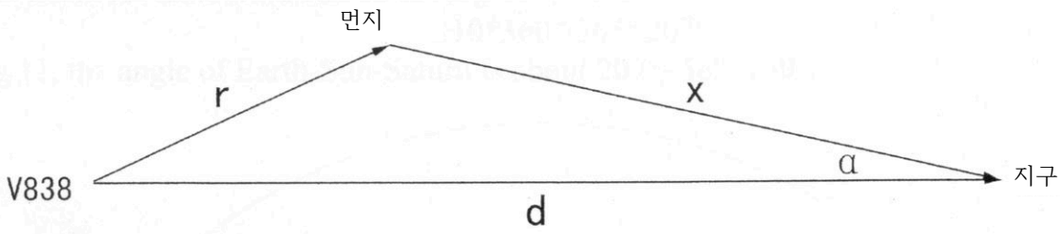
2002년 5월 20일과 9월 2일의 율리우스일은 52414와 52519이다. 그림에서 세어 보면 2002년 5월 20일과 9월 2일에 외피는 각각 약 34A(25 AU)와 78A(56 AU)만큼 팽창했다. 따라서 외피의 각지름은 각각:

$$\beta_1 = 2*25\ \text{AU}/18000\ \text{ly} \approx 0.01\ ''$$
$$\beta_2 = 2*56\ \text{AU}/18000\ \text{ly} \approx 0.02\ ''$$

~ 2 p

3) 처음 폭발을 관측한 시각, 곧 2002년 3월 9일을 "0"이라 하고, t를 가장 바깥쪽

빛의 메아리를 관측한 시각이라 하자. 빛의 속력이 유한하므로, 다음 그림처럼 빛의 메아리는 늦게 도착한다.



그림으로부터:

$$ct+d=r+x \qquad (1)$$
$$r^2=x^2+d^2-2xd\cdot\cos\alpha \qquad (2)$$

그러면 다음을 얻는다:

$$r=\frac{d(d+ct)(1-\cos\alpha)+c^2t^2/2}{d(1-\cos\alpha)+ct}$$

여기서 α는 가장 바깥 먼지 껍질의 보이는 반지름으로 HST 그림에서 잴 수 있고, c는 빛의 속력, d는 별까지의 거리이다. $2\alpha_1$=(21.9-12.0)/22.4×97″=42.9″, $2\alpha_2$=(59.1-45.1)/22.4×97″=60.6″. 최종 결과는 다음 표와 같다.

시간 (2002/3/9부터, 일)	항성 외피의 지름 (″)	먼지 껍질의 보이는 지름 (″)	먼지 껍질의 반지름 (ly)
72 (0.1971년)	0.01	40 (±5)	9.0
177 (0.4846년)	0.02	60 (±5)	7.5

~ 3 p

7. (α·β조) 토성의 춘분날

1) 춘분날에 태양 관측자는 토성 고리의 기울기각을 0°로 본다. 그날은 율리우스일 2455055, 곧 2009년 8월 11일임을 알 수 있다.

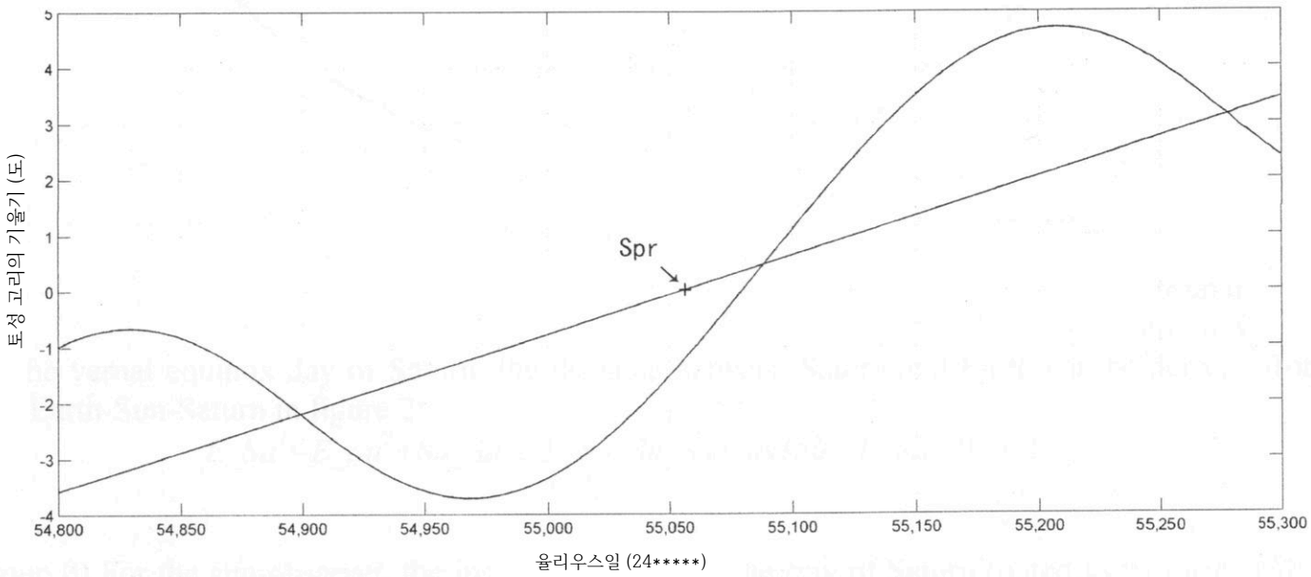


그림 1

α조 ~ 2 p
β조 ~ 1 p

2) 그림 1에서 베이징 천문관과 태양 관측자가 본 토성 고리 기울기각의 최대 차이를 잴 수 있으며, 그 값은 약 2.7°이다. 태양 관측자가 보는 토성 고리의 최대 기울기각은 토성 적도의 기울기, 곧 26.7°(토성이 지점에 있을 때)와 같다.

따라서 베이징 천문관에서 본 토성 고리의 최대 기울기각은 약:

$$\gamma=26.7°+2.7°=29.4°.$$

~ 2 p

참고: 실제로는 토성이 지점에 있을 때 지구가 지난 수십 년 동안 차이를 최대로 만드는 자리에 정확히 있지는 않았다. 실제로 관측된 최대 각은 약 28°이다.

3) 2005년 1월 13일부터 2009년 8월 11일까지 토성이 공전한 각은:

$$\theta = (2455055-2453383)*360°/T=56°$$

1월 13일부터 8월 11일까지 지구가 공전한 각은 약:

$$\lambda=210*360°/365=207°$$

따라서 8월 11일에 지구-태양-토성 각은 약 207° − 56° ≈ 150°이다.

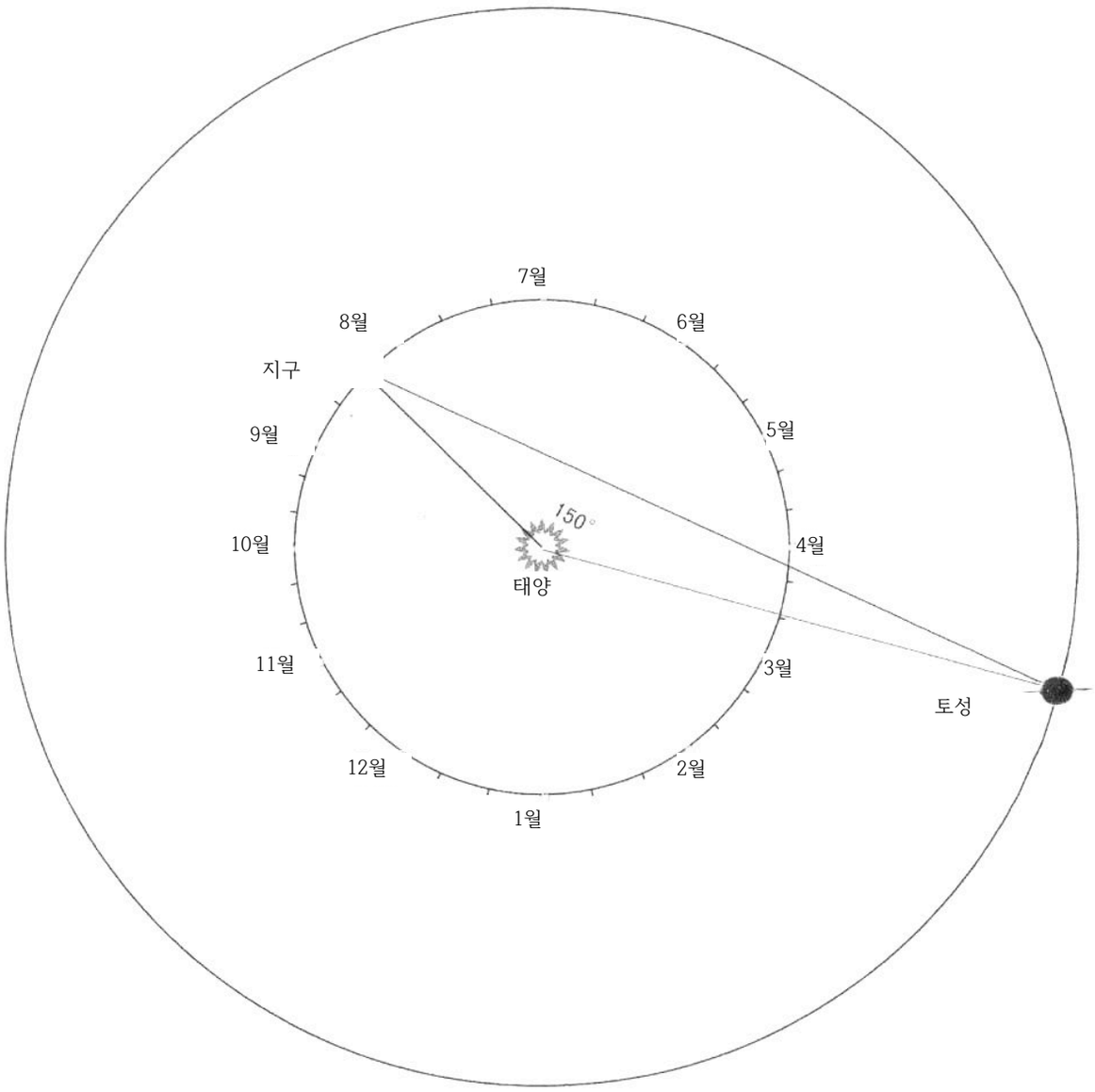


그림 2

α조 ~4 p
β조 ~2 p

4) 토성의 춘분날, 토성과 지구 사이의 거리는 그림 2의 지구-태양-토성 삼각형에서 구할 수 있다:

$$E_Sa^2=E_Su^2+Su_Sa^2-2E_Su*Su_Sa*cos150°,\ E_Sa=10.4\ AU。$$

~2 p

5) (β조) 태양 관측자에게 토성 고리의 기울기각(η로 나타냄)은 시간에 따라 다음 법칙을 따른다:

$$\sin\eta = \sin\theta' \times \sin\alpha$$

여기서 θ′는 토성이 춘분점에서부터 공전한 각이고 α는 26.7°이다.
토성 궤도의 기울기를 무시하면, 베이징 천문관에서 본 토성 고리의 기울기각(η′로 나타냄)은 다음 법칙에 따라 변한다(그림 3 참조):

$$\sin\eta' = \sin(\theta' + \Delta) \times \sin\alpha$$

여기서 Δ는 토성에서 본 지구와 태양 사이의 각거리이다. 같은 순간에 Δ가 최대일 때, 지구 관측자와 태양 관측자가 보는 토성 고리 기울기각의 차이가 최대가 된다. Δmax = 6°임을 쉽게 알 수 있다.

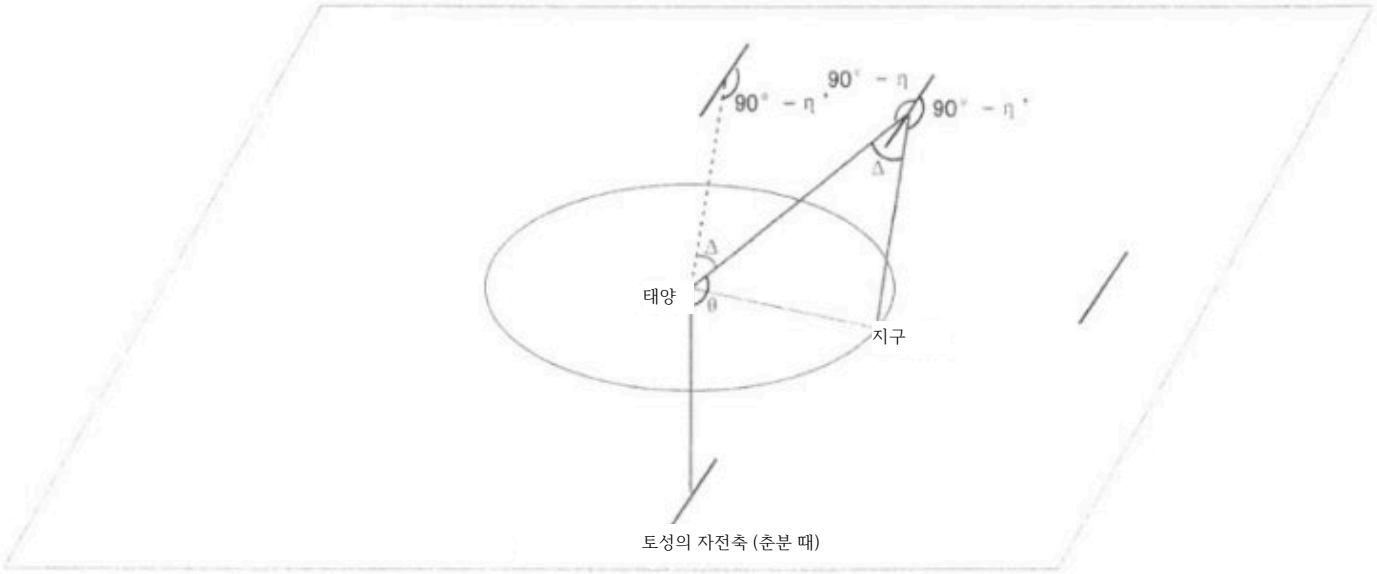


그림 3

이제 $|\eta' - \eta|_{max}$ 값을 구해야 한다. 대칭성 때문에 $\theta \in [0, \pi/2]$인 경우만 생각해도 충분하다.
토성의 춘분날: $\theta = 0^\circ$, $\eta = 0^\circ$, $\eta' = 2.7^\circ$, $|\eta' - \eta| = 2.7^\circ$;
토성의 하지날: $\theta = 90^\circ$, $\eta = \alpha = 26.7^\circ$, $\eta' = 26.56^\circ$, $|\eta' - \eta| = 0.14^\circ$. $(\eta' - \eta)$는 춘분부터 하지 무렵까지 단조롭게 줄어듦을 알 수 있다. 따라서 $|\eta' - \eta|_{max} = 2.7^\circ$이고, 이는 토성이 춘분점에 있고 토성에서 본 지구와 태양 사이의 각거리가 최대일 때 일어난다.