<관측시험 및 실무시험 유의사항>
- 답안에는, 문제에서 요구하지 않는 한, 어느 언어로든 글(text)로 답안 작성을 해서는 안 된다. 모든 답안에는 그림, 그래프, 공식, 숫자, 표준국제천문기호(♂, ☊, $\alpha\,UMa, M31, 5^m$, 등)만 사용해야 한다.
- 숫자는 국제적 표준 형식으로만 사용해야 한다.
- 실무시험 채점에서, 글(text)로 작성된 답안은 번역되지 않으며 채점 대상이 되지 않는다.

[실무시험]

[6] (주니어) 혜성 관측자
표1은 혜성 P/2007 R2를 20번 관측한 위치를 나타낸 표이다. 관측은 1년에 3번, 일정한 시간 간격(즉 121일 18시간)으로 이루어졌다. 혜성의 궤도 경사각은 $i = 1.4339^\circ$로 무시할 수 있다. 다음 표기법(notation)을 사용하였다.

- N - 관측 순번
- Date (UT) - 관측일 (UT), HR과 MN은 시와 분
- R.A. (hh:mm:ss)와 DEC (deg:mm:ss) - 혜성 중심의 적경과 적위
- T-mag - 혜성의 대략적인 총 겉보기 등급 (apparent total magnitude)
- Delta - 관측이 이루어진 순간의 관측자와 혜성 중심까지의 거리 (AU 단위)
- S-O-C - 도($^\circ$) 단위로 잰 태양-관측자-혜성 사이의 각도 (혜성의 겉보기 태양이각: $0^\circ \sim 180^\circ$ 사이)
- Column $\ll r' \gg$ - 관측자가 본 하늘에서, 태양에 대한 혜성의 겉보기 위치. /T는 혜성이 태양을 뒤따른다는 의미 (혜성이 태양보다 늦게 뜨거나 진다). /L은 혜성이 태양보다 앞선다는 의미(혜성은 태양보다 빨리 뜨거나 진다) (그림 1 참조)

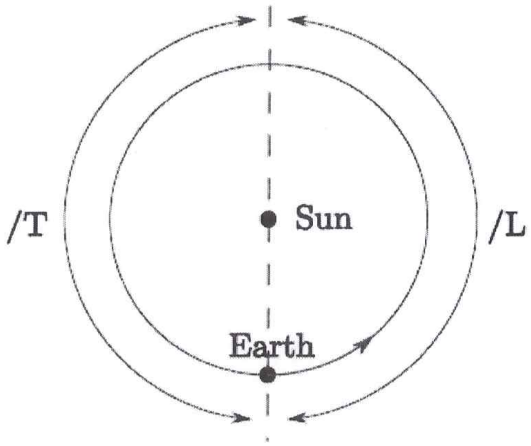


Fig.1. Рис.1.

그림 1. 황도의 북극에서 내려다 본, 태양 둘레를 도는 지구의 공전궤도. 지구의 공전 방향은 화살표로 표시되어 있다.

N	Date (UT)	HR:MN	R. A.			DEC			T-mag	Delta	S-O-C	/r
1	2004-09-30	00:00	12	26	37.40	-02	35	00.4	33.12	6.485	0.271	/T
2	2005-01-29	18:00	13	28	32.58	-09	15	06.5	32.32	4.967	105.966	/L
3	2005-05-31	12:00	12	38	34.29	-04	26	57.7	31.77	4.493	120.555	/T
4	2005-09-30	06:00	13	29	55.02	-09	49	15.1	31.82	5.715	17.327	/T
5	2006-01-30	00:00	15	07	52.88	-18	16	04.6	30.60	4.419	80.257	/L
6	2006-05-31	18:00	14	28	41.00	-15	54	56.7	28.80	2.940	149.891	/T
7	2006-09-30	12:00	15	08	57.98	-18	38	54.3	28.09	3.884	42.866	/T
8	2007-01-30	06:00	18	31	38.72	-24	18	09.1	25.77	3.252	32.669	/L
9	2007-06-01	00:00	23	02	49.26	-07	42	38.0	21.35	1.464	86.189	/L
10	2007-09-30	18:00	03	31	15.59	+20	03	36.3	18.62	0.649	131.671	/L
11	2008-01-30	12:00	03	43	46.19	+21	38	57.9	23.18	1.616	108.756	/T
12	2008-05-31	06:00	06	55	11.41	+23	55	34.8	27.27	3.724	32.564	/T
13	2008-09-30	00:00	09	38	45.54	+15	09	48.2	29.09	4.234	45.116	/L
14	2009-01-29	18:00	09	57	24.96	+13	53	18.2	29.55	3.204	163.127	/L
15	2009-05-31	12:00	09	31	40.74	+15	30	19.4	31.20	4.845	70.213	/T
16	2009-09-30	06:00	11	04	18.66	+06	35	02.1	32.13	5.854	22.454	/L
17	2010-01-30	00:00	11	42	42.32	+02	32	28.1	31.90	4.447	134.801	/L
18	2010-05-31	18:00	10	57	35.25	+07	03	49.9	32.45	5.196	92.885	/T
19	2010-09-30	12:00	12	04	42.28	-00	18	36.2	33.00	6.407	5.875	/L
20	2011-01-30	06:00	12	58	53.76	-06	12	50.7	32.40	4.920	113.868	/L

Table 1. Таблица 1.

표1의 데이터를 이용하여

(6.1) 황도의 북극에서 내려다 본 혜성의 궤도를 제공된 그래프용지에 그리시오. 혜성의 위치들을 점들로 표시하고, 각 위치에 해당되는 관측순번(N)을 적으시오. 지구의 공전속도는 일정하다고 가정하시오.

(6.2) 혜성의 궤도 장반경 a와 이심률 e을 계산하시오.

(6.3) 추가 데이터(예를 들어 태양의 질량이나 Kepler 제3법칙)를 사용하지 말고 혜성의 공전주기 T을 추정하시오.

(6.4) 추가 데이터(예: 태양의 질량)를 사용하지 말고 근일점과 원일점에서의 혜성의 공전속도(각각 V_p와 V_a)를 계산하시오.

(6.5) 태양의 질량 M을 계산하시오. 중력상수는 $G = 6.67 \times 10^{-11} N \bullet m^2/kg^2$이다.

(6.6) $N = 7$인 위치에서의 공전속도 V와 탈출속도 V_e을 계산하시오.

[6] (시니어) 최초의 중력파 검출

1916년에 일반상대론을 완성한 아인슈타인은 중력파의 존재를 예측하였다. 가속되는 전하에 의해 전자기파가 방출되듯이, 가속되는 질량에 의해 중력파가 방출된다. 이러한 전자기력과의 유사성을 중력에 적용하면 다음과 같다 : 정지해 있던 질량이 갑자기 움직이면 주위의 test 질량들에 작용하는 중력이 변한다. 그러나 중력의 변화는 즉각적으로 일어나지는 않는다. 대신, 그 질량이 움직였다는 정보는 빛의 속도로 전파되고, 중력파의 형태를 갖추게 된다.(원문 참조) 중력파가 test 입자들에 도달하면 이 test 입자들은 갑작스런 중력 변화 때문에 가속이 된다.

어떤 질점이 주기운동을 하면 방출되는 중력파도 주기성을 갖게 되고, 이 중력파는 주위의 test 입자들이 주기적인 가속운동을 하게 만든다.

2015년 9월 14일, GW150914에서 나오는 신호를 LIGO의 두 검출기가 검출하였는데, 두 검출기에서 검출된 두 신호는 잘 일치하였다. (그림 1)

이는 중력파 및 블랙홀 쌍성계가 병합하여 단일 블랙홀이 되는 순간을 직접 관측한 최초의 사례이다. 병합하는 블랙홀까지의 거리는 250~600 Mpc으로, 두 블랙홀의 질량은 각각 $36 \pm 4 M_\odot$와 $28 \pm 4 M_\odot$로 추정되었다. 두 블랙홀이 병합되어 질량이 $62 \pm 4 M_\odot$인 단일 블랙홀이 생성되었다. 병합 과정에서 사라진 질량은 중력파로 방출되었는데, 방출된 에너지는 $3.0 \pm 0.5 M_\odot c^2$으로 계산되었다. 알다시피 태양질량 $1 M_\odot = 2.0 \times 10^{30} kg$이고 진공에서의 빛의 속도 $c = 3.0 \times 10^8 m/s$이다. 중력파의 최대 방출 power는 $10^{49} W$의 수 배로 계산되었다. 이는 관측 가능한 우리 우주에 있는 모든 별들이 방출하는 복사에너지를 다 합한 것보다 10배 이상 큰 값이다.

중력파는 조석력을 발생시켜 test 입자들 사이의 거리를 변하게 하는데, 이 변화된 거리 ΔL은 입자들 사이의 거리 L에 비례한다(원문 참조).

물리학자들은 차원(dimension)이 없는 양 h을 이용하여 중력파의 진폭을 다음과 같이 정의한다.

$$h = \Delta L / L$$

이는 흔히 중력파의 무차원 변형(dimensionless strain)이라 부른다. 이 양이 그림1의 수직축에 그려져 있다.

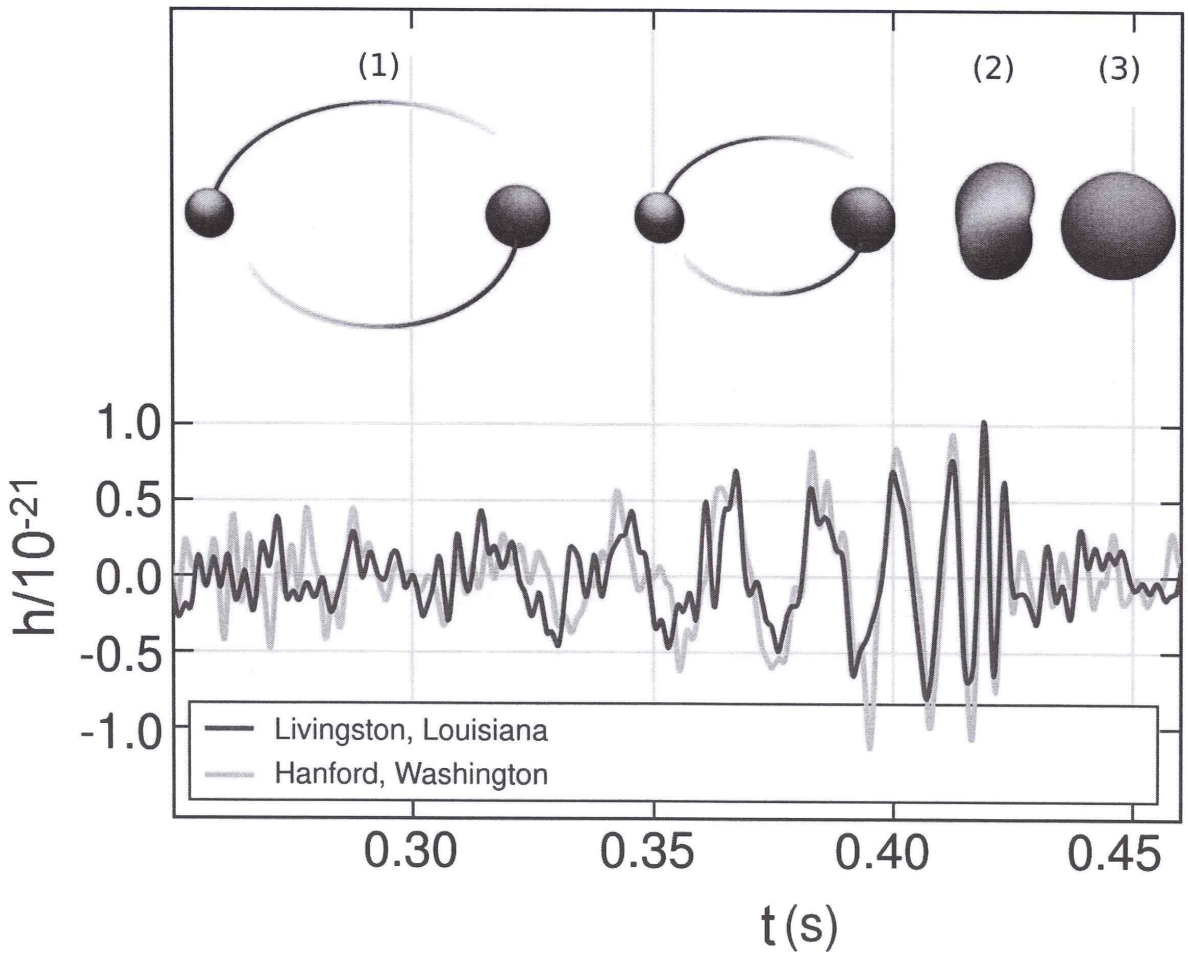


Fig.1. Рис.1.

그림 1. 두 LIGO 검출기에 의해 관측된 GW150914의 중력파. 수직축은 중력파의 진폭(변형/strain; h)이다. 두 블랙홀의 병합은 다음 단계를 거쳤다. (수평축을 따라서, 대략적으로 각 시간에 해당되는 image가 그려져 있다.)
(1) 나선운동 : 두 블랙홀이 나선을 그리며 점점 가까워진다.
(2) 병합 : 두 블랙홀이 합쳐진다.
(3) 진동이 잦아 듬 (ring down) : 새로 생겨난 단일 블랙홀이 짧은 순간 진동하다가 진동이 잦아든다.

뉴턴의 고전역학적 근사를 이용하여 다음에 답하시오.
(6.1) LIGO 팀이 추정한 질량들을 이용하여, 병합 전의 두 블랙홀의 반경(radius of the horizon)을 계산하시오. 반경에 대한 오차도 포함하시오.
(6.2) 위의 그래프에 제시된 중력파 측정값으로부터, 병합 순간의 두 블랙홀 쌍성계의 공전 주기를 구하시오.
(6.3) 초기 블랙홀 쌍성계의 총 질량을 추정하시오. 관측된 중력파 그래프의 정보만 사용하시오. 위에서 언급된 LIGO의 다른 결과는 사용하지 마시오.

(6.4) 초기 두 블랙홀의 질량(M_1과 M_2)만을 사용하여, 두 블랙홀의 합병 때까지 방출된 중력파 에너지에 대한 표현(expression)을 구하시오. (원문 참조)
$M_1 = M_2$일 경우, (6.3)의 결과를 이용하여, 방출된 중력파의 총에너지를 계산하시오.
(6.5) 병합되기 직전 0.10초 동안 방출된 중력파의 평균 power, P을 구하시오.
(6.6) 대부분의 파의 경우와 마찬가지로, 중력파의 flux는 진폭의 제곱에 비례한다. 병합되는 두 블랙홀의 바로 옆 지점의 진폭(변형; strain)은 대략 $h = (v/c)^2$이다. 여기에서 v는 두 블랙홀의 공전속도이다. LIGO가 관측한 두 병합하는 블랙홀까지의 거리를 추정하시오.
(6.7) LISA 실험은 우주론적 적색편이가 큰(즉, 먼 거리에 있는) 충돌하는 두 초거대 질량 블랙홀에서 방출되는 중력파 검출을 목표로 한다. 무차원 변형(dimensionless strain)을 사용하여 LISA로 이러한 중력파를 검출하는데 필요한 민감도(sensitivity)를 추정하시오.

[7] (공통) 초기 질량함수(IMF)와 초신성.
홑별(single star)의 진화는 질량에만 의존한다. 따라서 질량은 별에서 제일 중요한 요인이다. 별들이 태어날 때, 별들의 질량 분포(초기질량함수, IMF)는 보편적(universal)이라고 믿어진다.

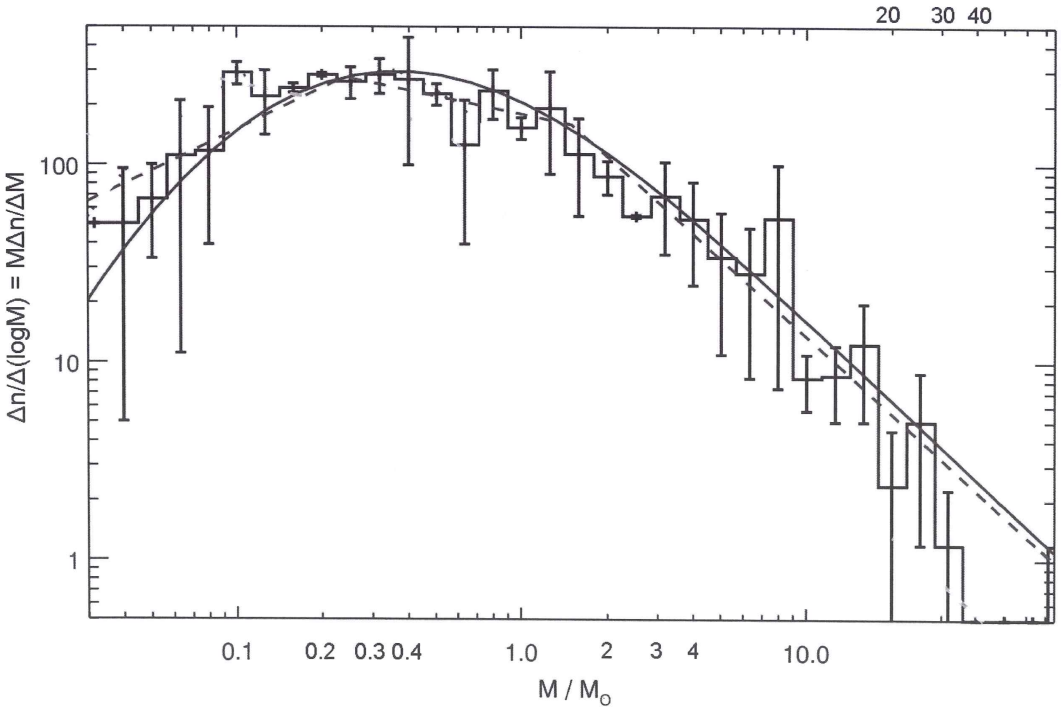


Fig.2. Рис.2.

그림 2. 두 가지 모델에 근거한 초기질량함수(IMF)를 log 스케일로 나타낸 것. 관측데이터는 일정한 x축 구간(bin)에 대해 그려져 있고, 오차범위(error bar)를 포함하고 있다. y축은 주어진 질량 구간에 있는 별들의 상대 개수(relative number; $\Delta n / \Delta \log M$)를 나타낸다.

(7.1) 우리 은하의 별 탄생률은 $\Delta M/\Delta t = 8 M_{\odot}/yr$이다. 태어날 때 질량이 $8 M_{\odot}$보다 큰 별들은 핵붕괴 초신성(core-collapse supernova)으로 폭발한다. 우리 은하에서 핵붕괴 초신성의 발생률을 계산하시오. (혹은 우리 은하에서 얼마나 자주 (예: 몇 년에 한 번) 핵붕괴 초신성이 폭발하는가?)

힌트: 핵붕괴 초신성의 평균 초기 질량 M_{SN}은 얼마인가?
"탄생한 별들의 총 질량" 중 "초신성으로 폭발하는 별들의 총 질량"의 비율 q $(0 < q < 1)$는 얼마인가? 그림2의 IMF를 이용하여 이 질문들에 답하시오.

(7.2) 우리 은하에서 직접 관측된 초신성의 빈도 f (개/yr)는 얼마인가? 만일 이 빈도가 (7.1)에서 얻은 답과 큰 차이가 있다면, 그림을 그려서 그 원인을 설명하시오. 그리고 필요하면 20 단어 이하의 짧은 글을 추가하시오.