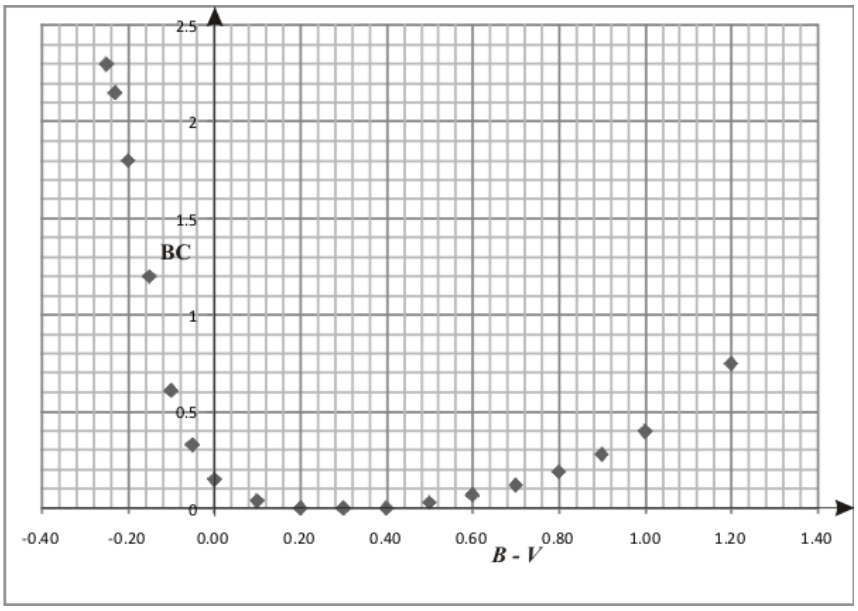
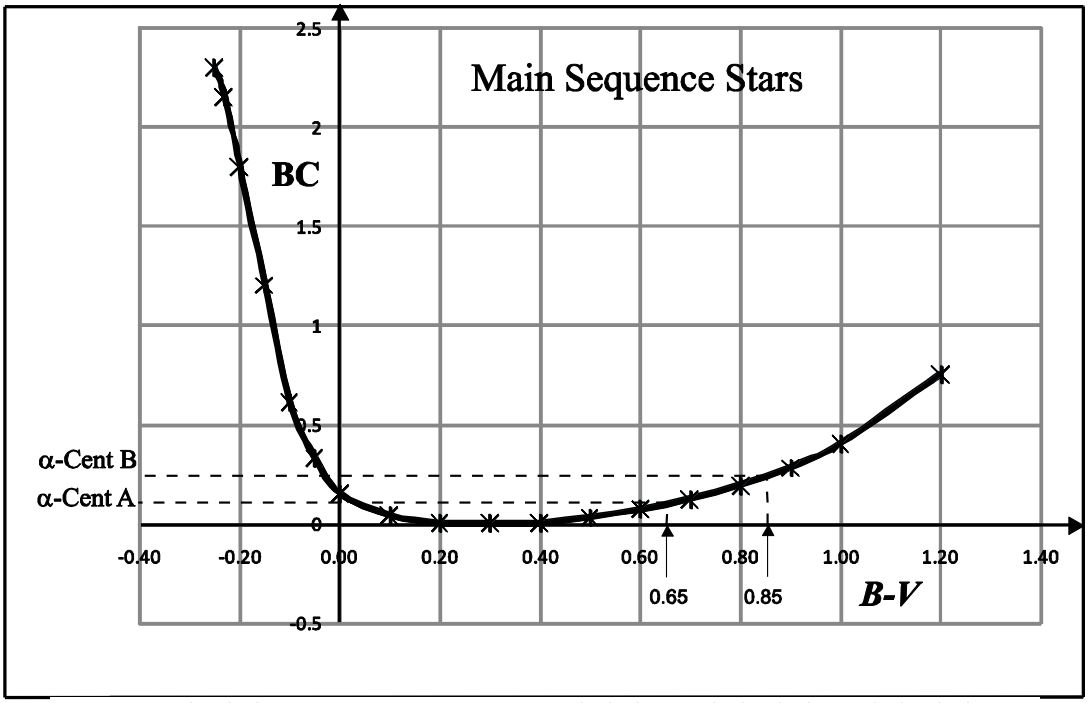
II. 안시 쌍성계에서 별의 질량 정하기

1



(20%)

2.



⊙ α Cen. A의 색지수는 B - V = 0.65로 주어진다. 그러면 위의 곡선과 만나는 선을 그어 BC = 0.10을 얻는다. **(10%)**

⊙ α Cen. B의 색지수는 B - V = 0.85로 주어진다. 그러면 위의 곡선과 만나는

선을 그어 BC = 0.25를 얻는다. **(10%)**
관계식 mv − mbol = BC로부터 다음을 얻는다.

⊙ α Cen. A: mv = -0.01이므로 mbol = -0.01 − 0.10 = -0.11 **(10%)**

⊙ α Cen. B: mv = 1.34이므로 mbol = 1.34 − 0.25 = 1.09 **(10%)**

3. 알파 센타우리의 궤도 주기는 P = 79.24년이고, 긴반지름의 각크기는 α = 17.59"이다. 결과 2a로부터 알파 센타우리 A의 겉보기 복사 등급은 mbolA = -0.11, 알파 센타우리 B의 겉보기 복사 등급은 mbolB = 1.09이다. (소수 둘째 자리)

1차 반복 :

단계 1 : 알파 센타우리 A와 B의 질량을 각각 MA, MB라 하자. 먼저 MA + MB = 2로 둔다.

단계 2 : MA + MB, P, α의 값을 케플러 제3법칙, 곧 다음 식에 넣으면,

$$\left(\frac{\alpha}{p}\right)^3 = (\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)P^2$$

그러면 p 를 얻는다. 곧

$$p = \left[\frac{\alpha^3}{(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)P^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(17.59)^3}{2(79.24)^2}\right]^{1/3} = [0.4334]^{1/3} = 0.7568''$$

단계 3 : 포그슨 식을 써서 절대 복사 등급을 정한다.

$$m_{bol} - M_{bol} = -5 - 5\log p \implies M_{bol} = m_{bol} + 5 + 5\log p$$

알파 센타우리 A:

$$M_{bolA} = m_{bolA} + 5 + 5\log p = -0.11 + 5 + 5\log(0.7568)$$
$$= -0.11 + 5 - 0.6051 = 4.2849$$

알파 센타우리 B :

$$M_{bolB} = m_{bolB} + 5 + 5\log p = 1.09 + 5 + 5\log(0.7568)$$
$$= 1.09 + 5 - 0.6051 = 5.4849$$

단계 4 : 광도-질량 관계를 써서 두 별의 질량을 정한다.

$$M_{bol} = -10.2\log\left(\frac{\mathcal{M}}{\mathcal{M}_\odot}\right) + 4.9 \implies \mathcal{M} = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bol}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot$$

알파 센타우리 A:

$$\mathcal{M}_A = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolA}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 4.2849}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 1.1490\mathcal{M}_\odot$$

알파 센타우리 B:

$$\mathcal{M}_B = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolB}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 5.4949}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 0.8763\mathcal{M}_\odot$$

(30%)

2차 반복 1차 반복에서 얻은 질량을 써서 단계 1부터 4까지를 되풀이한다:

단계 1 : $\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B = 1.1490 + 0.8763 = 2.0253$

단계 2 : $$p = \left[\frac{\alpha^3}{(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)P^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(17.59)^3}{(2.0253)(79.24)^2}\right]^{1/3} = 0.7536$$

단계 3 : 알파 센타우리 A:

$$M_{bolA} = m_{bolA} + 5 + 5\log p = -0.11 + 5 + 5\log(0.7536) = 4.2757$$

알파 센타우리 B :

$$M_{bolB} = m_{bolB} + 5 + 5\log p = 1.09 + 5 + 5\log(0.7536) = 5.4757$$

단계 4 : 알파 센타우리 A:

$$\mathcal{M}_A = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolA}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 4.2757}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 1.1513\mathcal{M}_\odot$$

알파 센타우리 B:

$$\mathcal{M}_B = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolB}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 5.4757}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 0.8781\mathcal{M}_\odot$$ **(10%)**

3차 반복 2차 반복에서 얻은 질량을 써서 단계 1부터 4까지를 되풀이한다:

단계 1 : $\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B = 1.1513 + 0.8781 = 2.0294$

단계 2 : $$p = \left[\frac{\alpha^3}{(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)P^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(17.59)^3}{(2.0294)(79.24)^2}\right]^{1/3} = 0.75314$$

단계 3 : 알파 센타우리 A:

$$M_{bolA} = m_{bolA} + 5 + 5\log p = -0.11 + 5 + 5\log(0.7531) = 4.2751$$

알파 센타우리 B :

$$M_{bolB} = m_{bolB} + 5 + 5\log p = 1.09 + 5 + 5\log(0.7531) = 5.4751$$

단계 4 : 알파 센타우리 A:

$$\mathcal{M}_A = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolA}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 4.2751}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 1.1515\mathcal{M}_\odot$$

알파 센타우리 B:

$$\mathcal{M}_B = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolB}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 10^{\left(\frac{4.9 - 5.4751}{10.2}\right)}\mathcal{M}_\odot = 0.8782\mathcal{M}_\odot$$

(0%)

4차 반복 3차 반복에서 얻은 질량을 써서 단계 1부터 4까지를 되풀이한다:

단계 1 : $\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B = 1.1515 + 0.8782 = 2.0297$

단계 2 : $$p = \left[\frac{\alpha^3}{(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B)P^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(17.59)^3}{(2.0297)(79.24)^2}\right]^{1/3} = 0.7531$$

단계 3 : 알파 센타우리 A:

$$M_{bolA} = m_{bolA} + 5 + 5\log p = -0.11 + 5 + 5\log(0.7531) = 4.2753$$

알파 센타우리 B :

$$M_{bolB} = m_{bolB} + 5 + 5\log p = 1.09 + 5 + 5\log(0.7531) = 5.4743$$

단계 4 : 알파 센타우리 A:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{A}} = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolA}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 10^{\left(\frac{4.9 - 4.2753}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 1.1517\mathcal{M}_{\odot}$$

알파 센타우리 B:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{B}} = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolB}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 10^{\left(\frac{4.9 - 5.4743}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 0.8784\mathcal{M}_{\odot}$$ **(0%)**

5차 반복 4차 반복에서 얻은 질량을 써서 단계 1부터 4까지를 되풀이한다:

단계 1 : $\mathcal{M}_{\mathrm{A}} + \mathcal{M}_{\mathrm{B}} = 1.1517 + 0.8784 = 2.0301$

단계 2 : $$p = \left[\frac{\alpha^3}{\left(\mathcal{M}_A + \mathcal{M}_B\right)P^2}\right]^{1/3} = \left[\frac{(17.59)^3}{(2.0301)(79.24)^2}\right]^{1/3} = 0.7530''$$

단계 3 : 알파 센타우리 A:

$$M_{bolA} = m_{bolA} + 5 + 5\log p = -0.11 + 5 + 5\log(0.7530) = 4.2740$$

알파 센타우리 B :

$$M_{bolB} = m_{bolB} + 5 + 5\log p = 1.10 + 5 + 5\log(0.7530) = 5.4740$$

단계 4 : 알파 센타우리 A:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{A}} = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolA}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 10^{\left(\frac{4.9 - 4.2740}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 1.1518\mathcal{M}_{\odot}$$

알파 센타우리 B:

$$\mathcal{M}_{\mathrm{B}} = 10^{\left(\frac{4.9 - M_{bolB}}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 10^{\left(\frac{4.9 - 5.4740}{10.2}\right)}\mathcal{M}_{\odot} = 0.8785\mathcal{M}_{\odot}$$ **(0%)**

5차 반복의 결과가 4차 반복의 결과와 같으므로

알파 센타우리 A의 질량 : MA = 1.1518 M⊙

알파 센타우리 B의 질량 : MB = 0.8785 M⊙