






**제2회 국제 천문 및 천체물리 올림피아드**

**인도네시아 반둥**

2008년 8월 21일 (목)

# 실기 경연: 자료 분석

**다음을 꼼꼼히 읽으시오:**

1. 모든 학생은 영어 및/또는 자국어로 된 문제지, 답안지, 모눈종이, 연습지를 받는다.

2. 자료 분석과 관측 경연에 주어진 시간은 5시간이다. 자료 분석 문제는 3개, 관측 문제는 2개이다.
3. 주어진 재료만 쓰시오.
4. 각 종이 맨 위 칸에 국가 코드와 학생 코드를 적으시오.

5. 답안지는 앞면만 쓰고, 상자 안에만 쓰시오.
6. 각 문제는 새 종이에서 답하기 시작하시오.
7. 수치 결과는 알맞은 자릿수로 적으시오.
8. 답안지와 모눈종이에는 각 문제 풀이에 필요하다고 여기는 것을 모두 적으시오. 답은 주로 식, 수, 그림, 그래프로 나타내고, 필요하면 간결한 글을 덧붙이시오. 각 문제에 대해 자세한 풀이 과정이 있는 바른 답에 만점을 준다. 최종 결과에 밑줄을 그으시오.

9. 시험이 끝나면 답안지와 모눈종이를 봉투에 넣고 모든 것을 책상 위에 두고 나가시오.

# 천문 상수와 물리 상수

| 물리량 | 값 |
|---|---|
| 천문단위 (AU) | 149,597,870.691 km |
| 광년 (ly) | $9.4605 \times 10^{17}$ cm = 63,240 AU |
| 파섹 (pc) | $3.0860 \times 10^{18}$ cm = 206,265 AU |
| 항성년 | 365.2564 days |
| 회귀년 | 365.2422 days |
| 그레고리력 1년 | 365.2425 days |
| 항성월 | 27.3217 days |
| 삭망월 | 29.5306 days |
| 평균 항성일 | $23^h56^m4^s.091$ 평균 태양시 |
| 평균 태양일 | $24^h3^m56^s.555$ 항성시 |
| 지구-달 평균 거리 | 384,399 km |
| 지구 질량 (M⊕) | $5.9736 \times 10^{27}$ g |
| 지구 평균 반지름 | 6,371.0 km |
| 지구 공전 평균 속력 | 29.783 km/s |
| 달의 질량 (M☾) | $7.3490 \times 10^{25}$ g |
| 달의 평균 반지름 | 1,738 km |
| 태양 질량 (M⊙) | $1.9891 \times 10^{33}$ g |
| 지구 평균 반지름 | $6.3710 \times 10^{6}$ cm |
| 태양 반지름 (R⊙) | $6.96 \times 10^{10}$ cm |
| 태양 광도 (L⊙) | $3.96 \times 10^{33}$ erg $s^{-1}$ |
| 태양 유효 온도 (Teff) | 5 800 $^oK$ |
| 태양 겉보기 등급 (m⊙) | -26.8 |
| 태양 복사 등급 (mbol) | -26.79 |
| 태양 절대 등급 (M⊙) | 4.82 |
| 태양 절대 복사 등급 (Mbol) | 4.72 |
| 빛의 속력 (c) | $2.9979 \times 10^{10}$ cm/s |
| 중력 상수 (G) | $6.6726\times 10^{-8}$ dyne $cm^2$ $g^{-2}$ |
| 볼츠만 상수 (k) | $1.3807 \times 10^{-16}$ erg. $K^{-1}$ |
| 슈테판-볼츠만 상수 (σ) | $5.6705\times 10^{-5}$ erg $cm^{-2}$ $K^{-4}$ $s^{-1}$ |
| 플랑크 상수 (h) | $6.6261 \times 10^{-27}$ erg s |
| 전자 전하 (e) | $1.602 \times 10^{-19}$ C = $4.803 \times 10^{-10}$ esu |
| 전자 질량 (me) | $5.48579903 \times 10^{-4}$ amu |

| | |
|---|---|
| 양성자 질량 (mp) | 1.007276470 amu |
| 중성자 질량 (mn) | 1.008664904 amu |
| 중수소 핵 질량 (md) | 2.013553214 amu |
| 수소 질량 | 1.00794 amu |
| 헬륨 질량 | 4.002603 amu |
| 탄소 질량 | 12.01070 amu |

| 단위 환산표 | |
|---|---|
| 1 Å | 0.1 nm |
| 1 barn | $10^{-28}$ $m^2$ |
| 1 G | $10^{-4}$ T |
| 1 erg | $10^{-7}$ J = 1 dyne cm |
| 1 esu | $3.3356 \times 10^{-10}$ C |
| 1 amu (원자 질량 단위) | $1.6606 \times 10^{-24}$ g |
| 1 atm (기압) | 101,325 Pa = 1.01325 bar |
| 1 dyne | $10^{-5}$ N |

2. 해당 곡선을 써서 알파 센타우리 A와 B의 겉보기 복사 등급을 구하라.

3. 각 별의 질량을 계산하라.

참고:

1. 복사 보정(BC)은 천체의 가시 등급을 복사 등급으로 바꾸기 위해 겉보기 등급에 해 주어야 하는 보정이다:

$$BC = m_v - m_{bol} \text{ 또는 } BC = M_v - M_{bol}$$

2. 광도-질량 관계: M

$$_{bol} = -10.2\log\left(\frac{M}{M_\odot}\right) + 4.9$$

## III. 운석의 나이

방사성 붕괴의 기본 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다:

$$N(t) = N_0 \exp(-\lambda t)$$

여기서 N(t)와 N0는 각각 시각 t에 남아 있는 방사성 동위원소(어미 동위원소) 원자의 수와 t = 0에서의 처음 수이고, λ는 붕괴 상수이다. 어미 동위원소가 붕괴하면 딸 핵종 D(t), 곧 방사성 기원 원소가 생기며, 이것은 다음과 같이 정의된다

$$D(t) = N_0 - N(t) .$$

이러한 생각을 바탕으로, 한 무리의 천문학자들이 여러 운석 표본의 나이를 정하려고 조사한다. 표본은 두 종류로, 알렌데 콘드라이트(A)와 현무암질 아콘드라이트(B)이다. 표본에서 87Rb와 87Sr의 함량을 재는데, 87Sr은 모두 87Rb의 붕괴로 생겼다고 가정한다. 이 동위원소 붕괴의 λ 값은 1년에 $1.42 \times 10^{-11}$이다. 또 방사성 기원이 아닌 원소 86Sr도 쟀다. 측정 결과는 아래 표에 ppm(백만분율) 단위로 주어져 있다.

| 표본 번호 | 운석 종류 | $^{86}Sr$ (ppm) | $^{87}Rb$ (ppm) | $^{87}Sr$ (ppm) |
|---|---|---|---|---|
| 1 | A | 29.6 | 0.3 | 20.7 |
| 2 | B | 58.7 | 68.5 | 44.7 |
| 3 | B | 74.2 | 14.4 | 52.9 |
| 4 | A | 40.2 | 7.0 | 28.6 |
| 5 | A | 19.7 | 0.4 | 13.8 |
| 6 | B | 37.9 | 31.6 | 28.4 |
| 7 | A | 33.4 | 4.0 | 23.6 |
| 8 | B | 29.8 | 105.0 | 26.4 |
| 9 | A | 9.8 | 0.8 | 6.9 |
| 10 | B | 18.5 | 44.0 | 15.4 |

**물음:**

1. 시간 t를 다음으로 나타내어라: $\frac{D(t)}{N(t)}$

2. 반감기 t1/2, 곧 붕괴 후 어미 수가 절반이 되는 데 걸리는 시간을 정하라.

3. 두 동위원소 사이의 비에 대한 지식은 각 동위원소의 절대 함량보다 더 가치가 있다. 처음에 약간의 스트론튬이 있었을 것이다. 다음을 $\left(\frac{^{87}Rb}{^{86}Sr}\right)$ 독립 변수로, 다음을 $\left(\frac{^{87}Sr}{^{86}Sr}\right)$ 종속 변수로 삼아, 자료를 나타내는 단순 선형 회귀 모형을 어림하라.

4. 운석들의 $\left(\frac{^{87}Rb}{^{86}Sr}\right)$ 를 다음 $\left(\frac{^{87}Sr}{^{86}Sr}\right)$ 의 그래프와 각 종류의 회귀선(등연령선)을 에 대해 그려라. (중간 계산에서는 소수점 아래 7자리 이상을 쓰시오)

5. 이어서, 이 천문학자가 각 운석 종류의 나이와 그 오차를 정하도록 도와라. 어느 종류가 더 오래되었는가?

6. 각 운석 종류에 대해 처음 값 $\left(\frac{^{87}Sr}{^{86}Sr}\right)_0$ 과 그 오차를 정하라.

용어 풀이:

자료 (Xi, Yi), i = 1, ⋯, n 에 단순 선형 회귀선 y = a + bx 를 맞출 수 있으며, 이때

$$b = \frac{SS_{xy}}{SS_{xx}}$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x}$$

여기서

SSxx: X의 제곱합 = $\sum_{i=1}^{n} X_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} X_i\right)^2$

SSyy: Y의 제곱합 = $\sum_{i=1}^{n} Y_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_{i=1}^{n} Y_i\right)^2$

SSxy: X와 Y의 곱의 합 = $\sum_{i=1}^{n} X_i Y_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i \sum_{i=1}^{n} Y_i$

각 매개변수 a와 b의 표준 편차는 다음과 같이 계산할 수 있다

$$S_a = \sqrt{\frac{SS_{YY} - \frac{(SS_{XY})^2}{SS_{XX}}}{(n-2)SS_{XX}} \times \sum_{i=1}^{n} X_i^2}$$

$$S_b = \sqrt{\frac{SS_{YY} - \frac{(SS_{XY})^2}{SS_{XX}}}{(n-2)SS_{XX}}}$$