자료 분석

문제 1

소행성 측광(photometry)에 관한 몇 가지 사실:

• 소행성은 태양 주위를 거의 타원 궤도로 도는, 불규칙한 모양의 작은 태양계 천체이다.

· 지구에서 특정 순간에 관측되는 밝기는 태양빛을 받는 표면적과 관측자에게 보이는 소행성의 부분에 따라 달라진다. 소행성이 움직임에 따라 둘 다 변한다.

· 소행성 표면이 햇빛을 반사하는 방식은 표면의 질감과 태양-소행성-관측자가 이루는 각도(위상각, phase angle)에 따라 달라지며, 이 각도는 지구와 소행성이 각자의 궤도를 따라 움직임에 따라 변한다. 특히 미세한 먼지(레골리스, regolith)로 덮인 표면을 가진 소행성은 위상각 ϕ가 0에 가까울 때(즉, 충(opposition)에 가까울 때) 밝기가 급격히 증가한다.

• 모든 광원의 관측 플럭스는 거리의 제곱에 반비례하여 감소하므로, 소행성의 관측 등급도 관측 당시 태양과 관측자로부터의 거리에 따라 달라진다. 대기 밖에서의 겉보기 등급 m은 다음과 같다.

$$m(t) = m_r(t) + 5 \log(RD)$$

여기서 m_r은 보통 환산 등급(reduced magnitude)이라 부르며(태양과 지구로부터의 거리를 둘 다 1 AU로 줄였을 때 소행성이 가질 등급을 뜻함), 보이는 조명 표면적과 위상각 효과에만 의존한다. R과 D는 각각 일심 거리(heliocentric)와 지심 거리(geocentric)이다.

이제 다음 시나리오를 생각하자. 주어진 소행성의 광도 곡선(light curve)을 궤도상의 서로 다른 세 지점에서 세 번의 다른 밤에 얻었고, 매번 소행성과 같은 프레임에서 측광 표준성(photometric standard)을 함께 관측하였다. 표 1은 각 밤에서 소행성의 기하학적 배치(위상각 ϕ는 도, R과 D는 AU 단위)와 함께 관측된 측광 표준성의 보정 등급(calibrated magnitude)을 보여준다. 보정 등급은 모든 효과가 고려된 최종 겉보기 등급으로 간주하라.

표 2, 3, 4는 각 밤에 대해 첫 관측을 기준으로 한 각 관측의 시간 간격(시간 단위), 대기량(air mass), 소행성의 기기 등급(instrumental magnitude), 표준성의 기기 등급을 담고 있다.

대기량(air mass)은 시선 방향을 따른 대기의 무차원 두께이며, 천정(zenith)을 바라볼 때 1이다.

1. 별의 등급을 대기량에 대해 각 세트별로 그래프로 그려라.

2. 각 밤의 소광 계수(extinction coefficient)를 계산하라 (본문 끝의 부록 A 참조).

3. 어느 한 밤의 관측이 구름의 영향을 받았는가? 답을 다음과 같이 표현하라: a) 밤 A, b) 밤 B, c) 밤 C, d) 어느 밤도 아님.

4. 소행성의 각 관측 세트에 대해 보정 등급을 시간에 대해 그래프로 그려라 (부록 B 참조).

5. 각 밤의 자전 주기(rotation period)를 구하라. 이 소행성의 광도 곡선은 두 개의 극소와 두 개의 극대를 가지며, 반주기(semi-period)는 두 극대 사이 간격과 두 극소 사이 간격의 평균이라고 하자.

6. 각 밤의 광도 곡선의 진폭(최대에서 최소까지의 차이)을 구하라.

7. 보정 환산 등급 M_r을 위상각 ϕ에 대해 그래프로 그려라 (각 광도 곡선의 평균값을 사용).

8. 위상 곡선(보정 환산 등급 대 위상각 그래프)의 기울기 계수(angular coefficient)를 충(opposition)에서 멀리 떨어진 점들만 고려하여 계산하라 (위 소행성 측광 사실의 세 번째 항목 참조).

9. 미세 먼지(레골리스)로 덮인 표면을 가정할 이유가 있는가? 예/아니오로 답하라.

표 1

Night	D	R	φ	M_{star}
A	0.36	1.35	0.0	8.2
B	1.15	2.13	8.6	8.0
C	2.70	1.89	15.6	8.1

표 2: 밤 A

Δt	Air mass	m_{ast}	m_{star}
0.00	1.28	7.44	8.67
0.44	1.18	7.38	8.62
0.89	1.11	7.34	8.59
1.33	1.06	7.28	8.58
1.77	1.02	7.32	8.58
2.21	1.00	7.33	8.56
2.66	1.00	7.33	8.56
3.10	1.01	7.30	8.56
3.54	1.03	7.27	8.58
3.99	1.07	7.27	8.58
4.43	1.13	7.31	8.61
4.87	1.21	7.37	8.63
5.31	1.32	7.42	8.67
5.76	1.48	7.49	8.73
6.20	1.71	7.59	8.81
6.64	2.06	7.69	8.92
7.09	2.62	7.87	9.14
7.53	3.67	8.21	9.49

표 3: 밤 B

Δt	Air mass	m_{ast}	m_{star}
0.00	1.28	13.24	8.38
0.44	1.18	13.21	8.36
0.89	1.11	13.13	8.34
1.33	1.06	13.11	8.33
1.77	1.02	13.11	8.32
2.21	1.00	13.15	8.32
2.66	1.00	13.17	8.32
3.10	1.01	13.17	8.32
3.54	1.03	13.13	8.33
3.99	1.07	13.15	8.34
4.43	1.13	13.14	8.34
4.87	1.21	13.14	8.37
5.31	1.32	13.21	8.38
5.76	1.48	13.30	8.43
6.20	1.71	13.34	8.47
6.64	2.06	13.39	8.54
7.09	2.62	13.44	8.65
7.53	3.67	13.67	8.87

표 4: 밤 C

Δt	Air mass	m_{ast}	m_{star}
0.00	1.28	11.64	8.58
0.44	1.18	11.53	8.54
0.89	1.11	11.56	8.60
1.33	1.06	11.49	8.52
1.77	1.02	11.58	8.48
2.21	1.00	11.79	8.63
2.66	1.00	11.67	8.53
3.10	1.01	11.53	8.46
3.54	1.03	11.47	8.48
3.99	1.07	11.63	8.67
4.43	1.13	11.51	8.51
4.87	1.21	11.65	8.55
5.31	1.32	11.77	8.61
5.76	1.48	11.88	8.75
6.20	1.71	11.86	8.78
6.64	2.06	12.03	9.03
7.09	2.62	12.14	9.19
7.53	3.67	12.63	9.65

문제 2 - 세페이드 변광성(Cepheids)은 매우 밝은 변광성으로, 평균 절대 등급이 맥동 주기(pulsation period)의 함수이다. 덕분에 천체물리학자들은 관측된 겉보기 광도의 변화로부터 그 고유 광도를 쉽게 결정할 수 있다.

아래는 세페이드 자료 표이다. P0은 맥동 주기(일 단위)이고 <MV>는 평균 절대 가시광 등급이다.

Cepheid	P_0 (days)	$\langle M_V \rangle$
SU Cas	1.95	-1.99
V1726 Cyg	4.24	-3.04
SZ Tau	4.48	-3.09
CV Mon	5.38	-3.37
QZ Nor	5.46	-3.32
さ UMi	5.75	-3.42
V367 Sct	6.30	-3.58
U Sgr	6.75	-3.64
DL Cas	8.00	-3.80
S Nor	9.75	-3.95
ζ Gem	10.14	-4.10
X Cyg	16.41	-4.69
WZ Sgr	21.83	-5.06
SW Vel	23.44	-5.09
SV Vul	44.98	-6.04

1) 모든 세페이드를 산점도로 그려라. log10(P0)을 가로축, <MV>를 세로축으로 한다.

2) 최소제곱법(least squares)을 사용하여 <MV> 대 log10(P0) 그래프에 직선을 적합하라. 이 식으로 임의의 세페이드에 대해 맥동 주기로부터 절대 등급을 구할 수 있다.

3) 그림 1과 2는 두 세페이드의 광도 곡선을 보여준다. 주어진 자료를 사용하여 이 두 세페이드까지의 거리를 추정하라. 거리 결정의 불확실도도 추정하라 (정확한 공식은 필요 없다).

4) 두 별 사이 거리 차이를 은하의 전형적 크기와 비교할 때, 이 두 별이 같은 은하 안에 있는 것이 가능한가? "예" ( ) 또는 "아니오" ( )에 표시하라.

그림 1

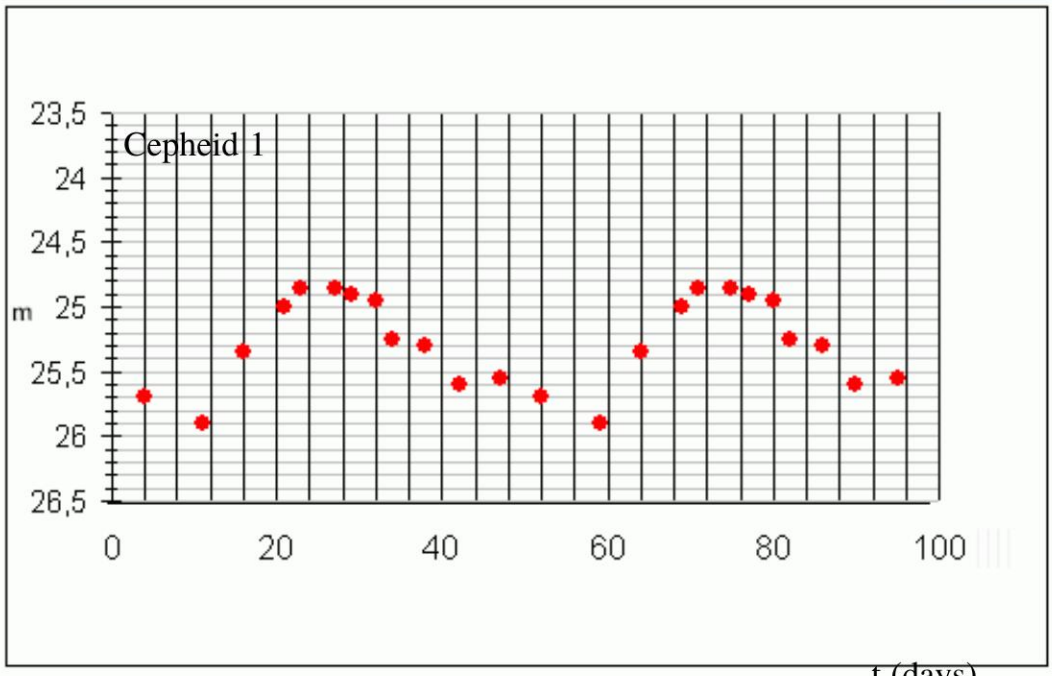
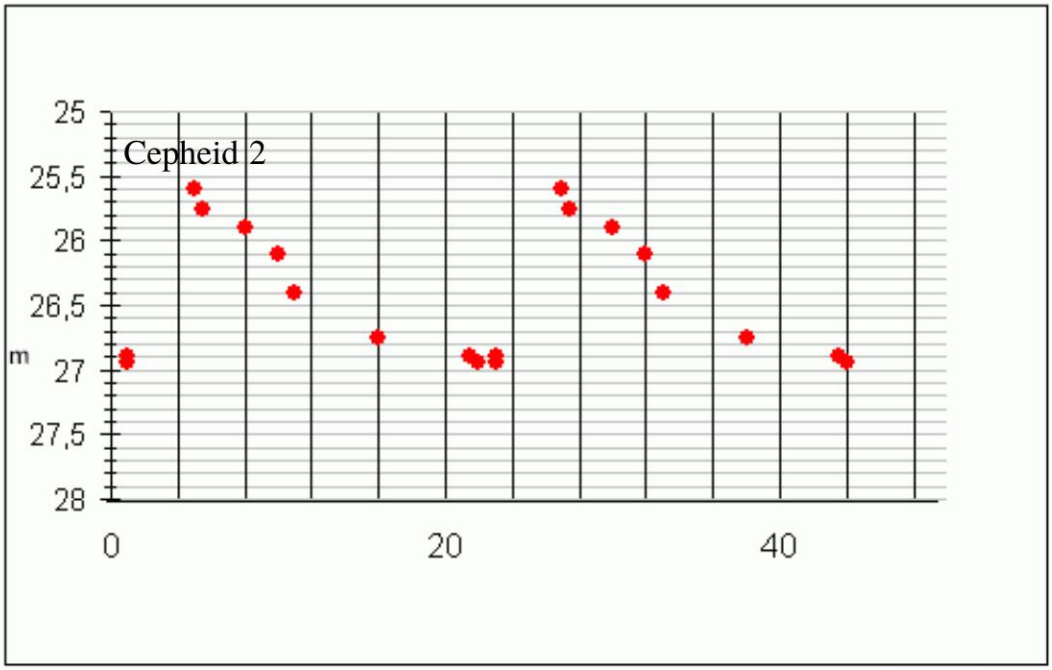

Cepheid 1
23,5
24
24,5
m 25
25,5
26
26,5
0
20
40
60
80
100
t (days)

그림 2


Cepheid 2
25
25,5
26
26,5
m 27
27,5
28
0
20
40

부록 A: 소광 계수(extinction coefficients)

대기 밖에서의 등급은 다음과 같이 주어진다:

$$M = m - A \cdot X + B$$

여기서 A는 소광 계수(extinction coefficient), B는 그날 밤의 영점 계수(zero point coefficient), X는 관측의 대기량(airmass), m은 기기 등급(이미지에서 직접 얻은 등급)이다.

부록 B: 보정 차등 등급(calibrated differential magnitude)

표준성이 천체와 같은 프레임에 있으면, 천체의 보정 등급은 다음과 같이 구할 수 있다:

$$M_{ast} = m_{ast} - m_{star} + M_{star}$$

부록 C: 기울기 계수의 최소제곱 추정

다음과 같이 표현되는 직선이 주어질 때

$$y_i = \alpha + \beta x_i,\ i = 1..n$$

β의 최소제곱 추정량(least squares estimator)은 다음과 같이 주어진다

$$\beta = \frac{\sum_i^n x_i y_i - \frac{1}{n}\sum_i^n x_i \sum_i^n y_i}{\sum_i^n x_i^2 - \frac{1}{n}\left(\sum_i^n x_i\right)^2}$$