자료 분석

문제 1.

그림 1은 큰곰자리의 일부이다. 큰 CCD 칩(17 mm × 22 mm)을 단 디지털 카메라로 찍었다. 광학계의 초점 거리 f를 구하고 결과의 오차를 밝혀라.



그림 1. 큰곰자리의 일부.

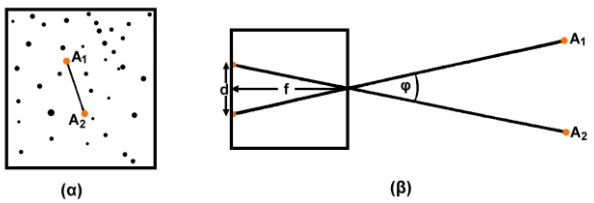


그림 1A. 거리 축척 계산.

답: 밝은 별 목록에 좌표가 주어진 밝은 별 두 개의 각거리 φ를 (도 또는 각분 단위로) 계산한다. 이 별들은 되도록 서로 멀리 떨어진 것으로 고르는 것이 좋다(예: α UMa [a1 = 11h03m, δ1 = +61˚45′]와 η UMa [a2 = 13h48m, δ2 = +49˚19′]).

1. 두 별의 각거리를 계산하려면 좌표를 십진 도 단위로 바꾸어야 한다(예: α UMa [a1 = 165˚.75, δ1 = +61.75˚]와 η UMa [a2 = 207.0˚, δ2 = +49˚.32])

(2.5점)

2. 코사인 법칙으로 두 별 사이의 각거리를 계산한다:

$$\varphi = \arccos(\sin\delta_1 \times \sin\delta_2 + \cos\delta_1 \times \cos\delta_2 \times \cos(a_1 - a_2)) \quad \rightarrow \quad \varphi = 25^\circ.8448 \text{ (10점)}$$

3. 그림 1에서 두 별 사이의 거리 d0를 mm로 잰다. d0 = 138 mm. **(2.5점**

4. 그림 1의 사진은 원래 사진과 크기가 다르다. 사진의 길이 ℓ 을 mm로 잰다. ℓ = 140 mm. 이 길이는 22 mm에 해당한다. d0를 원래 사진에서의 거리 d로 바꾸면

$$d = 138 \times \frac{22}{140}\text{ mm}. \quad d = 21.6857\text{ mm} \qquad \textbf{(1.5점)}$$

4. 원래 사진의 영상 축척 $\left(\frac{\varphi}{d}\right)$은

$$\frac{\varphi}{d} = \frac{25^o.8448}{21.6857} = 1.1918\frac{deg}{mm} \qquad \textbf{(2.5점)}$$

5. 초점 거리는 다음 식으로 주어진다(그림 2 참조): $\tan\frac{\varphi}{2}=\frac{d}{2f}$ or $f=\frac{d}{2\tan\frac{\varphi}{2}}$ from

이로부터 초점 거리를 계산한다: $f=\frac{21.6857}{2\times 0.2294}$ or $\boldsymbol{f = 47.3\ mm}$ **(1.5점)**

(오차를 포함하면 **(4점)**

문제 2.

2013년 5월 1일부터 5월 9일까지 이틀마다 정확히 같은 시각에 찍은 태양 광구의 최근 사진 5장이 적도 좌표로 주어진다. 또 일심 좌표(일심 경도 ℓ, 일심 위도 b)를 보여 주는 투명한 스토니허스트 격자 두 장이 주어진다. 이 격자는 4월 28일부터 5월 15일까지를 다룬다.
지구는 태양의 적도를 따라 정확히 공전하지 않으므로, 한 해 동안 태양의 적도는 태양 원반의 중심에서 7도가 조금 넘게 위아래로 움직이는 것처럼 보인다. 이 각 B0는 한 해 동안 사인 곡선을 따라 변한다. 또 지구에서 본 태양의 자전축은 지구의 자전축과 일치하지 않는다. 두 축 사이의 하늘 평면 위의 각 P0도 한 해 동안 변한다. 이 각들(B0와 P0)의 값은 태양 영상 5장에 각각 표시되어 있다.

(1) 사진마다 태양의 자전축을 표시하라.

(2) 사진 전부(또는 대부분)에서 따라갈 수 있는 두드러진 흑점 3개를 골라 사진에 S1, S2, S3로 표시하라. 알맞은 스토니허스트 격자를 써서 날마다(5월 1일-9일) 그 좌표(ℓ, b)를 구하고 표 1에 적어라.

표 1

날짜	흑점 S1		흑점 S2		흑점 S3	
	$\ell_\odot$	$b_\odot$	$\ell_\odot$	$b_\odot$	$\ell_\odot$	$b_\odot$
May 1						
May 3						
May 5						
May 7						
May 9						

(3) 흑점마다 $\Delta\ell/\Delta t$ 그림을 그려라.

(4) 흑점마다 자전의 회합 주기(P)를 날 단위로 계산하라. 흑점마다 결과 PS1, PS2, PS3를 적어라.

(5) 태양 자전의 평균 회합 주기(P)를 날 단위로 계산하라.

답: 태양 광구의 큰 사진 5장(www.spaceweather.com에서 가져와 고침)과 알맞은 (축척이 맞는) 스토니허스트 격자를 학생들에게 준다(그림 3A). 학생들에게 주는 사진에는 주석이 없다. 사진마다 관측한 날의 각 함께 주어진다. 학생은 태양의 자전을 따라 움직이는, 잘 알아볼 수 있는 흑점 적어도 3개의 좌표를 재어 태양의 자전을 계산해야 한다.

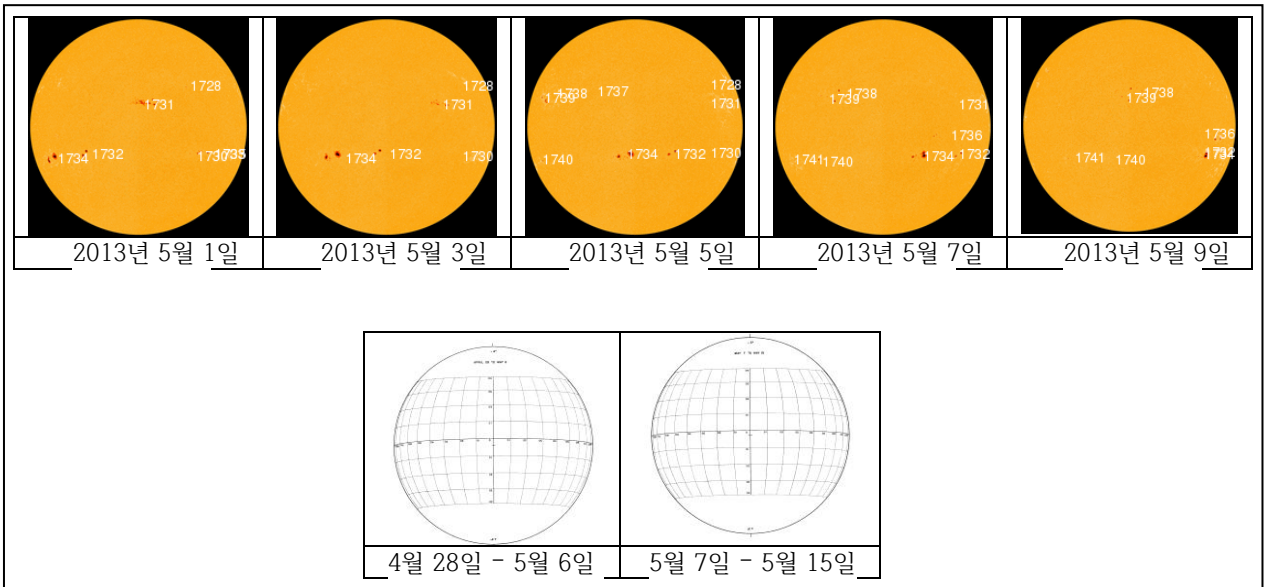


그림 3A. 태양 광구 사진 5장(위)과 해당하는 스토니허스트 격자

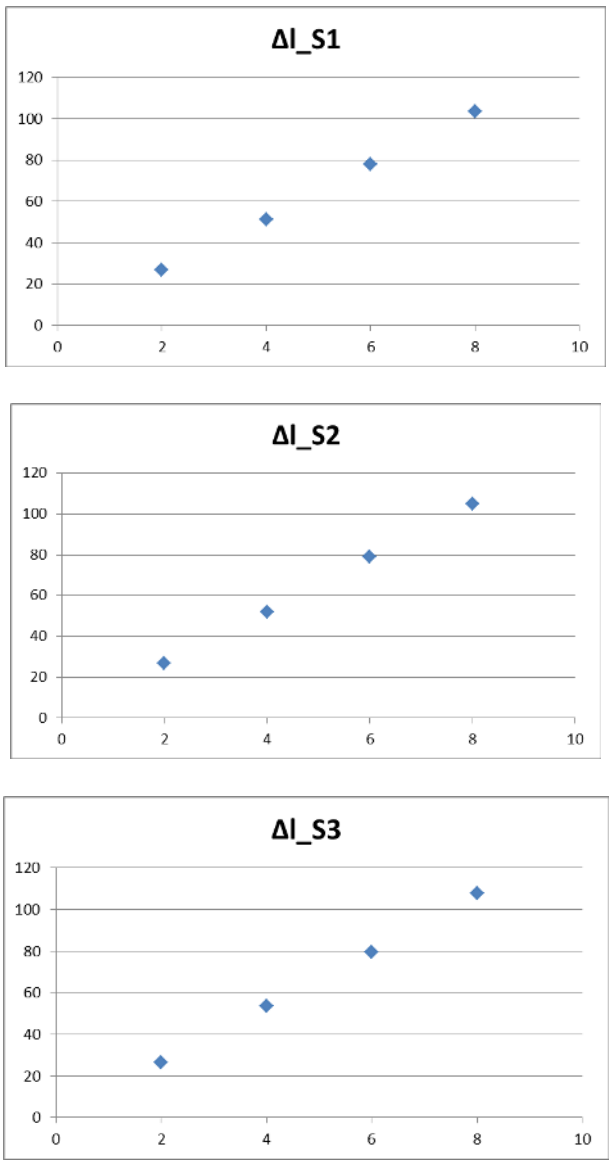
1. 태양의 자전축을 바르게 그린다. 사진마다 연직선에서 시계 반대 방향으로 P0도만큼 기운 직선을 그리면 된다(참고: 사진은 적도 좌표로 주어진다
좌표로 주어진다.) **(4점)**

2. 알맞은 스토니허스트 격자를 골라 사진마다 얹되, 격자의 태양 축이 사진의 태양 축과 겹치게 한다. 격자를 써서 일심 경도(ℓ)와 일심 위도(b)를 어림한다. 사진 5장 각각에 대해 이 좌표를 표 1에 적는다.

날짜	흑점 S1		흑점 S2		흑점 S3	
	$\ell_\odot$	$b_\odot$	$\ell_\odot$	$b_\odot$	$\ell_\odot$	$b_\odot$
May 1	54	17.5	33	18.5	30.5	16
May 3	27	18	6	19	4	16
May 5	3	18.5	-19	18.5	-23	17
May 7	-24	18	-46	18	-49	16
May 9	-49.5	19	-72	18	-77	17

(12점)

3. 흑점마다 $\Delta \ell / \Delta t$ 그림을 그린다:



(그래프마다 2) **(6점)**

4. 흑점마다 태양의 자전($\Delta \ell / \Delta t$)을 계산한다.

$$P_i = 8 * \frac{360}{\Delta \ell_{\odot i}}, \qquad P_1 = 27.8\ days, \qquad P_2 = 27.4\ days, \qquad P_3 = 26.8\ days$$

(그래프마다 3) (9점)

5. 태양의 평균 주기를 계산한다

$$P_\odot = (P_1 + P_2 + P_3)/3 = 27.3\ days$$ **27.3 days** **(1.5점)**

문제 3.

그림 2는 히아데스 산개 성단 근처 하늘의 사진이다. 존슨 측광계의 V 필터를 썼다. 그림 3은 몇몇 별의 V 등급(mV)이 알려진 이 영역의 성도이다(별과 헷갈리지 않도록 소수점을 쓰지 않았다. 곧 mV = 8.1은 "81"로 적었다). 힌트: 별 몇 개는 성도에 없을 수 있다.

(a) 그림 3에서 번호와 화살표로 표시한 별을 될 수 있는 한 많이 밝혀 그림 2에 표시하라.

(b) 그림 2에서 알려진 별들의 V 등급과 비교하여, 그림 3에서 번호와 화살표로 표시한 별들의 V 등급을 어림하라.

답: 사람의 눈은 ΔmV = 0.1 – 0.2등급 정도의 차이를 쉽게 알아본다. 학생은 먼저 축척과 방향이 다른 성도에 사진을 맞추어야 한다. 그러면 별들의 등급을 쉽게 알아볼 수 있다. 참고: 화살표로 표시한 별이 모두 사진에 있지는 않다. (바르게 밝힌 별마다 0.5점, ±0.3등급 안의 바른 등급마다 0.5점

(18점)

별 m	3	4	5	6	7	8	9	10	11
	7.3 – 7.9	5.3 – 5.9	5.2 – 5.8	4.6 – 5.2	5.2 – 5.8	4.5 – 5.1	4.3 – 4.9	4.9 5.5	5.3 – 5.9

별 1, 2, 12는 사진의 경계 밖에 있다

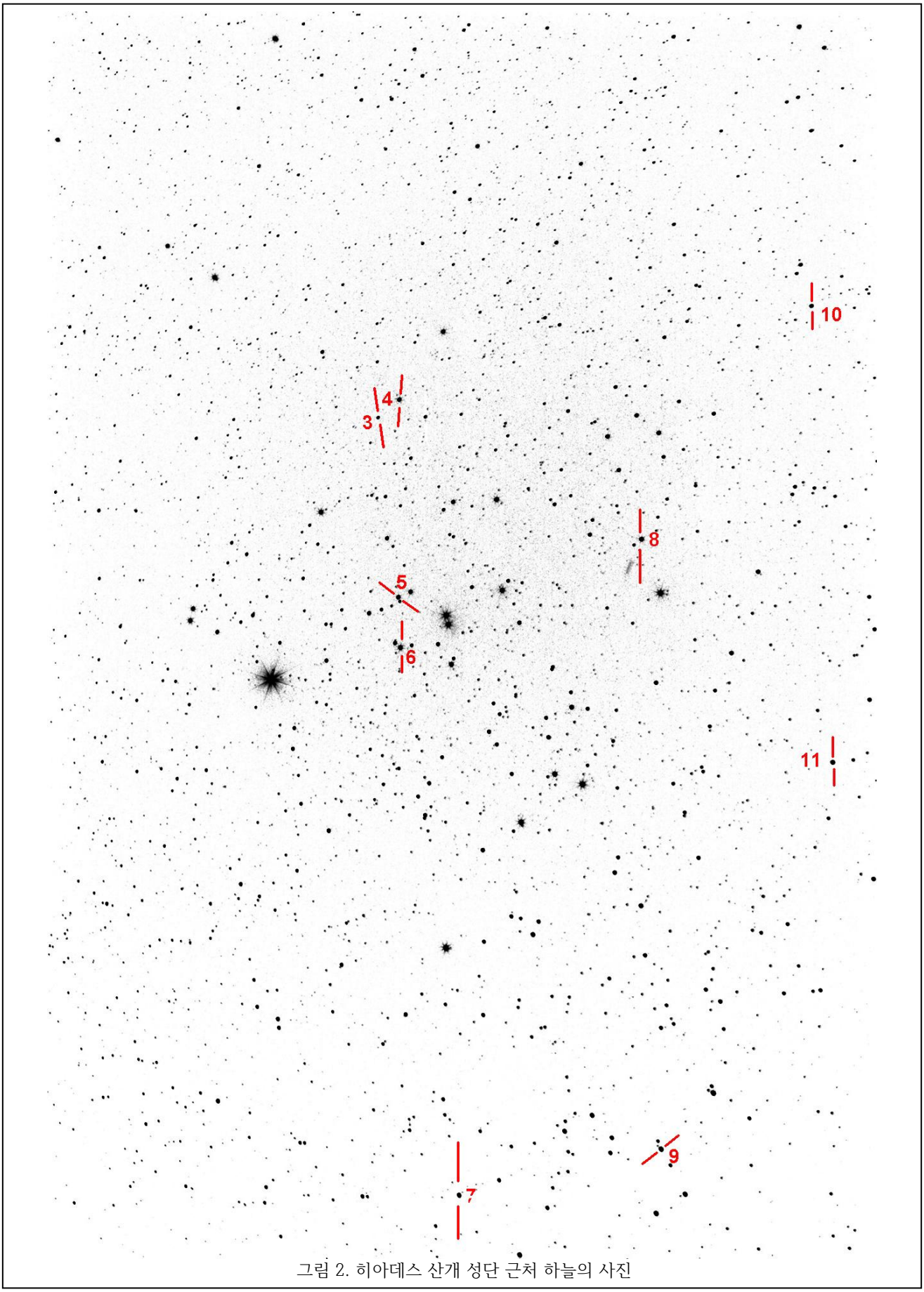


그림 2. 히아데스 산개 성단 근처 하늘의 사진

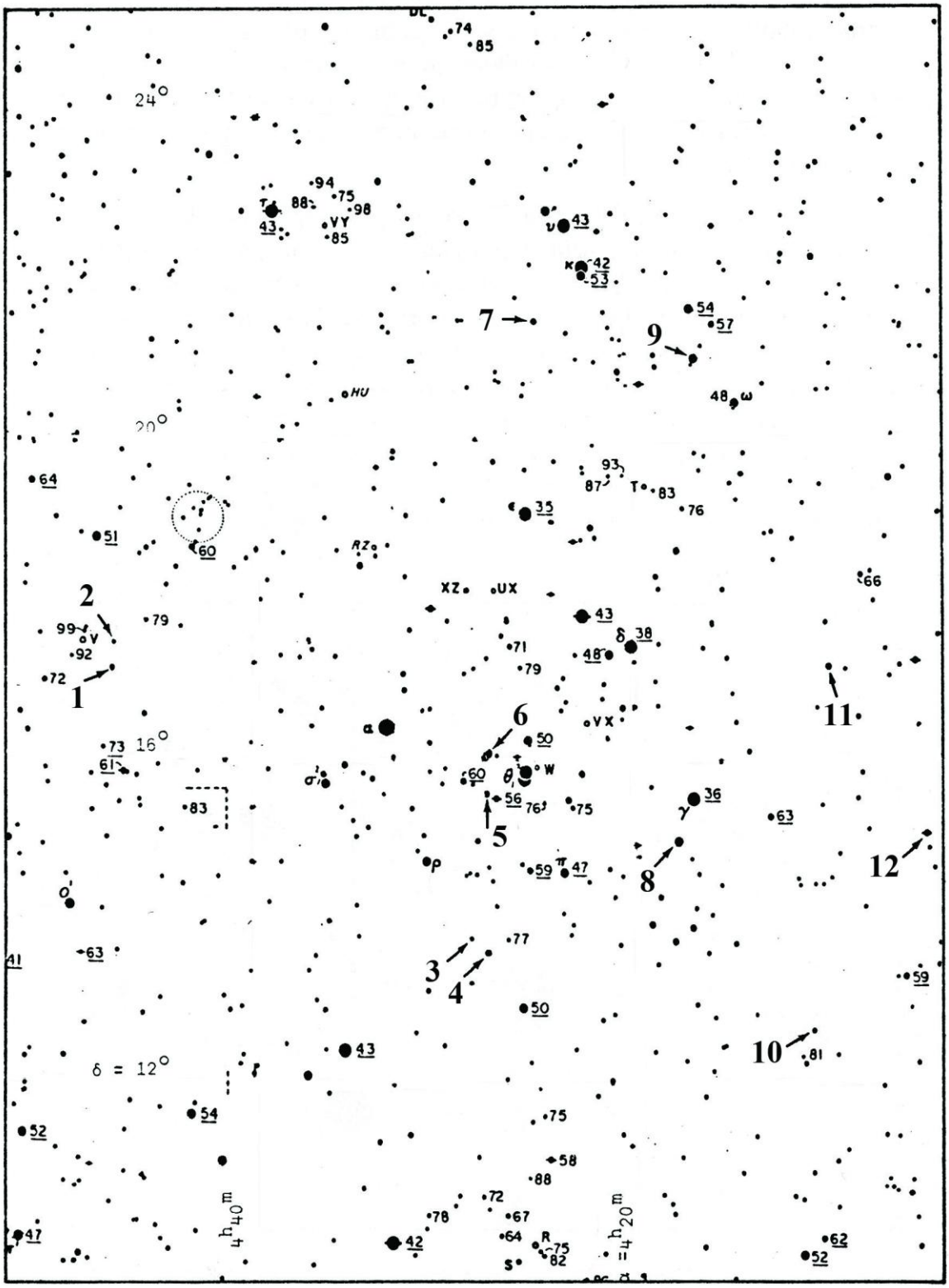


그림 3. 히아데스 산개 성단 근처 영역의 성도

문제 4.

운동 성단 방법으로 히아데스 성단까지의 거리를 계산하라(그림 5).

1. 텍스트 파일(Hyades-stars.txt)에 히파르코스 우주 망원경이 관측한 히아데스 산개 성단 영역의 별 35개 목록이 주어진다.

텍스트 파일의 열에 별 35개마다 실린 정보는 다음과 같다: (a) 히파르코스 목록 번호(HIP). (b) 적경(alpha – α) [h m s]. (c) 적위(delta – d) [° ′ ″]. (d) 삼각 시차(p – π) [″ × 10^3]. (e) 적경 방향 고유 운동에 cos d를 곱한 값(mu_axcosd – μα×cosd) [″ × 10^3/yr].

(f) 적위 방향 고유 운동(mu_d – μd) [″ × 10^3/yr]. (g) 시선 속도(v_r – vr) [km/s].

HIP	alpha	delta	p	mu_axcosd	mu_d	v_r
13834	2 58 5.08	20 40 7.7	31.41	234.79	-31.64	28.10
14838	3 11 37.67	19 43 36.1	19.44	154.61	-8.39	24.70
18170	3 53 9.96	17 19 37.8	24.14	143.97	-29.93	35.00
18735	4 0 48.69	18 11 38.6	21.99	129.49	-28.27	31.70
19554	4 11 20.20	5 31 22.9	25.89	146.86	5.00	36.60
20205	4 19 47.53	15 37 39.7	21.17	115.29	-23.86	39.28
20261	4 20 36.24	15 5 43.8	21.20	108.79	-20.67	36.20
20400	4 22 3.45	14 4 38.1	21.87	114.04	-21.40	37.80
20455	4 22 56.03	17 32 33.3	21.29	107.75	-28.84	39.65
20542	4 24 5.69	17 26 39.2	22.36	109.99	-33.47	39.20
20635	4 25 22.10	22 17 38.3	21.27	105.49	-44.14	38.60
20711	4 26 18.39	22 48 49.3	21.07	108.66	-45.83	35.60
20713	4 26 20.67	15 37 6.0	20.86	114.66	-33.30	40.80
20842	4 28 0.72	21 37 12.0	20.85	98.82	-40.59	37.50
20885	4 28 34.43	15 57 44.0	20.66	104.76	-15.01	40.17
20889	4 28 36.93	19 10 49.9	21.04	107.23	-36.77	39.37
20894	4 28 39.67	15 52 15.4	21.89	108.66	-26.39	38.90
20901	4 28 50.10	13 2 51.5	20.33	105.17	-15.08	39.90
21029	4 30 33.57	16 11 38.7	22.54	104.98	-25.14	41.00
21036	4 30 37.30	13 43 28.0	21.84	108.06	-19.71	38.80
21039	4 30 38.83	15 41 31.0	22.55	104.17	-24.29	39.56
21137	4 31 51.69	15 51 5.9	22.25	107.59	-32.38	36.00
21152	4 32 4.74	5 24 36.1	23.13	114.15	6.17	39.80
21459	4 36 29.07	23 20 27.5	22.60	109.97	-53.86	43.30
21589	4 38 9.40	12 30 39.1	21.79	101.73	-14.90	44.70
21683	4 39 16.45	15 55 4.9	20.51	82.40	-19.53	35.60
22044	4 44 25.77	11 8 46.2	20.73	98.87	-13.47	39.60
22157	4 46 1.70	11 42 20.2	12.24	67.48	-7.09	43.00
22176	4 46 16.78	18 44 5.5	10.81	73.03	-69.79	44.11
22203	4 46 30.33	15 28 19.6	19.42	91.37	-24.72	42.42
22565	4 51 22.41	18 50 23.8	17.27	79.66	-32.76	36.80
22850	4 54 58.32	19 29 7.6	14.67	63.32	-28.41	38.40
23497	5 3 5.70	21 35 24.2	20.01	68.94	-40.85	38.00
23983	5 9 19.60	9 49 46.6	18.54	63.54	-7.87	44.16
24019	5 9 45.06	28 1 50.2	18.28	55.86	-60.57	44.90

txt 파일을 MS Excel로 가져온다

2. 좌표를 도 단위로 (소수 넷째 자리까지) 바꾼다.

3. 각 별과 수렴점 (αc = 6h7m, δc = +6°56′) 사이의 각거리 φ를 계산한다.

4. 목록에 주어진 $\mu\alpha\cos\delta$와 $\mu\delta$를 써서 각 별의 고유 운동 μ [″/yr]를 계산한다.

5. 위의 자료로 다음 식을 써서 각 별의 거리 $r\mu$를 계산한다:

$$r_\mu = \frac{v_r \tan\varphi}{4.74047\,\mu}$$

여기서 $r\mu$는 파섹 단위의 별까지 거리, vr은 km/s 단위의 별의 시선 속도, φ는 3단계에서 어림한 별과 수렴점 사이의 각거리, μ는 4단계에서 어림한 전체 고유 운동이다. 모든 별이 히아데스 성단에 속하는가? 성단 중심($r\mu$ = 46.34 pc)에서의 거리가 10 pc보다 큰 별은 성단에 속하지 않는다고 가정해도 된다.

6. 이와 따로, 삼각 시차각 π를 써서 목록의 각 별까지의 거리 $r\pi$를 계산한다.

7. 각 방법(운동 성단 방법과 삼각 시차 방법)으로 히아데스 성단의 평균 거리 r와 그 표준 편차 $\sigma\mu$, $\sigma\pi$를 구한다.

8. 어느 방법이 더 정확한가: (i) 운동 성단 방법, (ii) 삼각 시차 방법? (i) 또는 (ii)로 답하라.

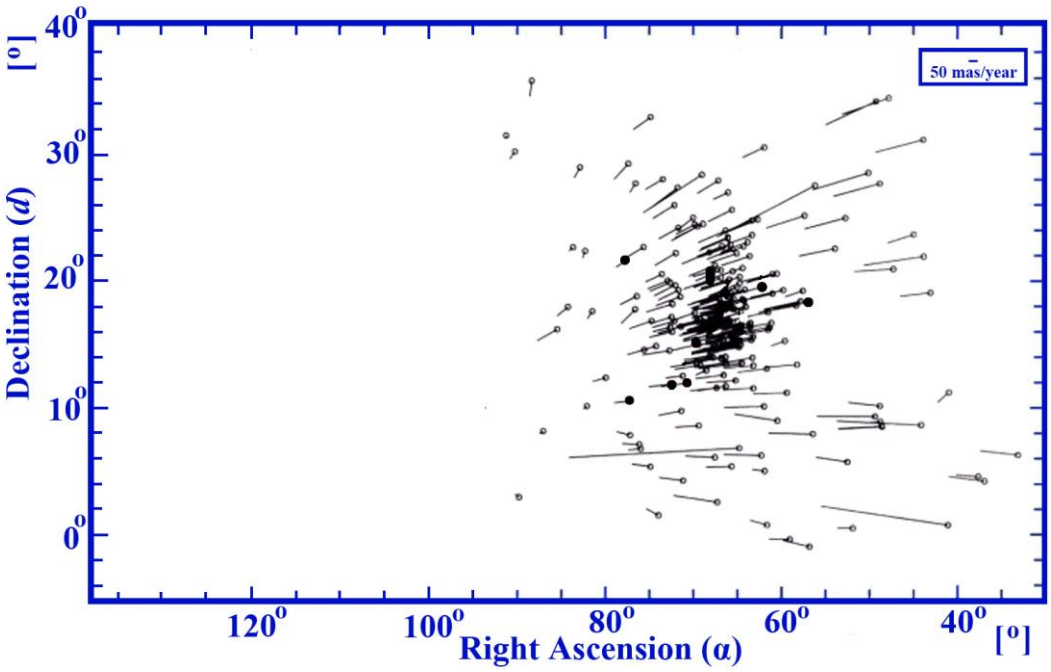


그림 4. 운동 성단 방법으로 구한 히아데스 산개 성단까지의 거리

답: (1) 학생은 txt 파일의 ascii 자료를 MS Excel 스프레드시트로 가져올 수 있어야 한다 **(12점)**

(2) (다음 단계에서) 각거리 φ를 계산하려면 모든 좌표를 십진 도 단위로 바꾸어야 한다. 학생은 [시, 분, 초]와 [°, ′, ″]를 다음을 써서 십진 도로 바꿀 수 있어야 한다. 적경에 대해:

$$_{\text{eg}} = h \times 15 + \frac{m}{60} + \frac{s}{3600}$$ 적위에 대해:

$\delta_{\text{deg}} = ° + \frac{'}{60} \; \frac{''}{3600}$. 좌표가 모두 양수이므로 학생은 부호를 확인하는 걱정을 하지 않아도 된다.
부호 확인은 쉽지 않다. **(12점)**

(3) 코사인 법칙 φ = arccos(sin δ1×sin δ2 + cos δ1×cos δ2×cos (a1 – a2))을 써서
각 별과 수렴점 사이의 각거리 φ를 계산해야 한다 **(15점)**

(4) 학생은 주어진 식을 넣어 각 별의 고유 운동을 쉽게 계산할 수 있어야 한다.
$\mu = \sqrt{(\mu_a \cos\delta)^2}$, 을 스프레드시트에 넣는다. **(9점)**

(5) 다시 주어진 식 $r_\mu = \frac{v_r \tan\varphi}{4.74047\mu}$ 을 스프레드시트에 넣어(주어진
μ 값을 1000으로 나누어 각초로 만드는 것을 잊지 말고) 학생은 각 별의 거리 rμ를 계산할 수 있어야 한다.
성단 중심에서의 거리가 10 pc보다 큰 별은
다음 계산에서 빼야 한다. **(12점)**

(6) 삼각 시차 거리는 다음과 같다 $r_\pi = \frac{1}{\pi \times 10^{-3}}$. 이 식을
스프레드시트에 넣는다. 결과는 파섹[pc] 단위이다. **(6점)**

(7) MS Excel의 통계 함수 AVERAGE와 STDEV를 써서 학생은
rμ와 rπ의 평균과 표준 편차를 쉽게 계산할 수 있어야 한다. **(6점)**

(8) 표준 편차가 더 작은 방법이 분명히 더 정확하다. **(3점)**

(매크로 써도 됨)