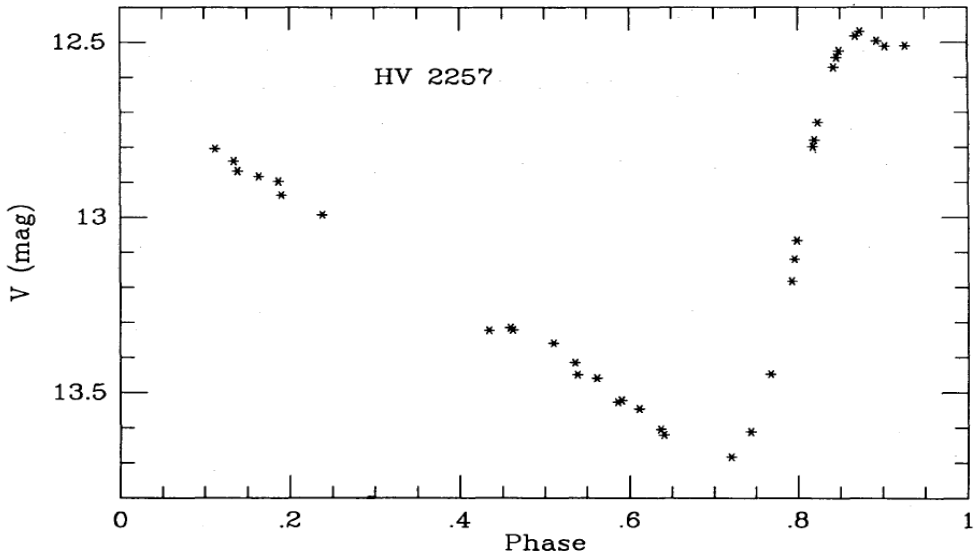
자료 분석 풀이

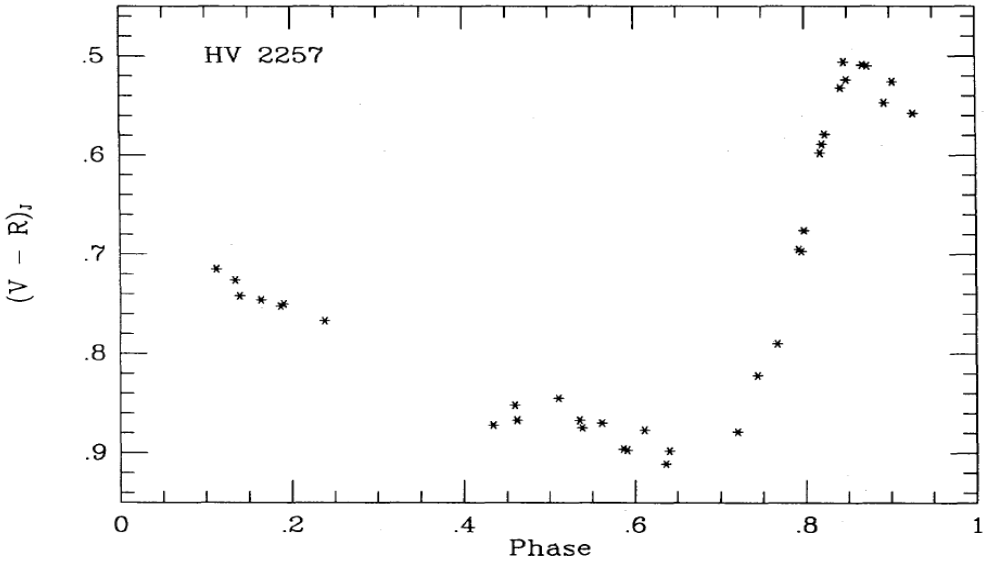
문제 1의 풀이

a. 광도 곡선 (10점)



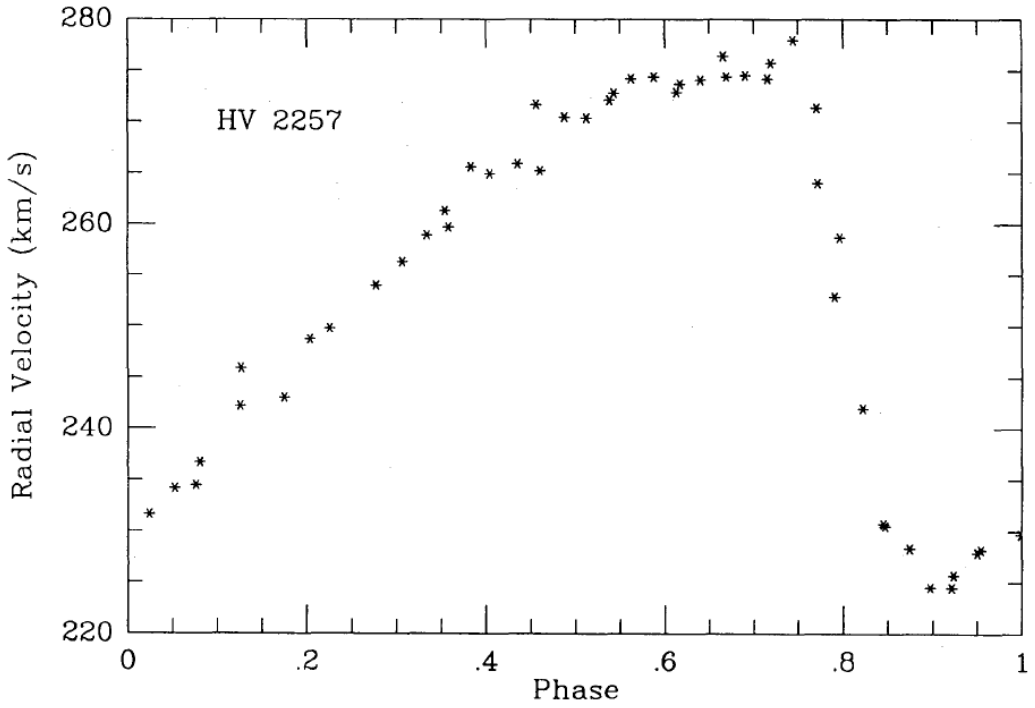
Gieren 1993 (MNRAS vol 265)

b. 색 곡선 (10점)



Gieren 1993 (MNRAS vol 265)

c. 시선 속도 곡선 (10점)



Gieren 1993 (MNRAS vol 265)

태양의 절대 복사 등급 계산 (5점)

F는 태양의 절대 복사 등급에 해당하는, 거리 10 pc에서의 태양 선속이다.

$$F_{\odot} = \frac{L_{\odot}}{4\pi \cdot (10pc)^2} = \frac{3.96 \cdot 10^{26}}{4 \cdot 3.14 \cdot 100 \cdot 3.086^2 \cdot 10^{32}} = 3.31 \cdot 10^{-10} W/m^2$$

식 유도 (15점)

슈테판-볼츠만 식으로부터 별의 광도는:

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4,$$

여기서 R 은 별의 반지름, σ 는 슈테판-볼츠만 상수, T 는 별의 유효 온도이다.
거리 d 에서 별의 선속은:

$$F = \frac{\sigma R^2 T^4}{d^2}$$

포그슨 정의로부터:

$$m_1 - m_2 = -2.5log\frac{F_1}{F_2}$$

또는 태양을 기준으로 쓰면, 별의 관측 복사 선속은:

$$F = F_{\odot}10^{-\frac{m_{bol}-M_{\odot bol}}{2.5}}$$

두 순간 t1과 t2를 생각하자. 별의 팽창 가속도가 일정에 가깝고, 등급과 색의 차이가 될 수 있는 한 큰 위상을 t1과 t2로 고르는 것이 좋다.

순간 t_1에 잰 온도가 T_1, 반지름이 R_1 이면 절대 복사 선속은:

$$F_1 = \frac{\sigma R_1^2 T_1^4}{d^2}$$

..... (1a)

나중의 순간 t_2 :

$$F_2 = \frac{\sigma R_2^2 T_2^4}{d^2}$$

..... (1b)

이 시간 동안 별의 대기는 R1에서 R2로 팽창했다 :

$$R_2 = R_1 + \Delta R$$

또는:

$$\frac{R_2}{R_1} = 1 + \frac{\Delta R}{R_1}$$

다시 쓰면 :

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2$$

그러면

$$\frac{F_2}{F_1} = \left(\frac{T_2}{T_1}\right)^4 \left(\frac{\Delta R}{R_1} + 1\right)^2$$

..... (2)

포그슨 정의와 (2)로부터:

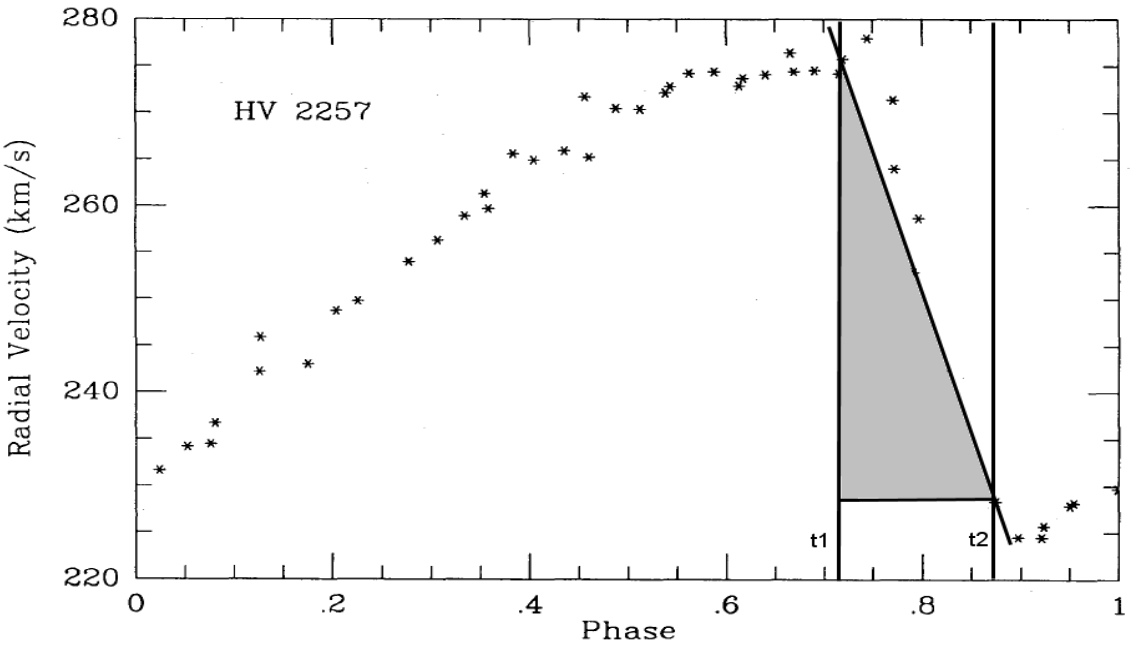
$$R_1 = \frac{\Delta R}{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{m_2-m_1}{5}} - 1}$$

시선 속도 그래프에서 ΔR 계산 (20점)

ΔR을 구하려면 시선 속도 곡선을 써서, 그 사이에 팽창 가속도를 일정하다고 볼 수 있는 두 순간 t1과 t2를 잡는다,

$$\Delta R = (v_2 - v_1)\frac{\Delta\varphi P}{2}$$

여기서 P 는 별의 맥동 주기, $\Delta\varphi$ 는 두 순간 t_1 와 t_2.



적분 / 합을 쓰는 다른 방법 :

$$\Delta R = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

이웃한 두 점을 잇는 선분을 그리고, 선분 아래 사다리꼴의 넓이를 계산하여
순간 t1과 t2 사이의 모든 선분에 대해 더하면 적분을 계산할 수 있다: t_1 와 t_2

따라서 시선 속도 곡선에서 선형에 가까운 부분을 고른다 :

$$t_1 = 0.75$$

$$t_2 = 0.85$$

이는 다음에 해당한다 $v(t_1)$ =272 km/s

$$v(t_2) = 230 \text{ km/s}$$

이제 다음을 계산할 수 있다ΔR:

$$\Delta R = \frac{(230000 - 272000)(0.85 - 0.75) \cdot 39.294 \cdot 86400}{2} = -7.13 \cdot 10^9 m$$

측광 자료로부터 온도와 등급 (10점)

순간 t_1 와 t_2 :

광도 곡선에서 V 등급은:

$$V_1 = 13.58$$

$$V_2 = 12.55$$

색 곡선에서 색 V-R은

$$(V - R)_1 = 0.81$$

$$(V - R)_2 = 0.53$$

그림 1에서 온도를 구할 수 있다:

T_1 =4000K

T_2 =4750K

표 4에서 이 순간들의 복사 보정을 얻는다(표 4를 선형 보간하여):

$$BC_1 = -1.23$$

$$BC_2 = -0.52$$

이제 복사 등급을 계산할 수 있다:

$$m_{bol}(t_1) = 13.58 - 1.23 = 12.35$$

$$m_{bol}(t_2) = 12.55 - 0.52 = 12.03$$

계산: $\boldsymbol{R_1}$ (10점):

먼저 별의 관측 선속을 계산한다:

$$F_1 = 2.913 \cdot 10^{-10} \cdot 10^{-\frac{12.35-4.72}{2.5}} = 2.584 \cdot 10^{-13} W/m^2$$

그러면 순간 t1에서 별의 반지름은 :

$$R_1 = \frac{\Delta R}{\left(\frac{T_1}{T_2}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{m_2-m_1}{5}} - 1} = \frac{-7.13 \cdot 10^9}{\left(\frac{4000}{4750}\right)^2 \cdot 10^{-\frac{12.03-12.35}{5}} - 1} = 4.0 \cdot 10^{10} m$$

거리 계산 (10점)

$$d = \sqrt{\frac{\sigma \cdot R_1^2 \cdot T_1^4}{F_1}} = 3.0 \cdot 10^{20} m = \frac{3.0 \cdot 10^{20}}{3.086 \cdot 10^{16}} = 9.72\ kpc$$

답: 9.72 kpc

문제 2의 풀이

a) 표 5-9의 자료를 쓰고, 표 ⅁도 계급 II는 거성, Ia와 Iab는 초거성에 해당함을 떠올리면 표 10-12를 쉽게 얻고, 따라서 표
두 별에 대해 $E_{\mathrm{X-V}}/E_{\mathrm{B-V}}$ 대 $1/\lambda_{\mathrm{X}}$ 의 그래프를 담은 그림을 얻는다.

표 **10** (10점)

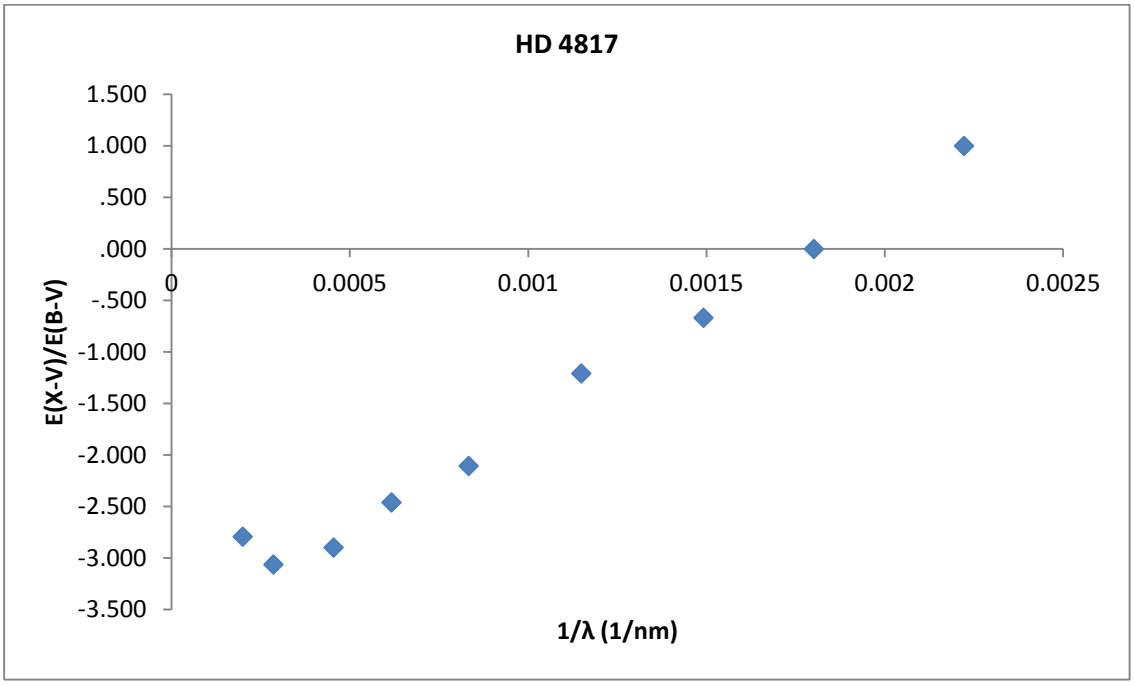
Star	$\frac{B-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{V-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{R-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{I-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{J-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{H-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{K-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{L-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{M-V}{\mathrm{mag}}$	$\frac{N-V}{\mathrm{mag}}$
HD 4817	1.9	0	-1.45	-2.54	-3.42	-4.32	-4.64	-4.86	-4.59	-
HD 11092	2.09	0	-	-	-3.47	-4.43	-4.94	-5.16	-4.92	-5.13

표 **11** (10점)

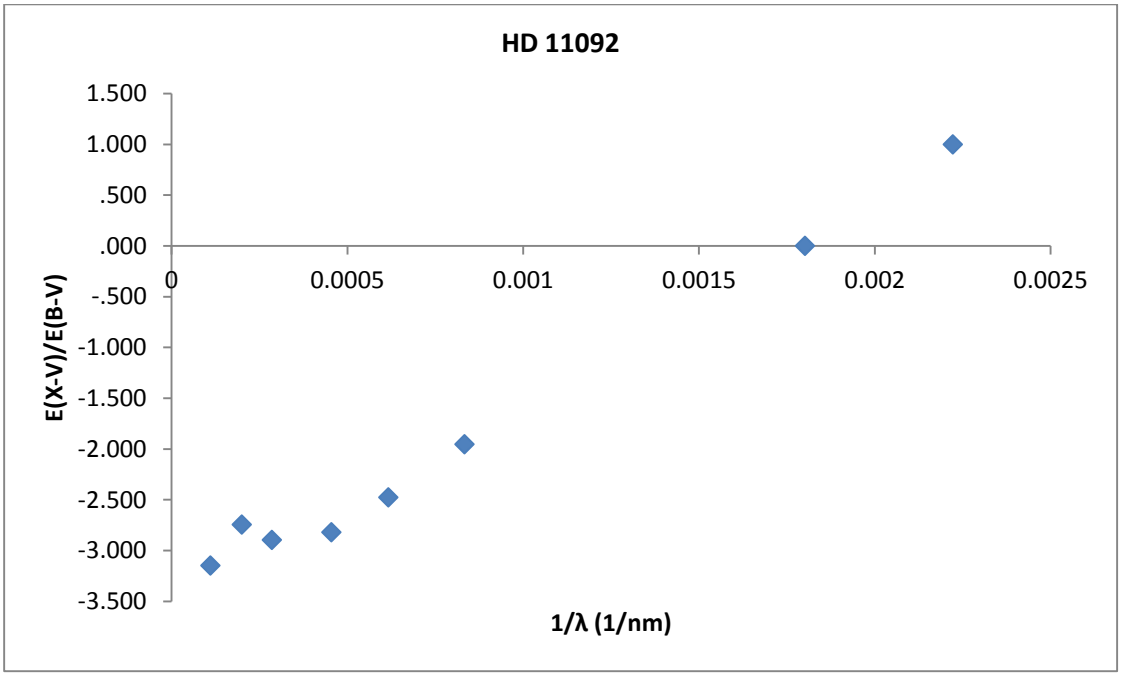
Star	$\frac{(B-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(V-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(R-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(I-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(J-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(H-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(K-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(L-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(M-V)_0}{\mathrm{mag}}$	$\frac{(N-V)_0}{\mathrm{mag}}$
HD 4817	1.42	0	-1.13	-1.96	-2.41	-3.14	-3.25	-3.39	-3.25	-3.63
HD 11092	1.42	0	-0.96	-1.61	-2.16	-2.77	-3.05	-3.22	-3.08	-3.02

표 **12** (10점)

Star	$\frac{E_{\mathrm{B-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{V-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{R-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{I-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{J-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{H-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{K-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{L-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{M-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$	$\frac{E_{\mathrm{N-V}}}{E_{\mathrm{B-V}}}$
HD 4817	1.00	0.00	-0.67	-1.21	-2.10	-2.46	-2.90	-3.06	-2.79	-
HD 11092	1.00	0.00	-	-	-1.96	-2.48	-2.82	-2.90	-2.75	-3.15


HD 4817
1.500
1.000
.500
.000
-.500
-1.000
-1.500
-2.000
-2.500
-3.000
-3.500
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
0.0025
E(X-V)/E(B-V)
1/λ (1/nm)

(10점)


HD 11092
1.500
1.000
.500
.000
-.500
-1.000
-1.500
-2.000
-2.500
-3.000
-3.500
0
0.0005
0.001
0.0015
0.002
0.0025
E(X-V)/E(B-V)
1/λ (1/nm)

(10점)

b) $E_{\lambda-\mathrm{V}} = A_\lambda - A_\mathrm{V} \to -A_\mathrm{V}$ as $\lambda \to \infty$이므로 $E_{\mathrm{X}-\mathrm{V}}/E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}$ 대 $1/\lambda_\mathrm{X}$의 그래프는 다음에서 세로축과 만난다

$$\frac{-A_\mathrm{V}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}} = -R_\mathrm{V}.$$

(10점)

따라서 R_V 는 그래프와 세로축의 교점에 마이너스를 붙여 읽을 수 있다. 두 별에 대해 표 13을 얻는다(교점은 눈을 돕기 위해 곡선을 맞추어 얻는데, 위에서 귀띔했듯이$1/\lambda \to 0$일 때 곡선이 평평해짐에 유의한다).

표 **13** (10점)

Star	R_V
HD 4817	3.1
HD 11092	3.0

다음으로,

$$R_{\mathrm{r,r}-\mathrm{i}} = \frac{A_\mathrm{r}}{E_{\mathrm{r}-\mathrm{i}}} = \left(\frac{E_{\mathrm{r}-\mathrm{V}}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}} + \frac{A_\mathrm{V}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}}\right)\frac{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}}{E_{\mathrm{r}-\mathrm{i}}} = \frac{\frac{E_{\mathrm{r}-\mathrm{V}}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}} + R_\mathrm{V}}{\frac{E_{\mathrm{r}-\mathrm{V}}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}} - \frac{E_{\mathrm{i}-\mathrm{V}}}{E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}}},$$

여기서 $E_{\mathrm{r}-\mathrm{V}}/E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}$ and $E_{\mathrm{i}-\mathrm{V}}/E_{\mathrm{B}-\mathrm{V}}$ 는 그래프에서 읽을 수 있다(다시 곡선을 맞추어 눈을 돕는다). 따라서 표 14를 얻는다.

표 **14** (10점)

Star	R_r
HD 4817	3.7
HD 11092	3.6

따라서 기대값을 다음으로 잡는다: $R_\mathrm{V} \approx 3.1$ and $R_\mathrm{r} \approx 3.7$. 첫째 값은 B, V 필터에서 널리 쓰는 전체 소광과 선택 소광의 비와 일치한다.

c) 먼저 필터 r과 i에서의 겉보기 거리 지수 $\mu_{\mathrm{r,i}}$ 를 구하자. 맞춘 값을 예를 들어 $\log(P/\mathrm{day}) = 1.6$ 에서 그림 2와 3으로부터 읽어 주기-광도 관계에 넣으면 $\mu_\mathrm{r} = 29.0$ mag and $\mu_\mathrm{i} = 28.6$ mag, so $E_{\mathrm{r}-\mathrm{i}} = A_\mathrm{r} - A_\mathrm{i} = \mu_\mathrm{r} - \mu_\mathrm{i} = 0.4$ mag 따라서 $A_\mathrm{r} \approx 3.7E_{\mathrm{r}-\mathrm{i}} = 1.5$ mag. 따라서 적색화를 보정한 거리 지수는 $\mu_0 = \mu_\mathrm{r} - A_\mathrm{r} = 27.5$ mag 이고, IC 342까지의 거리를 3.2 Mpc로 어림한다. 3.2 Mpc. **(20 points)**