(D1) **쌍성 펄서(Binary Pulsar)**

지난 수 십 년간 체계적인 연구를 통해, 천문학자들은 많은 수의 millisecond(1000분의 1초) 펄서(자전주기 < 10 ms)를 발견했다. 이들 펄서는 대부분 원 궤도를 도는 쌍성에서 발견된다.

쌍성 궤도 내의 펄서에 대해서, 펄서 자전 주기(pulsar spin period, P)와 시선 방향 가속도(line-of-sight acceleration, a)를 관측할 수 있는데, 이 값들은 모두 궤도 운동 때문에 체계적으로 변한다. 원 궤도에서, 이 변화는 궤도 위상 ϕ ($0 \le \phi \le 2\pi$)을 사용해서 아래와 같이 수학적으로 표현된다.

$$P(\phi) = P_0 + P_t \cos\phi \qquad \text{where } P_t = \frac{2\pi P_0 r}{c P_B}$$

$$a(\phi) = -a_t \sin\phi \qquad \text{where } a_t = \frac{4\pi^2 r}{P_B^2}$$

여기에서 P_B는 쌍성의 궤도 주기(orbital period of the binary), P_0는 펄서의 고유 자전 주기(intrinsic spin period of the pulsar), r은 궤도 반경(radius of the orbit)이다.

아래 표에는 변경된 율리우스 일(truncated Modified Julian Days, tMJD)로 표현된 여러 태양시 기점(epochs) T에 측정한 펄서 자전 주기 P와 시선 방향 가속도 a값이 실려 있다. 참고로 tMJD는 MJD 2,440,000일부터 시작한다.

No.	T (tMJD)	P (μs)	a ($m\ s^{-2}$)
1	5740.654	7587.8889	- 0.92 ± 0.08
2	5740.703	7587.8334	- 0.24 ± 0.08
3	5746.100	7588.4100	- 1.68 ± 0.04
4	5746.675	7588.5810	+ 1.67 ± 0.06
5	5981.811	7587.8836	+ 0.72 ± 0.06
6	5983.932	7587.8552	- 0.44 ± 0.08
7	6005.893	7589.1029	+ 0.52 ± 0.08
8	6040.857	7589.1350	+ 0.00 ± 0.04
9	6335.904	7589.1358	+ 0.00 ± 0.02

$P(\phi)$ 대해서 $a(\phi)$ 의 점들을 찍어서 지표 곡선(parametric curve)을 구할 수 있다. 위의 관계식에서 보듯이 이 곡선은 주기-가속도 평면에서 타원이다.

이 문제에서는, 이들 자료가 원 궤도를 가정하고 구해졌다고 보고, 고유 자전 주기(intrinsic spin period, P_0), 공전주기(orbital period, P_B), 그리고 궤도 반경(orbital radius, r)을 추정한다.

(D1.1) 주기-가속도 평면 상에 위의 데이터(오차 포함)를 점 찍어 나타내시오. (그래프에 "D1.1"으로 표시할 것). **7**

(D1.2) 위 자료에 가장 잘 들어맞는 타원을 그리시오 (그래프의 점들에 가장 가깝게 지나도록 "D1.1" 그래프 위에 그리시오). **2**

(D1.3) 이 그림을 이용해서 오차를 포함한 P_0, P_t, a_t의 값을 추정하시오. **7**

(D1.4) 앞의 수식으로부터 P_B와 r을 P_0, P_t, a_t의 함수로 표현하시오. **4**

(D1.5) 앞의 문제 (D1.3)에서 구한 값을 토대로 대략적인 P_B와 r 값과 그 오차를 계산하시오. **6**

(D1.6) 위 테이블의 다섯 개의 기점 데이터 (No. 1, 4, 6, 8, 9)를 이용해서 궤도 위상 ϕ값을 계산하시오 **4**

(D1.7) 앞의 문제 (D1.6)의 결과를 토대로 아래의 방법을 이용해서 공전주기 P_{B}의 값을 다시 계산하려고 한다:

(D1.7a) 첫 관측 이전에 궤도 위상 각(ϕ)이 0에 가장 가까운 초기 기점(initial epoch, T_0)을 구하시오. **2**

(D1.7b) 추정된 궤도 위상 각 (ϕ)으로 표현된 예측 기점(T_{calc})은 아래와 같이 표현할 수 있다. **7**

$$T_{\mathrm{calc}} = T_0 + \left(n + \frac{\phi}{360^{\circ}}\right) P_{\mathrm{B}},$$

여기에서 n은 T_0 부터 T (혹은 T_{calc})시간까지 궤도 위상 각(orbital phase angle)의 왕복이 몇 번이나 이루어졌는지를 의미한다. 위의 (D1.6)에서 언급된 다섯 번의 관측 과정마다 예측되는 n과 T_{calc}들을 구하시오. 그리고 관측된 T와 계산된 T_{calc}의 차이 $T_{\mathrm{O-C}}$를 구하시오. 위상(ϕ) 값과 n, T_{calc}, $T_{\mathrm{O-C}}$의 값을 답안지의 표에 기입하시오.

(D1.7c) n을 X축으로 하고, $T_{\mathrm{O-C}}$의 점들을 찍어서 그래프를 그리시오. (그래프에 "D1.7"로 표기할 것) **4**

(D1.7d) 그래프를 이용해서 개선된 초기 기점 $T_{0,\mathrm{r}}$ 과 공전 주기 $P_{\mathrm{B,r}}$를 구하시오. **7**