(D3) Ia형 초신성

Ia형 초신성은 먼 외부 은하까지의 거리를 재는 데 매우 중요하게 여겨진다. 이 폭발이 밝아졌다가 어두워지는 모습은 특유의 광도 곡선을 따르며, 이로써 Ia형 초신성임을 알아볼 수 있다.
모든 Ia형 초신성의 광도 곡선은 알맞게 축척을 맞추면 같은 모형 광도 곡선에 맞출 수 있다. 그러려면 먼저 관측된 모든 시간 간격 △tobs가 우주론적으로 늘어난 것을 (1 + z)배로 보정하여 광도 곡선을 모은하의 기준틀로 나타내야 한다. 모은하의 정지틀에서의 시간 간격을 △tgal로 나타낸다.
초신성의 정지틀 광도 곡선은 최대 밝기 뒤 시간 간격 △t0 동안 최대보다 2등급 변한다. 시간 간격에 다시 s배의 축척(곧 △ts = s△tgal)을 주어 △t0의 축척된 값이 모든 초신성에서 같게 하면 광도 곡선의 모양이 같아진다. 또 s는 초신성의 최대 광도에서의 절대 등급 Mpeak와 선형 관계가 있다. 곧 다음과 같이 쓸 수 있다

여기서 a와 b는 상수이다. 축척 인자를 알면 위의 선형 식으로부터 거리를 모르는 초신성의 절대 등급을 정할 수 있다.
아래 표에는 초신성 세 개의 자료, 곧 (처음 둘의) 거리 지수 μ, 후퇴 속도 cz, 여러 시각의 겉보기 등급 mobs가
실려 $s = a + bM_{\text{peak}}$,
있다.
시간 △tobs ≡ t − tpeak는 해당 초신성이 최대 밝기에 이른 날부터 센 날수이다. 관측 등급은 이미 성간 소광과 대기 소광을 보정한 것이다.

Name	SN2006TD	SN2006IS	SN2005LZ
$\mu\,(\text{mag})$	34.27	35.64	
$cz\,(\text{km s}^{-1})$	4515	9426	12060
Δt_{obs} (days)	$m_{\text{obs}}\,(\text{mag})$	$m_{\text{obs}}\,(\text{mag})$	$m_{\text{obs}}\,(\text{mag})$
−15.00	19.41	18.35	20.18
−10.00	17.48	17.26	18.79
−5.00	16.12	16.42	17.85
0.00	15.74	16.17	17.58
5.00	16.06	16.41	17.72
10.00	16.72	16.82	18.24
15.00	17.53	17.37	18.98
20.00	18.08	17.91	19.62
25.00	18.43	18.39	20.16
30.00	18.64	18.73	20.48

(D3.1) 세 초신성 모두에 대해 △tgal 값을 계산하여 요약 답안지 뒷면 자료 표의 빈칸에 채워라. 모눈종이에 점을 찍고 정지틀에서의 광도 곡선 세 개를 그려라(그래프에 "D3.1"이라고 적어라).

풀이:
세 초신성의 적색 이동은 z1 = 0.0151, z2 = 0.0314, z3 = 0.0402이다. 1.5

세 표 채우기 (△tgal, 셋째 열) 3.5

SN2006TD			
$\Delta t_{\rm obs}$	$m_{\rm obs}$	$\Delta t_{\rm gal}$	$\Delta t_{\rm s}$
(d)	(mag)	(d)	(d)
−15.00	19.41	−14.78	−20.00
−10.00	17.48	−9.85	−13.34
−5.00	16.12	−4.93	−6.67
0.00	15.74	0.00	0.00
5.00	16.06	4.93	6.67
10.00	16.72	9.85	13.34
15.00	17.53	14.78	20.00
20.00	18.08	19.70	26.67
25.00	18.43	24.63	33.34
30.00	18.64	29.56	40.01

SN2006IS			
$\Delta t_{\rm obs}$	$m_{\rm obs}$	$\Delta t_{\rm gal}$	$\Delta t_{\rm s}$
(d)	(mag)	(d)	(d)
−15.00	18.35	−14.54	−14.54
−10.00	17.26	−9.70	−9.70
−5.00	16.42	−4.85	−4.85
0.00	16.17	0.00	0.00
5.00	16.41	4.85	4.85
10.00	16.82	9.70	9.70
15.00	17.37	14.54	14.54
20.00	17.91	19.39	19.39
25.00	18.39	24.24	24.24
30.00	18.73	29.09	29.09

SN2005LZ			
$\Delta t_{\rm obs}$	$m_{\rm obs}$	$\Delta t_{\rm gal}$	$\Delta t_{\rm s}$
(d)	(mag)	(d)	(d)
−15.00	20.18	−14.42	−17.03
−10.00	18.79	−9.61	−11.35
−5.00	17.85	−4.81	−5.68
0.00	17.58	0.00	0.00
5.00	17.72	4.81	5.68
10.00	18.24	9.61	11.35
15.00	18.98	14.42	17.03
20.00	19.62	19.23	22.70
25.00	20.16	24.03	28.38
30.00	20.48	28.84	34.06

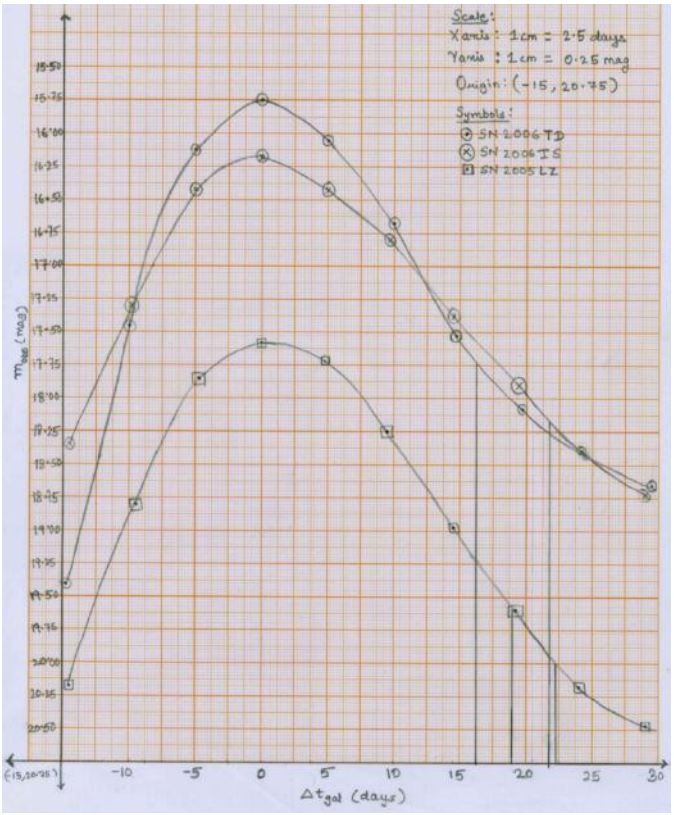
모든 값이 맞으면 만점 3.5.

틀린 값에 대한 감점 (독립된 값 3×7개):

틀린 수	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15	16-18	19-21
감점	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5

은하 기준틀에서의 광도 곡선은 다음과 같다 10.0

그래프 번호: D3.1



- 그림이 모눈종이의 50%보다 많이 차지함: 0.5

- 두 축 이름 (△tgal과 mobs)이 모두 있음: 0.5
- 두 축의 차원 (일과 등급)이 모두 있음: 0.5
- 축의 눈금과 값 (또는 축척을 명시): 0.5
- 점을 바르게 찍음:
  모든 점을 바르게 찍음: 5.0
  틀리거나 빠진 점에 대한 감점:

틀린 수	1	2-4	5-7	8-10	11-13	14-16	17-19	20-22	23-25	26-30
감점	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0

- 점을 지나는 매끄러운 곡선: 곡선마다 1.0

(D3.2) 초신성 SN2006IS의 축척 인자 s2를 1.00으로 잡아라. 다른 두 초신성 SN2006TD와 SN 2005LZ의 △t0를 계산하여 각각의 축척 인자 s1과 s3를 계산하라. 5

풀이:
그래프 D3.1에서 SN2006IS가 2등급 어두워지는 데 22.0 d 걸렸다.
That is, $\Delta t_0(\mathrm{SN2006IS}) = 22.0$ d.
마찬가지로 △t0(SN2006TD) = 16.4 d.
And $\Delta t_0(\mathrm{SN2005LZ}) = 18.8$ d.
허용 범위: ±1.0 days 3.0
따라서 이 두 초신성의 늘임 인자는

$$\boxed{s_1 = \frac{22.2}{16.4} = 1.354}$$

$$\boxed{s_3 = \frac{22.2}{18.8} = 1.181}$$

2.0

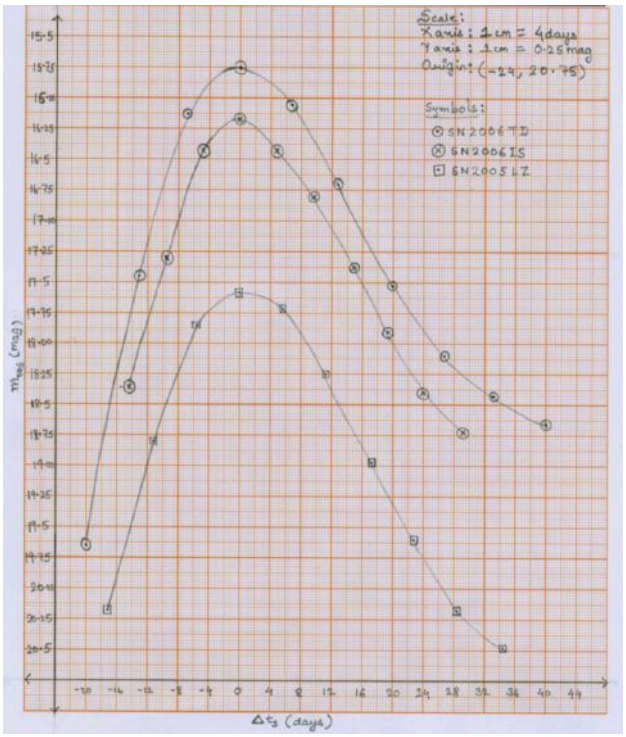
(D3.3) 세 초신성 모두에 대해 축척된 시간 차이 △ts를 계산하여 요약 답안지의 같은 자료 표에 적어라. 다른 모눈종이에 점을 찍고 광도 곡선 세 개를 그려 이제 똑같은 윤곽을 갖는지 확인하라(그래프에 "D3.3"이라고 적어라).

풀이:
축척된 값을 표의 넷째 열(위 표의 △ts)에 채운다 3.5

모든 값이 맞으면 만점 3.5.
틀린 값에 대한 감점 (독립된 값 3×7개):

틀린 수	1-3	4-6	7-9	10-12	13-15	16-18	19-21
감점	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5

축척된 광도 곡선은 다음과 같다,
그래프 번호: D3.3



10.5

- 그림이 모눈종이의 50%보다 많이 차지함: 0.5
- 두 축 이름 (△ts과 mobs)이 모두 있음: 0.5
- 두 축의 차원 (일과 등급)이 모두 있음: 0.5
- 축의 눈금과 값 (또는 축척을 명시): 0.5
- 점을 바르게 찍음:
  모든 점을 바르게 찍음: 5.0
  틀리거나 빠진 점에 대한 감점:

틀린 수	1	2-4	5-7	8-10	11-13	14-16	17-19	20-22	23-25	26-30
감점	0	0.5	1.0	1.5	2.0	2.5	3.0	3.5	4.0	5.0

- 점을 지나는 매끄러운 곡선: 곡선마다 1.0
- 곡선들이 똑같은 윤곽을 보여야 한다. 0.5

(D3.4) SN2006TD의 최대 밝기에서의 절대 등급 Mpeak,1과 SN2006IS의 Mpeak,2를 계산하라. 이 값들로 a와 b를 계산하라. 6

풀이:
a와 b를 구하려면,

$$M_{\text{peak},1} = m_{\text{peak},1} - \mu_1 = 15.74 - 34.27\,\text{mag}$$
$$= -18.53\,\text{mag}$$
$$M_{\text{peak},2} = m_{\text{peak},2} - \mu_2 = 16.17 - 35.64\,\text{mag}$$
$$= -19.47\,\text{mag}$$
$$\therefore b = \frac{s_1 - s_2}{M_{\text{peak},1} - M_{\text{peak},2}} = \frac{1.354 - 1}{-18.53 - (-19.47)}\,\text{mag}^{-1} = \frac{0.354}{0.94}\,\text{mag}^{-1}$$

2.0

$\boxed{b = 0.3762\,\mathrm{mag}^{-1}}$ **2.0**

$a = s_2 - bM_{\mathrm{peak},2} = 1 - 0.3762 \times (-19.47) = 1 + 7.325$

$\boxed{a = 8.325}$ **2.0**

b에서 mag^-1을 빠뜨려도 감점 없음.

(D3.5) 최대 밝기에서의 절대 등급 Mpeak,3과 거리 지수 μ3을 계산하라, 4
for SN2005LZ.

풀이:

$$s_3 = a + bM_{\mathrm{peak},3}$$
$$\therefore M_{\mathrm{peak},3} = \frac{s_3 - a}{b} = \frac{1.181 - 8.325}{0.3762}\,\mathrm{mag} = \frac{-7.144}{0.3762}\,\mathrm{mag}$$
$\boxed{M_{\mathrm{peak},3} = -18.99\,\mathrm{mag}}$ **2.0**

SN2005LZ까지의 거리 지수는

$\mu_3 = m_{\mathrm{peak},3} - M_{\mathrm{peak},3} = 17.58 - (-18.99)\,\mathrm{mag}$

$\boxed{\mu_3 = 36.57\,\mathrm{mag}}$ **2.0**

(D3.6) 거리 지수 μ3을 써서 허블 상수 H0를 어림하라. 또 우주의 특성 나이 TH를 어림하라. 6

풀이:
SN2005LZ까지의 거리는

$$d_3 = 10^{\left(\frac{\mu_3}{5}+1\right)}\mathrm{pc} = 10^{\left(\frac{\mu_3}{5}+1-6\right)}\mathrm{Mpc}$$
$$= 10^{\left(\frac{36.57}{5}-5\right)}\mathrm{Mpc} = 10^{2.314}\mathrm{Mpc}$$
$$\simeq 206\,\mathrm{Mpc}$$
$$H_0 = \frac{cz_3}{d_3} = \frac{12060}{206}\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$$
$\boxed{H_0 = 58.5\,\mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}}$ **4.0**

$$T_{\mathrm{H}} = \frac{1}{H_0} = \frac{3.086 \times 10^{22}}{58.5 \times 10^3 \times 3.156 \times 10^7}\,\mathrm{yr}$$
$\boxed{T_{\mathrm{H}} = 16.7\,\mathrm{Gyr}}$ **2.0**

TH 값에 추가로 2/3 인자를 붙여도 인정한다.