지시사항 (Instructions)

1. 자료 분석 시험은 4시간 동안 진행되며 총 150점 만점이다.
2. 답안 작성을 위해 전용 IOAA 요약 답안지(Summary Answer Sheet)가 제공된다. 최종 답은 해당 요약 답안지의 적절한 칸에 기입하라. 각 답안지에는 다음을 기입하라.
   - 수험번호(국가 코드 + 1자리 숫자)
3. 풀이에는 모눈종이(Graph Paper)가 필요하다. 각 모눈종이에는 다음을 기입하라.
   - 수험번호(국가 코드 + 1자리 숫자)
   - 문제 번호
   - 그래프 번호 및 사용한 총 모눈종이 수
4. 자세한 풀이/계산을 위한 답안지(Answer Sheet)가 별도로 있다. 각 답안지에는 다음을 기입하라.
   - 수험번호(국가 코드 + 1자리 숫자)
   - 문제 번호
   - 쪽 번호 및 총 쪽수
5. 각 문제는 별도의 답안지에서 시작하라. 종이는 인쇄된 면에만 작성하고, 뒷면은 사용하지 말라. 채점되기를 원하지 않는 내용은 줄을 그어 지워라.
6. 채점자가 풀이를 더 잘 이해할 수 있도록 가능한 한 많은 수식을 사용하라. 채점자가 응시자의 언어를 이해하지 못할 수 있다. 말로 설명해야 한다면 (가능하면 영어로) 짧은 어구를 사용하라.
7. 허가 없이 자리를 떠날 수 없다. 도움이 필요하면(계산기 고장, 화장실 이용, 답안지 추가 요청 등) 표지 카드(sign card)를 사용해 감독관의 주의를 끌어라.
8. 시험의 시작과 종료는 긴 신호음으로 알린다. 또한 시험 종료 15분 전(최종 신호음 전)에 부저음이 울린다.
9. 시험이 끝나면 즉시 작성을 멈추어라. 각 부분(D1과 D2)별로 요약 답안지, 모눈종이, 답안지를 별도의 더미로 분류하여 정리하라. 시험 구역 밖으로 어떤 종이도 가지고 나갈 수 없다.
10. 봉투가 수거될 때까지 자리에서 기다려라. 모든 봉투가 수거되면 학생 안내자가 시험 구역 밖으로 안내한다.
11. 상수표는 다음 쪽에 제시되어 있다.

상수표 (Table of constants)

지구 (Earth)

질량 ($M_\oplus$)	5.98×10^{24} kg
반지름 ($R_\oplus$)	6.38×10^{6} m
중력 가속도 (g)	$9.8\ \mathrm{m\,s^{-2}}$
황도 경사각(Obliquity of Ecliptic)	$23°27'$
회귀년 길이(Tropical Year)	365.2422 평균태양일
항성년 길이(Sidereal Year)	365.2564 평균태양일
알베도(Albedo)	0.39

달 (Moon)

질량 ($M_\leftmoon$)	7.35×10^{22} kg
반지름 ($R_\leftmoon$)	1.74×10^{6} m
지구로부터 평균 거리	3.84×10^{8} m
황도면에 대한 궤도 경사	$5.14°$
알베도(Albedo)	0.14
겉보기 등급(평균 보름달)	-12.74

태양 (Sun)

질량 ($M_\odot$)	1.99×10^{30} kg
반지름 ($R_\odot$)	6.96×10^{8} m
광도 ($L_\odot$)	3.83×10^{26} W
절대 등급 ($\mathcal{M}_\odot$)	4.80 mag
각지름	0.5 도

물리 상수 (Physical constants)

1 au	1.50×10^{11} m
1 pc	206,265 au
태양에서 바너드별(Barnard's Star)까지 거리	1.83 pc
만유인력 상수 (G)	$6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{N \cdot m^2 \cdot kg^{-2}}$
플랑크 상수 (h)	$6.62 \times 10^{-34}\ \mathrm{J \cdot s}$
볼츠만 상수 (k_B)	$1.38 \times 10^{-23}\ \mathrm{J \cdot K^{-1}}$
슈테판-볼츠만 상수 (σ)	$5.67 \times 10^{-8}\ \mathrm{W \cdot m^{-2} \cdot K^{-4}}$
허블 상수 (H_0)	$72\ \mathrm{km\,s^{-1}\,Mpc^{-1}}$
진공에서 빛의 속력 (c)	$299{,}792{,}458\ \mathrm{m\,s^{-1}}$
양성자 질량	$938.27\ \mathrm{MeV \cdot c^{-2}}$
중수소 질량	$1875.60\ \mathrm{MeV \cdot c^{-2}}$
중성자 질량	$939.56\ \mathrm{MeV \cdot c^{-2}}$
헬륨-3 질량	$2808.30\ \mathrm{MeV \cdot c^{-2}}$
헬륨-4 질량	$3727.40\ \mathrm{MeV \cdot c^{-2}}$

(D1) LMC로의 거리 사다리 보정 (Calibrating the distance ladder to the LMC) [75점]

은하계(Galactic) 세페이드(Cepheid)에 대한 정확한 삼각 시차(trigonometric parallax) 보정은 오랫동안 추구되어 왔으나 실제로 달성하기는 매우 어렵다. 알려진 모든 고전적(은하계) 세페이드는 250 pc보다 멀리 있으므로, 직접 거리 추정이 10%까지의 불확실성을 달성하려면 ± 0.2 밀리초각(milliarcsec)까지의 시차 불확실성이 필요하며, 이는 우주 기반 관측을 요한다. 히파르코스(Hipparcos) 위성은 가장 가까운 세페이드 200개의 시차를 보고했으나, 그중 최선의 것조차 불확실성이 컸다. 최근의 진전은 HST의 정밀 안내 센서(Fine Guidance Sensor)를 사용하여 이루어졌으며, 주기가 3.7일에서 35.6일에 이르는 10개의 세페이드에 대해 (대부분의 경우) $\pm 10\%$보다 정확한 시차를 얻었다. 이 가까운 세페이드들은 약 300에서 560 pc의 거리에 분포한다.

측정된 주기 P와 V, K, I 밴드의 평균 등급이 표 1에 주어져 있으며, V 밴드와 K 밴드의 소광(extinction)에 대한 A_V와 A_K도 함께 주어져 있다. 측정된 시차와 그 불확실성도 밀리초각(mas) 단위로 주어져 있다. 측정된 모든 겉보기 등급의 불확실성은 무시할 만하다.

표 1 (Table 1): 정확한 시차 측정값을 갖는 은하계 세페이드 5개의 주기와 평균 겉보기 등급.

	P (day)	$\langle V \rangle$ (mag)	$\langle K \rangle$ (mag)	A_V (mag)	A_K (mag)	$\langle I \rangle$ (mag)	시차 (mas)	오차 (mas)
RT Aur	3.728	5.464	3.925	0.20	0.02	4.778	2.40	0.19
FF Aql	4.471	5.372	3.465	0.64	0.08	4.510	2.81	0.18
X Sgr	7.013	4.556	2.557	0.58	0.07	3.661	3.00	0.18
ζ Gem	10.151	3.911	2.097	0.06	0.01	3.085	2.78	0.18
l Car	35.551	3.732	1.071	0.52	0.06	2.557	2.01	0.20

(D1.1) 세페이드의 주기와 밝기 사이의 관측된 상관관계는 보통 이른바 "주기-광도(Period-Luminosity, PL) 관계"로 기술되며, 여기서 $L \propto P^{\beta}$이다. 실제로 이러한 관계는 보통 광도 대신 주기와 절대 등급(absolute magnitude)으로 표현된다. 이하에서는 주기-절대등급 관계를 관습적인 명칭인 "PL 관계"로 부른다.

표 1의 자료를 사용하여 V 밴드와 K 밴드에 대한 세페이드 PL 관계를 유도하기 위한 적절한 선형 그래프를 그려라. 각 그래프는 서로 다른 모눈종이에 따로 그려야 한다. 자료를 가장 잘 기술하는 직선의 기울기(slope)를 구하라. (관계식 $\Delta(\log_{10} x) \approx \dfrac{\Delta x}{x \log_e 10}$이 유용할 수 있다.) [36.5점]

PL 관계에서 서로 다른 밴드별로 나타나는 겉보기 차이는 색(colour)의 차이를 함께 고려하면 설명될 수 있다. 따라서 PL 관계는 사실 PLC(주기-광도-색, Period-Luminosity-Colour) 관계이다. 이는 적색화(reddening) 효과 때문이며, 소광이 파장의 함수라는 점에서 비롯되고, 세페이드마다 금속함량(metallicity), 전경 성간물질(foreground Interstellar Medium), 먼지(dust)에 따라 달라질 수도 있다.

"베젠하이트(Wesenheit)"라고 불리는 새로운 적색화 무관 등급(reddening-free magnitude, 또는 통과대역)이 제안되었는데, 이는 개별 별의 소광 정보를 명시적으로 요구하지 않고 별 자체의 색 정보를 사용하여 그 효과를 제거한다. 예를 들어 W_{VI}는 V와 I 밴드 측광을 사용하며 다음과 같이 정의된다.

$$W_{VI} = V - \left[\frac{A_V}{E(V-I)}\right](V-I) = V - R_v(V-I)$$

여기서 R_v는 적색화 법칙(reddening law)에 따라 달라진다. 이 경우 R_v 값을 2.45로 둔다.

(D1.2) 표 1의 자료로부터 베젠하이트 W_{VI} 등급을 사용하여 적색화 무관 PL 관계를 그리고 유도하라. 이 관계의 선형 기울기와 그 불확실성을 추정하라. [14.5점]

(D1.3) 다음으로, 문제 (D1.1) 및 (D1.2)에서 새로 유도한 PL 관계를 사용하여, LMC 내 고전적 세페이드의 주기와 등급을 이용해 대마젤란운(Large Magellanic Cloud, LMC)까지의 거리를 추정하고자

한다. 표 2에는 주기, 평균 소광 보정 겉보기 등급 $\langle V_{\rm corr}\rangle$, 그리고 베젠하이트 W_{VI} 등급이 주어져 있다.

각 별까지의 거리 지수(distance modulus) μ를 추정한 다음, 모든 정보를 사용하여 LMC까지의 거리(파섹 단위)와 각 밴드별 표준편차를 유도하라.

두 밴드에서 유도된 거리가 통계적으로 서로 다른지 비교하라(예/아니오 / YES/NO).

두 밴드에서 추정된 거리의 표준편차가 서로 다른가(예/아니오 / YES/NO)?

이 자료를 바탕으로, LMC까지의 거리를 추정하는 데 어느 밴드(V 또는 베젠하이트)가 더 정확한가? [24점]

표 2 (Table 2): LMC 내 세페이드의 주기, 평균 소광 보정 겉보기 등급 $\langle V_{\rm corr}\rangle$, 평균 베젠하이트 등급 측정값.

	P (day)	$\langle V_{\rm corr}\rangle$ mag	$\langle W_{VI}\rangle$ mag
HV12199	2.63	16.08	14.56
HV12203	2.95	15.93	14.40
HV12816	9.10	14.30	12.80
HV899	30.90	13.07	10.97
HV2257	39.36	12.86	10.54