안내사항

1. 데이터 분석 시험은 5시간 동안 진행되며 총 150점 만점입니다.

2. 여러분의 답안 작성을 위해 IOAA **정답 전용지(Summary Answer Sheet)**가 제공됩니다. 최종 풀이한 답을 **정답 전용지에(Summary Answer Sheet)** 있는 정답란에 문제 번호에 맞게 작성하시기 바랍니다. 각각의 정답지에 꼭 다음 항목을 써 넣으십시오.

- 학생 코드

3. 여러분의 문제풀이를 위해 그래프 종이가 제공 됩니다. 각각의 그래프 용지에 다음을 꼭 기입하십시오.

- 학생 코드
- 문제 번호
- 그래프 번호와 총 사용된 그래프 용지의 매수

4. 여러분들의 자세한/대강의 문제풀이를 위해 **정답 풀이지(Answer sheet)**가 제공 될 예정입니다. 각각의 정답 풀이지에 꼭 다음 항목을 적으십시오.

- 학생 코드
- 문제 번호
- 페이지 번호와 총 페이지 수

5. 각각의 문제를 다른 정답 풀이지에 작성하시오. 반드시 정답 풀이지는 프린트 된 앞면만 사용하고 뒷면은 절대 사용하지 마시오. 만약에 여러분이 작성한 부분에서 채점이 되지 않기를 원하는 부분이 있다면 X표로 표시를 하기 바랍니다.

6. 채점자가 여러분들의 정답을 좀 더 잘 이해해기 위해서 가능한한 많은 수학적 표현을 사용하기 바랍니다. 채점자는 여러분들의 언어를 모릅니다. 따라서 무언가를 설명해야 한다면 가능한한 짧게 (영어로) 설명하기 바랍니다.

7.여러분들은 허락없이 시험을 보고 있는 책상을 떠날 수 없습니다. 여러분이 만약 어떠한 도움이 필요하다면 (계산기 오작동, 화장실 사용, 정답 풀이지 추가요구 등등), 감독관에게 손을 들어 신호를 주시기 바랍니다.

8. 시험시작의 시작과 끝은 긴 음악신호로 알려줄 예정입니다. 그리고 짧은 음악신호는 시험이 끝나기 15분전을 알려주는 신호입니다. (시험 종료 긴 음악신호가 나오기 전)

9. 시험 종료시에는 반드시 답안지 작성을 멈추어야 합니다. 여러분이 사용한 전용 정답지, 그래프 용지, 그리고 정답 풀이지를 한 묶음으로 잘 정리해서 따로 모아두기 바랍니다. 나머지 필요없는 모든 용지는 다른 쪽에 모아두기 바랍니다. 여러분은 시험장 밖으로 어떠한 종이 한장도 가지고 나갈 수 없습니다.

10. 여러분의 봉투를 다 걷을 동안 자리에서 기다리기 바랍니다. 봉투를 다 걷으면 안내자가 시험장 밖으로 나갈 수 있게 안내를 할 예정입니다.

11.여러분이 사용할 상수표는 다음 장에 있습니다.

Table of constants

질량 ($M_\oplus$)	5.98×10^{24} kg	지구
반경 ($R_\oplus$)	6.38×10^{6} m	
중력가속도 (g)	9.81 ms^{-2}	
황도경사각	23°27′	
회귀년의 길이	365.2422 mean solar days	
항성년의 길이	365.2564 mean solar days	
반사율	0.39	
질량 ($M_☾$)	7.35×10^{22} kg	달
반지름 ($R_☾$)	1.74×10^{6} m	
지구-달 평균거리	3.84×10^{8} m	
황도에 대한 궤도경사각	5.14°	
반사율	0.14	
보름달의 평균 겉보기 등급	−12.74	
질량 ($M_\odot$)	1.99×10^{30} kg	태양
반경 ($R_\odot$)	6.96×10^{8} m	
광동 ($L_\odot$)	3.83×10^{26} W	
절대등급	4.80 mag	
표면온도	5772 K	
지구에서 바라본 각지름	30′	
은하 공전 속도	220 kms^{-1}	
은하 중심으로 부터의 거리	8.5 kpc	
1 *au*	1.50×10^{11} m	물리상수
1 *pc*	206265 au	
중력상수 (G)	6.67×10^{-11} Nm^2kg^{-2}	
플랑크 상수 (h)	6.62×10^{-34} Js	
볼츠만 상수 (k_B)	1.38×10^{-23} JK^{-1}	
슈테판-볼츠만 상수 (σ)	5.67×10^{-8} $Wm^{-2}K^{-4}$	
허블 상수 (H_0)	67.8 $kms^{-1}Mpc^{-1}$	
진공에서의 빛의 속도 (c)	299792458 ms^{-1}	
진공에서의 자기 투자율 (μ_0)	$4\pi\times10^{-7}$ Hm^{-1}	
1 Jansky (Jy)	10^{-26} W $m^{-2}Hz^{-1}$	

$$\Delta \log_{10}(x) = \frac{\Delta x}{x\ ln10}$$

(D1) **Dust and Young Stars in Galaxies 별생성 은하내의 먼지 및 어린 항성 [75 점]**

은하 내에서의 별 생성 과정의 부산물로 생기는 성간 먼지들은 자외선 영역(UV)과 가시광선 영역의 빛을 상당량 흡수한 후, 10-300 μm 영역의 원적외선 (far-infrared, FIR)으로 재방출한다.

1.1. 은하의 자외선(UV) 스펙트럼은 최근 일어나고 있는 별 생성 과정에서의 어린 별 집단 형성에 중대한 역할을 하고 있다. 따라서 자외선 광도는 은하의 별 생성률을 추적하는 좋은 추적 매개체로 쓰일 수 있다. 관측된 자외선 광도는 성간 먼지에 의한 빛의 감소에 매우 영향을 받기 때문에 외부 은하를 연구하는 천문학자들은, 자외선 연속복사(UV continuum)를 수치화 하기 위해서, 자외선 연속복사 기울기(UV continuum slope, β)를 아래와 같이 정의한다.

$$f_\lambda = Q \cdot \lambda^\beta$$

여기서 f_λ 는 파장 λ (단위 Wm^{-3})에서의 은하의 단색광 플럭스(monochromatic flux)를 의미하며 Q 는 비례상수 (scaling constant)를 의미한다.

(D1.1.1) (6 점) AB 등급은 특정한 등급을 나타낼 때 사용되며 아래와 같이 정의된다 :

$$\mathrm{m_{AB}} = -2.5 \log \frac{f_\nu}{3631\ \mathrm{Jy}}, \qquad 1\ \mathrm{Jy} = 10^{-26}\ \mathrm{J\ s^{-1}\ Hz^{-1}\ m^{-2}}$$

전형적인 은하의 AB 등급은 자외선(UV) 영역에서 거의 일정하다. 이러한 은하의 자외선 연속복사 기울기(UV continuum slope)가 얼마인지 풀이과정을 포함하여 쓰시오. (힌트: $f_\nu \Delta\nu = f_\lambda \Delta\lambda$)

(D1.1.2) (12 점) 표 1 은 적색편이 **z=6.60** 인 CR7 이라고 불리우는 은하의 적외선(IR) 측광 결과를 보여준다. CR7 의 AB 등급(y 축)과 정지계(rest-frame)의 파장(x 축)을 log 단위로 그래프 용지에 그리고 **그림 1(Figure 1)**로 표시를 해라. 반드시 축이 무엇을 나타내는지와 오차를 표시할 것.

(D1.1.3) (5 점) 최소자승법(least-square fit)을 이용하여서 CR7 의 자외선 기울기를 계산하고 여러분이 그린 그림 1 에 자외선 연속복사의 최적선(best-fit)을 그리시오. 그리고 여러분이(D1.1.1)에서 구한 결과와 비교를 해보시오. (D1.1.1)에서 구한 전형적인 은하 보다 성간 먼지가 더 많은가? **정답을 [YES] 또는 [No]로 대답하시오**. (힌트: $\mathrm{m_{AB}}$ 를 파장(λ)과 m_{1600}의 함수로 표현해 보기 바란다. 여기서 m_{1600} 은 파장 $\lambda_0 = 160\mathrm{nm}(1600\ \text{Å})$에서의 AB 등급을 나타낸다.)

표 1. $z = 6.60$ 에서 CR7 의 적외선 측광수치 (관측계-observed frame 수치)

밴드이름	*Y*	*J*	*H*	*K*
중심파장 (μm)	1.05	1.25	1.65	2.15
AB 등급	24.71 ± 0.11	24.63 ± 0.13	25.08 ± 0.14	25.15 ±0.15

1.2. 은하내에서의 성간먼지가 자외선 (UV)에너지를 흡수한 후에 흑체복사를 통해 재방출을 한다고 가정하자. 자외선 연속복사선의 기울기(β)과 (1600 Å 에서의)자외선 밝기 그리고 원적외선(FIR)의 밝기 사이의 관계는 다음과 같이 정립될 수 있다:

$$\mathrm{IRX} \equiv \log\left(\frac{F_{FIR}}{F_{1600}}\right) = S(\beta)$$

여기서 F_{FIR} 는 관측된 원적외선의 플럭스(flux)를 나타내고 F_{1600} 은 160nm(1600 Å)에서 관측된 플럭스(flux)를 나타낸다. ("플럭스" F_λ는 $F_\lambda = \lambda \cdot f_\lambda$로 정의된다). 표 2 는 20 개의 가까운 은하의 β, F_{FIR} 그리고 F_{1600} 값을 나타낸다. (Meurer et al. 1999)

표 2. 20 개의 가까운 은하의 자외선 기울기(β), 160nm 플럭스(F_{1600}) 그리고 원적외선 플럭스(F_{FIR})

은하이름	자외선 기울기 β	$\log F_{1600}$ (10^{-3}Wm^{-2})	$\log F_{FIR}$ (10^{-3}Wm^{-2})
NGC4861	-2.46	-9.89	-9.97
Mrk 153	-2.41	-10.37	-10.92
Tol 1924-416	-2.12	-10.05	-10.17
UGC 9560	-2.02	-10.38	-10.41
NGC 3991	-1.91	-10.14	-9.8
Mrk 357	-1.8	-10.58	-10.37
Mrk 36	-1.72	-10.68	-10.94
NGC 4670	-1.65	-10.02	-9.85
NGC 3125	-1.49	-10.19	-9.64
UGC 3838	-1.41	-10.81	-10.55
NGC 7250	-1.33	-10.23	-9.77
NGC 7714	-1.23	-10.16	-9.32
NGC 3049	-1.14	-10.69	-9.84
NGC 3310	-1.05	-9.84	-8.83
NGC 2782	-0.9	-10.5	-9.33
NGC 1614	-0.76	-10.91	-8.84
NGC 6052	-0.72	-10.62	-9.48
NGC 3504	-0.56	-10.41	-8.96
NGC 4194	-0.26	-10.62	-8.99
NGC 3256	0.16	-10.32	-8.44

(D1.2.1) (14 점) 표 2 의 주어진 자료를 바탕으로, 그래프 용지에 IRX(y 축) vs β(x축) 의 그래프를 그리고 **그림 2(Figure 2)**로 표시하여라. 그리고 이 그래프에 최적의(best-fit) 일차함수선을 그리시오. 여러분이 찾은 최적선(best-fit)의 일차함수식 (예제: $\mathrm{IRX} = a \cdot \beta + b$)을 여러분이 그린 그래프 옆쪽에 쓰시오.

(D1.2.2) (6 점) 다음 공식을 이용하여서 IRX 의 관측값($\mathrm{IRX_{obs}}$)과 예측값($\mathrm{IRX_{pred}}$)의 분산을 구하시오(단위는 dex 를 사용하고 예제로 $\mathbf{\log(10^9) - \log(10^4) = 5\ dex}$로 사용한다).

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(\Delta \mathrm{IRX}_i)^2}{N-1}}\ \left(\text{단위: dex}\right) \text{ 이고 } \Delta \mathrm{IRX}_i = \mathrm{IRX}_{i,\mathrm{obs}} - \mathrm{IRX}_{i,\mathrm{pred}}$$

1.3. 우리가 앞에서 이용한 에너지 전달과정 중 가정한 것들을 이용해서F_{FIR} 와 F_{1600}의 비율을 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\frac{F_{FIR}}{F_{1600}} \approx 10^{0.4A_{1600}} - 1$$

여기서 F_{1600} 는 감쇠가 일어나지 않는 플럭스 (unattenuated flux)이고 , A_λ (dust absorption)는 파장 λ 에서 일어나는 먼지에 의해 소광된 등급을 나타낸다.

(D1.3.1) (6 점) A_{1600} 을 IRX 에 관한 함수로 나타내어라.

(D1.3.2) (12 점) 표 2 에 나타난 데이터와 위 문제에서 구한$A_{1600}(IRX)$ 함수를 바탕으로 $\mathrm{A_{1600}}$(x 축)과 β(y 축)의 그래프를 그리고 **그림 3 (Figure 3)**으로 표시하여라. 그리고 이 그래프에 최적의 일차함수 선을 그리시오. 여러분이 찾은 최적선(best-fit)의 일차함수식(예제: $\mathrm{A_{1600}} = a' \cdot \beta + b'$)을 여러분이 그린 그림의 옆에 쓰시오.

(D1.3.3) (2 점) 만약 여러분이 (D1.3.2)에서 찾은 일차함수 모형이 맞다면, 먼지가 없는(dust-free) 은하의 자외선 연속 복사 기울기, β_0는 무엇인가?

1.4. 자외선 연속 복사 기울기와 IRX 의 관계를 정립한 후에, 적색 편이가 큰 우주에서 이 관계를 실험적으로 테스트 해 볼 수 있을 것이다. 2016 년도에 학자들은 아타카마 대형 밀리미터 망원경 어레이(ALMA)를 이용해서 CR7 을 관측하였다. 원적외선(FIR) 연속 복사선의 잡음의 3 배 상한선(upper limit) 값은 1.5×10^{-19}J/s/m^2 이다.

(D1.4.1) (6 점) ***CR7 의 IRX*** 를 구하여라. 이 값은 상한선(upper limit)인가 하한선(lower limit)인가?

힌트: 여기서 F_{1600} 다음과 같은 형식으로 표현된다:

$$F_{1600} = \lambda_0 \cdot f_{1600}$$

여기서 $\lambda_0 = 160nm(1600\ \text{Å})$ 이고 f_{1600}는 정지좌표계 (rest-frame) 에서의 관측된 플럭스이다.

(D1.4.2) (6 점) CR7 이 근처 우주에서 유도한 IRX- β 관계에서 벗어나는지 안 벗어나는지를 알 수 있을만큼 현재 관측이 충분히 오랫동안 관측 되었는가? **Summary Answer Sheet 에는 [YES] 또는 [NO]로 대답**하고 **그 근거를 보여줄 수 있는 공식**과 **두개의 IRX 수치는 정답풀이지(Answer Sheet)에 반드시 작성하라**