2. 삼중성계의 3 중 성식 현상 (90 p)

HD 181068 은 거의 4 년간 이루어진 나사의 외계행성 탐사 전용 Kepler 우주망원경으로부터 지속적인 관측이 이루어진 밝은 천체 가운데 하나이다. Kepler 관측에서 0.453 일 간격으로 $\approx 3-4\times10^{-3}$등급 만큼 어두워짐이 밝혀졌다 (짝수번째 식 현상(even dimming)이 홀수번째 식 현상(odd dimming)보다 식의 깊이가 약간 얕다.) 또한, 22.7 일 간격으로 0.007 등급이 어두워지는 현상이 2.3 일간 지속되는 추가적인 식이 관측되었다.

이처럼 측광학적으로 특이한 현상의 올바른 설명은 헝가리 천문학자들이 제공하였다. 이들은 HD 181068 이 compact hierarchical 삼중성계이며 거의 edge-on 으로 관측된다고 설명하였다. Hierarchical 삼중성계는 이루는 세 별 A,B,C 로 구성된다. 두 별 B 와 C 는 안쪽 쌍성(inner)을 구성하며, 근접 쌍성계에 해당한다. 나머지 하나(항성 A)는 안쪽 쌍성의 장축 반지름에 비하여 매우 멀리 떨어져 있다. 그림 2.1 은 이러한 삼중성계를 개략적으로 나타낸 것이다.

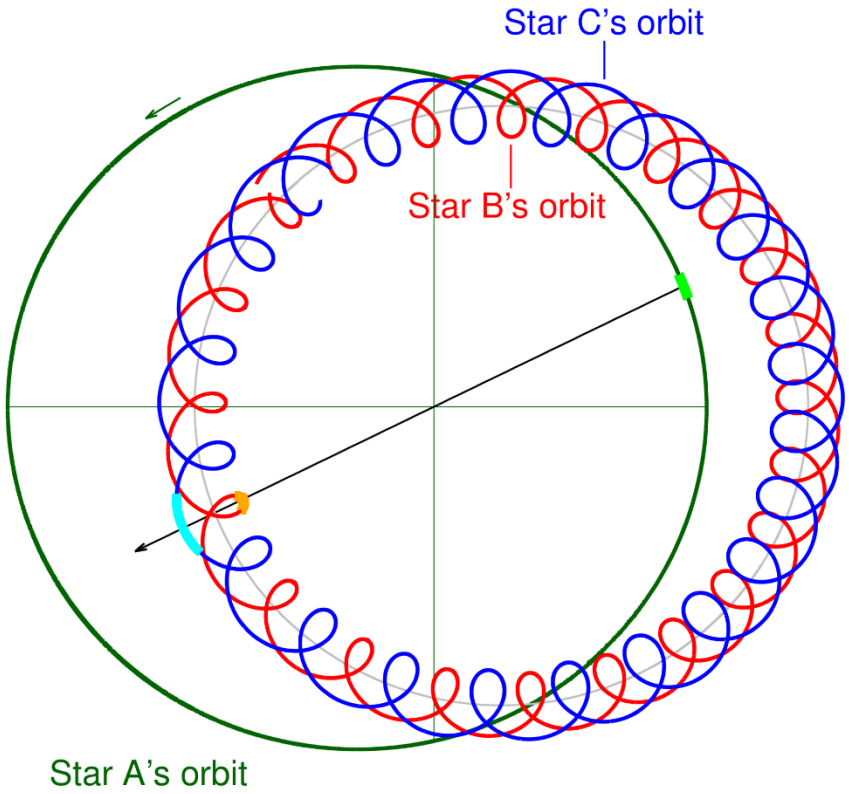


Fig. 2.1: 극방향에서 본 가상의 hierarchical 삼중성계. 검은색 화살표는 지구를 향한다. 세 궤도에서 굵게 표시한 부분은 바깥쪽 쌍성계의 식이 일어날 때에 항성들의 궤도일부를 나타낸다.

수학적으로 hierarchical 삼중성계의 운동은 섭동이 없는 두 케플러 궤도 운동의 조합으로 잘 근사된다. (1) 안쪽 근접 쌍성의 케플러 운동이다. (2) 이 근접 쌍성계의 질량 중심과 항성 A 는 서로 또 다른 케플러 궤도 운동을 하며 "바깥쪽 쌍성"을 이룬다.

이 문제에서는 두 항성 B 와 C 는 주기가 $P_1 = 0.9056768$ 일을 주기로 식을 일으키는 쌍성이며, 항성 A 와 이 두 항성의 질량 중심과는 $P_2 = 45.4711$ 일의 주기를 갖는다. 멀리 도는 궤도면은 케플러 우주망원경에 대하여 거의 edge-on 이다. (이 상황은 지구에 대해서도 마찬가지이다.) 안쪽 궤도를 구성하는 두 항성 B 와 C 는 서로에 대해서 식을 일으킬 뿐만 아니라 항성 A 와도 식을 일으킨다. 추가적인 식은 항성 B,C 가 항성 A 를 가리거나 반바퀴 공전하여 항성 A 에 의하여 가려질 때에 일어난다.

i. *Determination of the physical stellar sizes (and other quantities) from the geometry of the eclipses*

이 섹션에서는 다음과 같은 가정을 사용한다. : (1) 안쪽 궤도와 바깥쪽 궤도는 모두 정확한 원궤도이다. (2) 안쪽 궤도면과 바깥쪽 궤도면은 같다. (3) 두 공전 궤도면은 정확히 edge-on 이다. (i.e. $i_1 = i_2 = 90°$ and $i_{\rm rel} = 0°$). 추가적인 식은 중심식 (완전 엄폐 혹은 횡단-금환식)이며, 이러한 식 현상에는 4 개의 접촉 이벤트가 있다고 가정하자. 보통의 식쌍성의 경우 (혹은 횡단하는 외계 행성의 경우) outer contacts 일 때에는 천구에 투영된 두 항성의 원반은 외부로부터 한 점에서 만나지만 inner contacts 일 때에는 두 원반은 내부로부터 접촉이 이루어진다. 이 상황은 바깥쪽 항성식에 대해서도 성립하지만, 두 개의 항성이 아니라 세 개의 항성으로 이루어진 경우에는 매우 복잡할 수 있다. 그러나, 이러한 사실에도 불구하고, 광도 곡선으로부터 접촉이 일어난 각각의 시각들을 잘 정의할 수 있으며, 주어진 접촉에 대하여 안쪽 쌍성 가운데 어느 것이 항성 A 와 접촉하였는지 명확하게 결정할 수 있다.

아래 표에는 케플러 우주망원경으로 관측한 여러 식 현상에서 접촉이 일어난 정확한 시각이 기록되어 있으며 접촉의 유형과 접촉한 두 항성을 보여 주고 있다. 시각은 barycentric 율리우스일 (BJD)을 단위로 적었다.

event no.	contact	stars	BJD	φ_1	φ_2
1	I	A, B	2455476.1096		
	II	A, C	2455476.4245		
	III	A, B	2455477.9677		
	IV	A, B	2455478.4722		
2	I	A, B	2455521.5217		
3	III	A, C	2455568.9434		
4	I	A, C	2455612.4733		
	III	A, C	2455614.3571		
5	III	A, B	2455659.9241		
	IV	A, C	2455660.2422		

a) 안쪽쌍성의 내합시각 $T_{01} = 2455051.2361$ 바깥쪽 쌍성의 내합 시각이 $T_{02} = 2455522.7318$ 로 각각 주어졌다고 하자. (다시 말하면, 지구에서 볼 때에 항성 C 가 항성 B 를 가린 시각과 항성 A 가 두 항성 B 와 C 의 질량 중심을 가린 시각)

안쪽 쌍성과 바깥쪽 쌍성의 측광학적 위상을 각각

$\varphi_1(t) = \{(t - T_{01})/P_1\}$, and $\varphi_2(t) = \{(t - T_{02})/P_2\}$

이라고 하자. $\{x\}$ 는 실수 x의 소수 부분이다. 만약 $\{x\} < 0$이면, $\{x\} + 1$ 를 쓴다. 표에 적힌 접촉 시각에 해당하는 위상을 계산하시오. **위상 계산값을 답안지의 적당한 칸에 기입하시오**. 소수점 이하 네자리까지 계산하시오. (10 p)

b) 각각의 식 현상에 대하여 항성 A 혹은 근접 쌍성 구성원 항성 (B 나 C) 가운데 어느 천체가 지구에 더 가까웠는지 결정하시오. **답을 답안지에 있는 표에 적으시오.** (5 p)

c) 위의 표를 써서, 다음을 계산하시오. (1) 세 항성의 반지름의 바깥쪽 쌍성계 궤도 장반경에 대한 비율 ($R_{\mathrm{A,B,C}}/a_2$), (2) 안쪽 궤도 장반경의 바깥쪽 궤도 장반경에 대한 비율 (a_1/a_2) (3) 항성 B 와 C 의 질량비 ($q_1 = m_{\mathrm{C}}/m_{\mathrm{B}}$). *Hint:* 계산 과정에서 소수점 이하 4 자리 이상의 정밀도를 유지하시오. 주어진 시간 자료의 정밀도를 고려하면, 이론적으로 가능한 접촉 시각을 모두 활용하는 것이 가능하지 않을 수 있다는 점에 유의하시오. (30 p)

d) 위에서 얻은 결과로부터, 바깥쪽 쌍성계의 질량비 ($q_2 = m_{\mathrm{BC}}/m_{\mathrm{A}}$)를 구하시오. (8 p)

ii. *시선속도 (RV)와 식시간변화 (ETV)를 사용한 항성 질량의 결정*

시선속도(RV)를 구하기 위하여 지상 망원경과 4 개의 기기를 사용하여 후속 분광 관측을 수행하였다. 오직 항성 A 의 분광선만이 스펙트럼에서 검출 가능하였다. 시간에 대하여 측정값을 그래프로 표현하면, 시선속도 곡선 (RV curve)는 다음 식으로 잘 맞출 수 있다:

$$V_{\mathrm{rad,A}} = V_\gamma + K_{\mathrm{A}} \sin \phi_{\mathrm{RV}},$$

여기에서 V_γ 항성계 속도(systemic velocity)이며 K_A 는 속도 진폭이다:

$$V_\gamma = 6.993 \pm 0.011 \text{ km s}^{-1},\ K_{\mathrm{A}} = 37.195 \pm 0.053 \text{ km s}^{-1},$$

$$P_2 = 45.4711 \pm 0.0002 \text{ d},\ \phi_{\mathrm{RV}} = \frac{2\pi}{P_2}[t - (2455522.7318 \pm 0.0095)].$$

또한, 항성 B 와 C 가 이루는 근접쌍성에서 일어나는 식의 중심 시각을 결정하였으며 N 번째 궤도 공전에서 일어나는 식 시각은 다음과 같이 간단하게 나타난다

$$T_N = T_0 + P_1 N + A_{\mathrm{ETV}} \sin\left(\frac{2\pi}{P_2} P_1 N + \phi_0\right),$$

where

$$T_0 = \mathrm{BJD}\ 2455051.23607 \pm 5 \times 10^{-5},\ P_1 = 0.9056768 \pm 3 \times 10^{-7}\ \mathrm{d},$$

$$A_{\mathrm{ETV}} = 0.001446 \pm 0.000110\ \mathrm{d},\ \phi_0 = -0.76779 \pm 0.01937\ \mathrm{rad}.$$

이 식에서 A_{ETV} 는 식시간변동폭(eclipse timing variation), T_0 기준 주극소 중심 시각이며, N 은 cycle number 이다. 이 값은 정수일 때에 주극소 (즉, 약간 더 어두운 항성 C 가 약간 더 밝은 항성 B 를 가릴 때)가 나타나고, 반정수일 때에 부극소 (즉, 항성 B 가 항성 C 를 가릴 때)가 나타난다.

다음을 구하시오. (1) point ii 에서 얻은 결과만을 써서 다시 안쪽 쌍성계 질량합의 항성 A 의 질량에 대한 비 ($q_2 = m_{\mathrm{BC}}/m_{\mathrm{A}}$) (2) 항성 A 의 질량 ($m_{\mathrm{A}}$) (3) 안쪽 근접쌍성계의 질량합($m_{\mathrm{BC}}$). (1), (2), and (3)에서 오차를 계산하시오. *Hint:* SI 단위계를 사용하는 것보다 태양 질량과 천문단위(au)를 사용하는 것이 시간을 더 절약하는 방법이다. (22 p)

iii. 질문 1 과 2 의 결과를 사용하여, 항성 B 와 C 의 질량을 각각 구하시오. 세 항성의 반지름을 구하여 물리적 단위로 적으시오. (15 p)