풀이

1부.

1.1) 오른쪽 그래프에서 직선의 식을 다음과 같이 얻을 수 있다

$$y = -0.76 \cdot x + 7.32$$ [3점]

이를 10의 거듭제곱으로 바꾸면: $f_g = 10^{7.32} M_*^{-0.76}$,

being f_g 는 기체 비율이다. 별 질량을 곱하면 마침내:

$$M_{gas} = 10^{7.32} \times M_*^{0.24}$$

a = 10^7.32 = 2.09 E7 [1점] ; b = 0.24 [1점]

이 값들에는 허용 오차가 없다

1.2) [15점] [15점]

V	LogV	K	Zx	Zy	ZxZy
79.4	1.8998	-16.8	-1.1778	1.3873	-1.6339
100.1	2.0004	-19.2	-0.7831	0.4970	-0.3892
158.5	2.2000	-21.3	-0.0001	-0.2819	0.0000
251.2	2.4000	-21.4	0.7845	-0.3190	-0.2502
316.2	2.5000	-24	1.1765	-1.2834	-1.5100
Ave	2.2001	-20.54		sum ZxZy	-3.7833
St. Dev	0.2549	2.696		r	-0.9458

가장 잘 맞는 직선은 $K = -10 \cdot log_{10}(V_{max}) + 1.47.$

맞는 답은 단계별 계산을 보일 필요가 없다.

허용 오차: +/- 0.01.

전체 답이 맞지 않을 때의 부분 점수: 기울기: [3점] ; 절핀3점] [2점]

; 계산: 최종 답 말고 모든 수가 맞으면 [10점] ; 수의 적어도 절반이 맞으면 [10점]

[5점]. 각 수의 허용 오차: +/- 0.01 [5점]

2부.

2.1) [10점]

은하들이 같은 거리에 있으므로 겉보기 등급의 차이는 절대 등급의 차이와 같고,
이는 광도의 비와 관계가 있다:

$$(k_1 - k_2) = (K_1 - K_2) = -2.5 \times log_{10}\left(\frac{L_1}{L_2}\right) \quad [2점]$$

별 종족이 같고 성간 소광을 무시하면, 각 은하의 광도는
두 은하에서 같은 질량-광도 비로 별 질량에 비례하므로:

$$(k_1 - k_2) = -2.5 \times log_{10}\left(\frac{M_{*1}}{M_{*2}}\right) \quad [2점]$$

등급 차이가 6이므로 다음을 얻는다:

$$\left(\frac{M_{*1}}{M_{*2}}\right) = 10^{2.4} \quad [2점]$$

지수 값에는 허용 오차가 없다.

2.2) [4점]

마지막 결과를 1A의 결과와 함께 쓰면:

$$\frac{M_{gas1}}{M_{gas2}} = \left(\frac{M_{*1}}{M_{*2}}\right)^{0.24} \quad [2점]$$

$$\frac{M_{gas1}}{M_{gas2}} = 10^{0.576} \quad [2점]$$

지수를 2자리로 어림해도 된다.

2.3) [6점]

1B에서 TF 관계의 기울기를 구했다: $\frac{\Delta K}{\Delta \log(V_{max})} = 10$, 여기서 $\Delta K = 6$ 이므로

우리 은하들에 대해: $\frac{V_{max1}}{V_{max2}} = 10^{0.6}$ [2점] . 이제

질량 분포를 대략 구대칭으로

$$V_{max} = \sqrt{\frac{G \cdot M_{tot}(<R_{max})}{R_{max}}}, \quad [2점]$$

이를 두 줄 위에서 구한 비와 함께 쓰면:

$$\frac{M_{tot1}}{M_{tot2}} = 10^{1.2} \quad [2점]$$

지수 값에는 허용 오차가 없다.

3부. [15점] [15점]

바리온 질량은 $M_{Baryonic} = \frac{4.39\times10^{11}}{7.82}\,[M_\odot]$ 이고 암흑 물질 질량은 다음과 같다

$M_{dm} = 6.82 \times \frac{4.39\times10^{11}}{7.82}\,[M_\odot]$.

바리온 기여는 별 질량과 기체 질량으로 나누어야 하는데, 이는 해석적으로는 할 수 없고
그 합과 1.1의 관계를 알고 수를 맞추어 가며
수치적으로 풀어야 한다. 최종 표는 다음과 같다:

Galaxy	Apparent magnitude k	$M_{gas}\,[M_\odot]$	$M_*\,[M_\odot]$	$M_{dm}\,[M_\odot]$	$M_{tot}\,[M_\odot]$
G_1	19.2	7.67×10^9	4.85×10^{10}	3.83×10^{11}	4.39×10^{11}

풀어야 할 식: $1 - k = 0.1415\,k^{0.24}$ 그러면 k = 0.8634

값마다 5점, 허용 오차 5%

Mg, M∗에서 점수를 얻지 못했어도 식이 맞으면 5점

4부

4.1) [4점]

2.1에서 다음을 구했다: $(\frac{M_{*1}}{M_{*2}}) = 10^{\frac{\Delta K}{-2.5}}$, being $\Delta K = -6$. 이 새 경우에는 ΔK의 극값이 ΔK to be -6.4 and -5.6이므로, 지수의 극값은 이 값들을 다음으로 나눈 것이다: -2.5, 그러면 $e \in [2.24, 2.56]$

구간의 끝값에는 허용 오차가 없다.

4.2) [[10점]

1.2의 식을 뒤집어야 have to invert the equation from 1.2 to get: $log_{10}(V_{max}) = -\frac{K}{10} + 0.1467$. 이제 다음 차이를 구할 수 있다

측정값과 선형 맞춤의 예측 사이의 차이를 구한다(수는 소수 둘째 자리까지 어림):

$K[mag]$	$V_{max}\,[km/s]$	$log_{10}(V_{max})$ 측정값	$log_{10}(V_{max})$ 선형 맞춤	$\lvert\Delta\, log_{10}(V_{max})\rvert$
-16.8	79.4	1.9	1.83	0.07
-19.2	100.1	2.0	2.07	0.07
-21.3	158.5	2.2	2.28	0.08
-21.4	251.2	2.4	2.29	0.11
-24.0	316.2	2.5	2.55	0.05

잔차 RMS의 두 배를 잡으면: σ = 0.157

맞는 답은 단계별 계산을 보일 필요가 없다.
최종 값이 맞지 않으면 부분 계산에 최대[5점] 게 계산한 [1점]
각 값마다 $log_{10}(V_{max})$ 를 바르게 계산하면.
각 수의 허용 오차: +/- 0.01

4.3) 불확도를 넣으면 다음 식은 $log_{10}(V_{max}) = -\frac{K}{10} + 0.1467$

이 된다:

$$log_{10}(V_{max}) = -\frac{K}{10} + 0.1467 \pm \frac{0.2}{10} \pm 0.157$$ [2점]

소수 둘째 자리까지 어림한 값을 인정한다.

은하 1과 2에 대해 같은 식을 쓰고, 빼고,
$\Delta K = -6$ 이면 다음을 얻는다:

$$log_{10}\left(\frac{V_{max1}}{V_{max2}}\right) = 0.6 \pm 0.02 \pm 0.157 \pm 0.02 \pm 0.157$$ [4점]

이는 다음 극값으로 이어진다: 0.954 and 0.246. [2점]

끝으로 원운동 속도가 전체 질량의 제곱근에 비례한다는 것을 떠올리면,
이 지수에 2를 곱해야 하므로 최종 답은:

$$g \in [0.49,\ 1.91]$$ [2점]

+/- 0.02의 허용 오차를 인정한다.