

일반 지시 사항: 자료분석 (150점)

자료분석 경시는 3시간이 주어지며 총 150점이다.

경시 전

- 시험 시작을 알리는 신호가 있기 전까지는 문제지가 들어있는 봉투를 열어서는 안된다.
- 경시의 시작과 종료는 시험감독의 신호로 결정되며, 경시 종료 15분 전일 때도 알려줄 것이다.

경시 중

1. 자료분석 경시는 DA1과 DA2의 두 부분으로 이루어져 있다. 책상 위에 DA1과 DA2가 표시된 봉투가 있을 것이다. 각 봉투 안에는 아래 항목이 들어 있다:
    - 문제 제목, 본인의 학생 코드, 문제 코드, 본인의 이름이 포함된 표지. 예: Data Analysis 1 (제목) GBR-1 DA1 John Smith (본인 이름이 정확한지 확인)
    - 문제지 (Q로 표시)
    - 답안지 (A로 표시)
    - 작업지 (W로 표시)
2. 최종 답을 쓰기 위한 용도로만 IOAA **답안지**(**A**로 표시)를 사용하시오. 최종 답은 해당 **답안지**의 적절한 칸에 쓰시오. 답안지는 인쇄된 앞면만 사용하고 뒷면은 사용하지 마시오. **작업지**(**W**로 표시)는 계산할 때 사용하시오.
3. 계산 과정이나 최종 답을 쓸 때는 항상 검정색이나 청색 펜을 사용하시오. 그렇게 해야 채점자가 스캔된 답을 좀 더 명확하게 읽을 수 있다. 잘못한 부분은 선을 그어 지우시오.
4. 채점자가 학생 답안을 좀 더 잘 이해할 수 있도록 수학적 표현을 가능한 많이 사용하시오. 채점자는 학생의 모국어를 이해하지 못한다는 점을 유념하시오. 만약 말로 설명이 필요하다면 짧은 문구를 사용하시오(가능하다면 영어로).
5. 허가 없이 자신의 책상을 떠나서는 안된다. 도움이 필요하면 (계산기 고장, 화장실 방문, 등) 손을 들어 감독관에게 알리시오.
6. 경시가 종료되면 즉각 답안 작성을 멈추어야 한다. 감독관의 지시에 따라 각 문제(DA1과 DA2)별로 답안지와 작업지를 정렬해서 해당 봉투에 넣은 뒤에 책상 위에 놓아두시오. 어떤 종이도 경시장 밖으로 가지고 나가서는 안된다.

DELEGATION PRINT

G0-2

korean (Korea)

표준상수표

기본상수

진공에서 빛의 속력	c	=	$2.998 \times 10^{8} ms^{-1}$
플랑크 상수	h	=	$6.626 \times 10^{-34} Js$
볼츠만 상수	k_B	=	$1.381 \times 10^{-23} JK^{-1}$
스테판-볼츠만 상수	σ	=	$5.670 \times 10^{-8} Wm^{-2}K^{-4}$
기본전하	e	=	$1.602 \times 10^{-19} C$
만유인력상수	G	=	$6.674 \times 10^{-11} Nm^{2}kg^{-2}$
보편기체상수	R	=	$8.315 Jmol^{-1}K^{-1}$
아보가드로 상수	N_A	=	$6.022 \times 10^{23} mol^{-1}$
비인의 법칙 상수	$\lambda_m T$	=	$2.898 \times 10^{-3} mK$
전자의 질량	m_e	=	$9.109 \times 10^{-31} kg$
양성자의 질량	m_p	=	$1.673 \times 10^{-27} kg$
중성자의 질량	m_n	=	$1.675 \times 10^{-27} kg$
원자 질량 단위 (a.m.u.)		=	$1.661 \times 10^{-27} kg$

DELEGATION PRINT

G0-3

korean (Korea)

천문자료

1 파섹	$1\ pc$	$=$	$3.086 \times 10^{16} m$
		$=$	$206\ 265\ au$
		$=$	$3.262\ ly$
1 천문단위	1 au	$=$	$1.496 \times 10^{11} m$
1 잰스키	1 Jy	$=$	$10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}$
허블상수	H_0	$=$	$70\ kms^{-1} Mpc^{-1}$
태양광도	L	$=$	$3.826 \times 10^{26} W$
태양의 겉보기 각지름	θ	$=$	32’
태양의 유효온도	$T_{eff,}$	$=$	$5778K$
황도경사각 (지구)	ε	$=$	23.5°
황도에 대한 달궤도 경사		$=$	05°08’43”
보름달의 겉보기 안시등급		$=$	-12.74
황도북극 (J2000.0)	(α_E, δ_E)		$(18^h 00^m 00^s, +66°33’39”)$
은하북극 (J2000.0)	(α_G, δ_G)		$(12^h 51^m 26^s, +27°07’42”)$
1 항성일		$=$	$23^d 56^m 04^s$
1 회귀년		$=$	365.2422 태양일
1 항성년		$=$	365.2564 태양일

태양의 등급

겉보기 안시	$=$	-26.75
절대 안시	$=$	$+4.82$
겉보기 복사	$=$	-26.83
절대 복사	$=$	$+4.74$

DELEGATION PRINT

Data Analysis

G0-4

korean (Korea)

태양계

천체	평균 반지름 (km)	질량 (kg)	장반경 (au)	이심율
태양	695 500	1.988×10^{30}	—	—
수성	2 440	3.301×10^{23}	0.387	0.206
금성	6 052	4.867×10^{24}	0.723	0.007
지구	6 378	5.972×10^{24}	1.000000	0.016 710
달	1 737	7.346×10^{22}	0.002572	0.054 900
화성	3 390	6.417×10^{23}	1.524	0.093
목성	69 911	1.898×10^{27}	5.203	0.048
토성	58 232	5.683×10^{26}	9.537	0.054
천왕성	25 362	8.681×10^{25}	19.189	0.047
해왕성	24 622	1.024×10^{26}	30.070	0.009

가우스식

코사인 정리 : $\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A$

사인 정리 : $\frac{\sin a}{\sin A} = \frac{\sin b}{\sin B} = \frac{\sin c}{\sin C}$

선형최소자승적합식 : $y = b_1 x + b_2$

여기에서

$$b_1 = \frac{n\sum x_i y_i - (\sum x_i)(\sum y_i)}{n\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2}$$

그리고

$$b_2 = \overline{y} - b_1 \overline{x}$$

$\overline{x}$ 와 $\overline{y}$ 는 x와 y의 평균 값이다.

DELEGATION PRINT

자료분석 2: 항성과 외계행성 (75점)

이 문제 풀이를 시작하기 전, 분리된 다른 봉투에 포함된 일반적 지시사항을 읽을 것.

이 문제에서는 외계행성과 그 외계행성이 공전하는 모성(母星 host star)의 물리적 성질에 어떤 연관성이 있는지를 탐구하고, 관측 데이터를 이용하여 이 계(系 system)에 대하여 가능한 많은 것을 발견하고자 한다.
(성간소광을 무시해도 됨)

Part 1 (20 점).

행성의 이름	항성의 이름	$T_{eff}\,(K)$	$g\,(ms^{-2})$	m_v (magnitudes; 등급)	시차 (miliarcsec; 밀리각초)
$Gorgona$	$HD\,209458$	5980	347	7.63	20.67

표1: Gorgona 와 그 모성 HD209458의 관측자료

유효온도(T_{eff})와 항성 표면에서의 중력가속도(g)는 항성 스펙트럼의 모양과 흡수선들로부터 측정할 수 있다. 겉보기 안시등급(m_v) 과 시차(視差 parallax)는 측광(測光, photometry)과 측성학(測星學, astrometry)을 통해 각각 측정할 수 있다. 추가적으로, 매 3.52 일마다 항성의 밝기가 떨어지는 것이 알려져 있는데, 행성이 별 앞을 통과하기 때문이다. 이는 아래의 광도곡선에 나타나있다:

DELEGATION PRINT

1.1 20.0pt

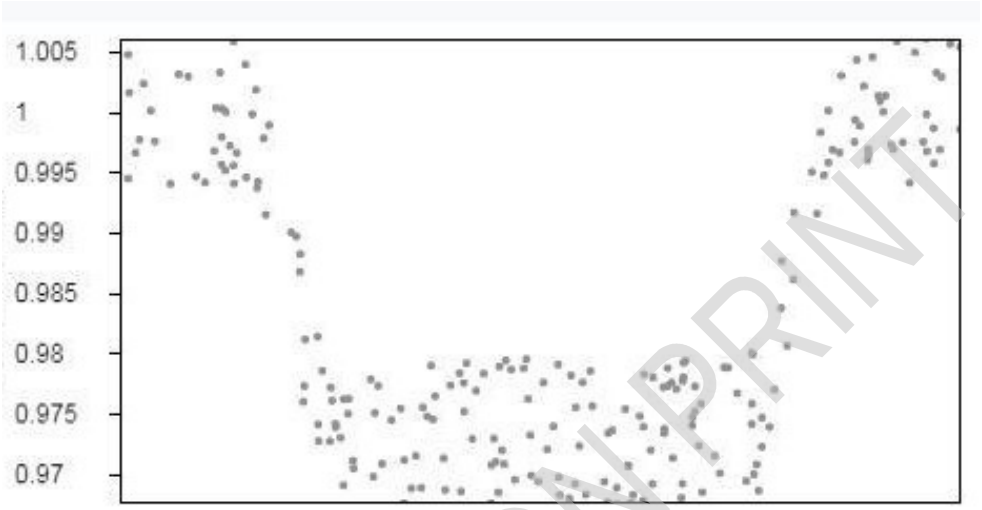


그림 1: 모성 HD209458의 시간(x-축)에 따른 규격화된 플럭스(y-축)

주어진 정보들을 이용해 HD209458 계의 다음 물리량들을 계산하라:

항성의 광도	항성의 반지름	항성의 질량	행성 공전궤도 반지름의 평균치	행성의 반지름 (목성 반지름 단위)
$L_\star$ $[L_\odot]$	$R_\star$ $[R_\odot]$	$M_\star$ $[M_\odot]$	a $[au]$	R_p $[R_J]$

노트: 모든 F와 G형 별들의 복사보정(輻射補正, bolometric correction)은 거의 동일하다고 가정하라.

DELEGATION PRINT

Part 2 (25 점).

서식가능지역 (생명가능지대, habitable zone)은 행성이 액체 상태의 물을 표면에 가질 수 있는 영역으로 정의한다. 이는 모성으로부터 받는 복사의 양에 주로 연관되는데, 행성 표면의 온도가 적당한 범위 내에 있어야 하기 때문이다.

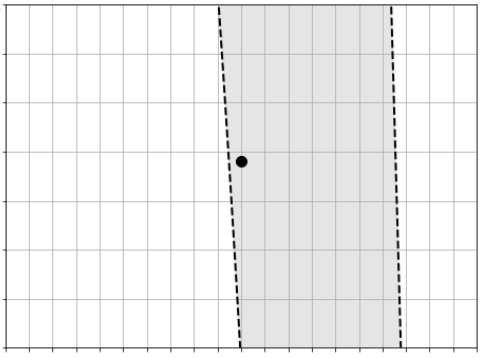
이 문제에서 행성이 받는 유효 플럭스의 양을 $S_{eff} = \frac{L}{a^2}$ 라고 정의하자. 여기서 L은 항성의 광도를 태양광도 단위로 나타낸 양이고, a는 궤도 반지름의 평균값을 au로 나타낸 것이다. 서식가능지역에 필요한 최소한의 플럭스는 $S_{min} = S_{eff_\odot} + n \cdot T_\star + b \cdot T_\star^2 + c \cdot T_\star^3 + d \cdot T_\star^4$ 로 근사할 수 있다. 여기서 $T_\star = (T_{eff} - T_{eff_\odot})$이다. $S_{eff_\odot}$는 항성이 태양인 경우에 맞춘 상수이며, n, b, c, d 와 함께 아래 표에 주어져있다. 서식가능지역이기 위한 최대 플럭스값 S_{max}는 동일한 식에 표에 주어진 것처럼 다른 상수값을 대입하여 구할 수 있다.

상수	S_{max}	S_{min}
$S_{eff_\odot}$	1.0512	0.3438
n	1.3242×10^{-4}	5.8942×10^{-5}
b	1.5418×10^{-8}	1.6558×10^{-9}
c	-7.9895×10^{-12}	-3.0045×10^{-12}
d	-1.8328×10^{-15}	-5.2983×10^{-16}

아래의 표는 서로 다른 7개의 항성-행성 계의 실제 값이다. 하지만 행성의 이름들만큼은 콜롬비아의 국립공원 이름들을 따왔다:

항성의 물리량		행성의 물리량	
$T_{eff}\,[K]$	$M_V\,[mag]$	이름	$a[au]$
6180	3.68	Tayrona	0.04
5730	3.87	Iguaque	0.04
5980	4.21	Gorgona	0.04
5480	6.04	Amacayacu	0.08
5770	3.48	Malpelo	0.05
6130	3.07	Pisba	0.03
6140	3.85	Tatamá	0.06

2.1 아래의 그림에서, 수직(세로)축은 항성의 유효온도를 의미하고, 수평(가로)축은 공전하는 행성이 받는 유효 플럭스 양을 나타낸다. 원은 지구를, 파선은 서식가능지역의 한계범위를 나타낸다. (점) 15.0pt



두 축의 눈금(tickmark)들에 수치값을 적으라. 같은 그림에 Gorgona와 Amacayacu가 각각의 모성으로부터 1 au 떨어져 있다고 가정한 뒤 그 위치들을 정확히 표시하라.

DELEGATION PRINT

2.2 이제 표에 주어진 각 행성들의 실제 궤도 반지름을 이용해서 각 행성이 서식가능지역에 있는지 여부를 YES혹은 NO로 표시하라. 정확하고 정량적인 논거를 사용하라. 10.0pt

행성의 이름	서식가능지역에 있는가? YES/NO
Tayrona	
Iguaque	
Gorgona	
Amacayacu	
Malpelo	
Pisba	
Tatamá	

DELEGATION PRINT

Part 3 (30 점).

맨 마지막 페이지에 38개의 외계행성 리스트가 주어져있다. 최종 목표는 저질량 외계행성 (low-mass exoplanets, LME) 과 고질량 외계행성(high-mass exoplanets, HME)이 일반적으로 성질이 다른 모성 주위를 공전하고 있는가를 알아보는 것이다.

3.1 통계적으로 강력(로버스트, robust)한 저질량 부표본(副標本, subsample)을 만들기 위해 ”반복적 시그마-클리핑 (iterative sigma-clipping)”을 사용할 수 있다. 아이디어는 이렇다: 질량 값의 평균(μ) 과 표준편차(σ)를 구하고, 질량이 $\mu+\sigma$ 보다 큰 행성들을 제거한다. 이제 남은 부표본들에 대해 이 동일한 과정을 두 번 더 반복한다. 이 문제에서는 이렇게 남은 부표본을 저질량 외계행성이라 부르고, 여기에 들지 못하고 제거된 다른 행성들을 고질량 외계행성이라 부르자. 이 과정을 진행하며 아래 표의 빈숫자들을 채우라. 10.0pt

저질량 샘플	샘플의 크기	μ	σ	$\mu+\sigma$	제거해야하는 행성의 갯수
전체 / 원래 표본	38				
1번째 부표본					
2번째 부표본					
최종 부표본		—	—	—	—

3.2 X-축은 리스트에 주어진 행성의 일련번호$(1,2,3,...)$로 하고, Y-축은 행성의 질량으로 하여 그래프를 그려라. 세 번의 과정을 통해 얻은 세 개의 $\mu+\sigma$ 상한선을 표시하는 수평선들을 그려라. 5.0pt

3.3 다음과 같은 설명적 통계량(說明的統計量, descriptive statistics)을 계산함으로써 두 그룹의 **유효온도**가 다를 가능서에 대해 조사해보자. 10.0pt

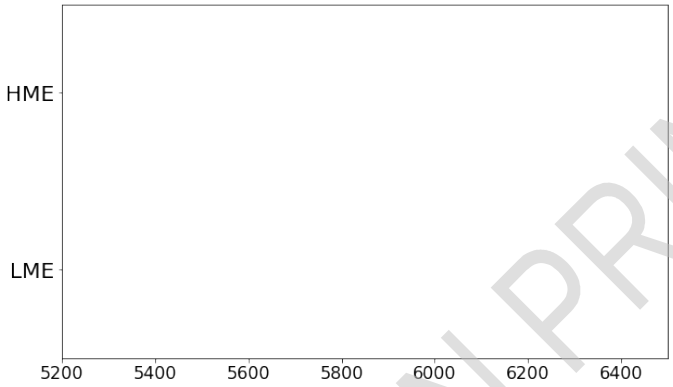
	최소 (Min.)	1사분위 (1st Quartile)	중앙값 (Median) 2사분위 (2nd Quartile)	3사분위 (3rd Quartile)	최대 (Max.)
LME					
HME					

DELEGATION PRINT

Q2-6

korean (Korea)

3.4 앞서 계산한 수치들을 요약하는 박스플랏(boxplot)을 그려라. 그림에서 저질량과 고질량 외계행성 모성의 유효온도값에 차이가 있는가? YES 혹은 NO로 답하라. 5.0pt



외계행성 종류 vs 모성의 유효온도 (K)

DELEGATION PRINT

Q2-7

korean (Korea)

일련번호	행성의 이름	행성 질량 $[M_J]$	모성의 T_{eff}

DELEGATION PRINT

Data Analysis

Q2-8

korean (Korea)

일련번호	행성 이름	행성질량 (M_J)	항성의 T_{eff} (K)
1	KEPLER-37 b	0.01	5520
2	KEPLER-21 b	0.02	6256
3	HD 97658 b	0.02	5468
4	HD 46375 b	0.23	5345
5	HD 219134 h	0.28	5209
6	HD 88133 b	0.30	5582
7	HD33283 b	0.33	5877
8	HD 149026 b	0.36	6096
9	BD-10 3166 b	0.46	5578
10	HD 75289 b	0.47	6196
11	HD 217014 b	0.47	5755
12	HD 2638 b	0.48	5564
13	WASP-13 b	0.49	6025
14	WASP-34 b	0.59	5771
15	HD 209458 b	0.69	5988
16	HAT-P-30 b	0.71	6177
17	WASP-76 b	0.92	6133
18	WASP-74 b	0.97	5727
19	HAT-P-6 b	1.06	6442
20	HD189733 b	1.14	5374
21	WASP-82 b	1.24	6257
22	KELT-7 b	1.29	6460
23	HD 149143 b	1.33	6067
24	KELT-3 b	1.42	6404
25	KELT-2A b	1.49	6164
26	HD86081 b	1.50	6015
27	HAT-P-7 b	1.74	6270
28	HD 118203 b	2.14	5847
29	HAT-P-14 b	2.20	6490
30	WASP-38 b	2.71	6178
31	HD17156 b	3.20	5985
32	KELT-6 c	3.71	6176
33	HD 75732 d	3.86	5548
34	HD 115383 b	4.00	5891
35	HD 120136 b	5.84	6210
36	WASP-14 b	7.34	6195
37	HAT-P-2 b	8.74	6439
38	XO-3 b	11.79	6281

DELEGATION PRINT

A2-1

korean (Korea)

자료분석 2: 항성과 외계행성 (75 점)

Part 1 (20 점).

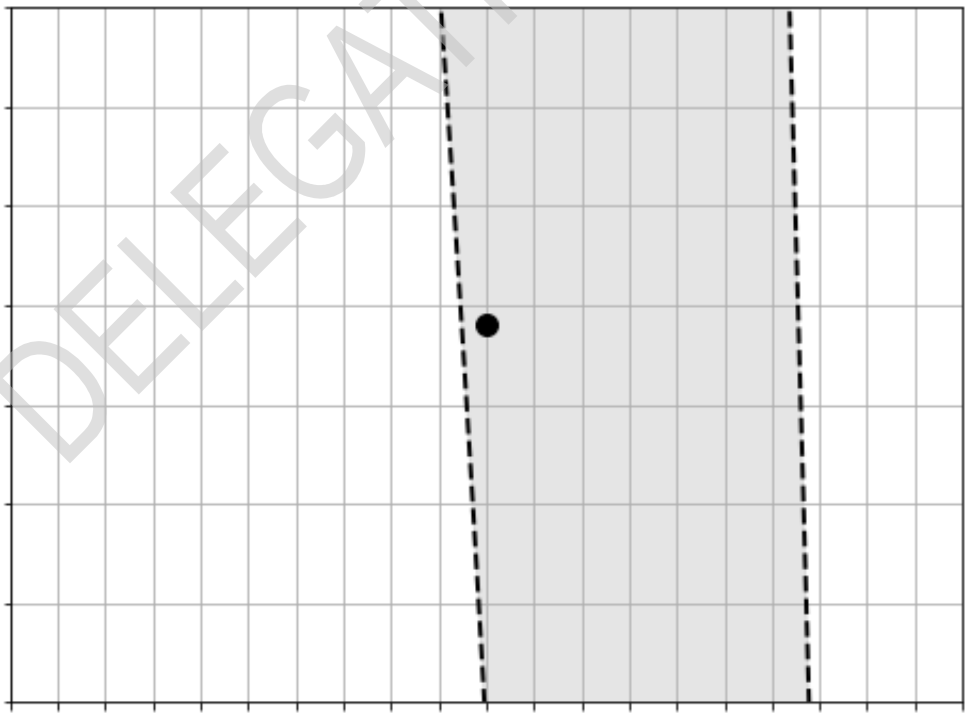
1.1 (20.0 pt)

항성의 광도	항성의 반지름	항성의 질량	행성 공전궤도 반지름의 평균치	행성의 반지름 (목성 반지름 단위)
$L_\star$ $[L_\odot]$	R $[R_\odot]$	$M_\star$ $[M_\odot]$	a $[au]$	R_p $[R_J]$

DELEGATION PRINT

Part 2 (25 점).

2.1 (15 pt)



2.2 (10.0 pt)

행성의 이름	서식가능지역에 있는가? YES/NO
Tayrona	
Iguaque	
Gorgona	
Amacayacu	
Malpelo	
Pisba	
Tatamá	

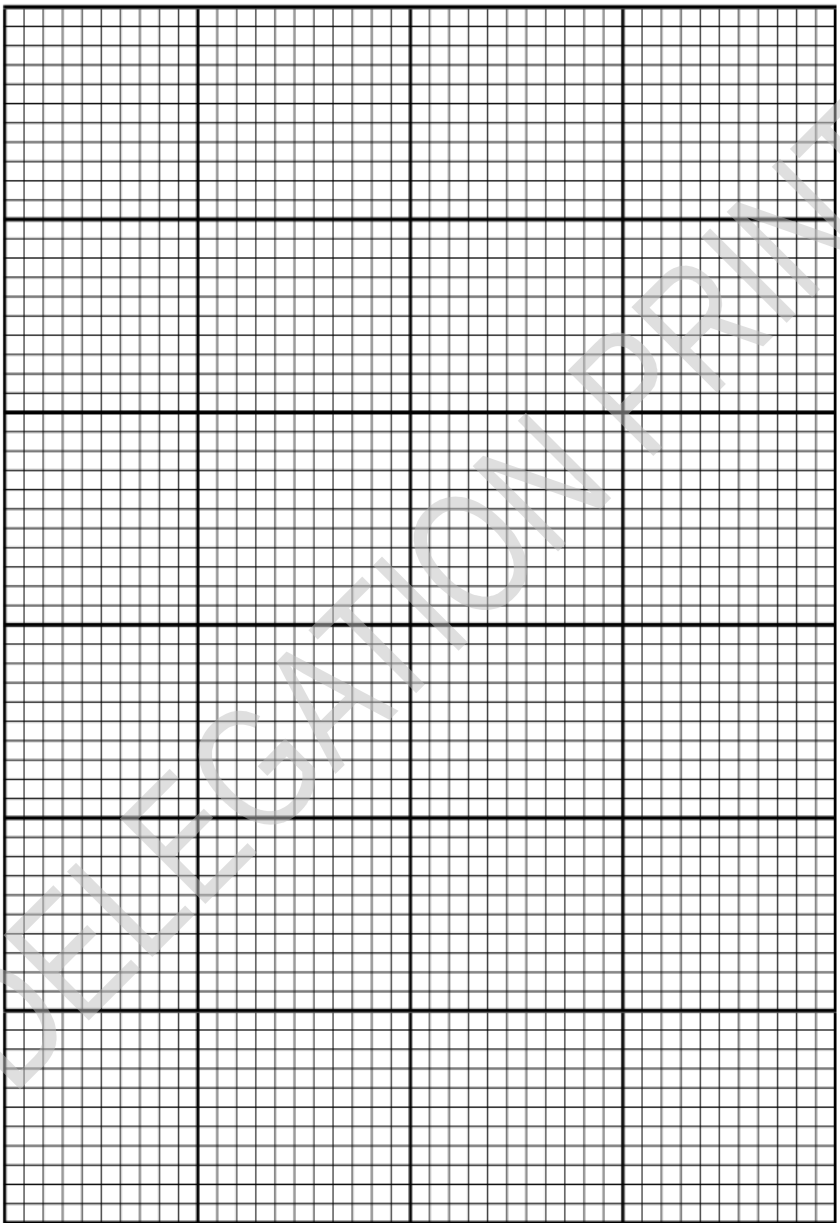
DELEGATION PRINT

Part 3 (30 점).

3.1 (10.0 pt)

저질량 샘플	샘플의 크기	μ	σ	$\mu+\sigma$	제거해야하는 행성의 갯수
전체 / 원래 표본	38				
1번째 부표본					
2번째 부표본					
최종 부표본		-	-	-	-

3.2 (5.0 pt)

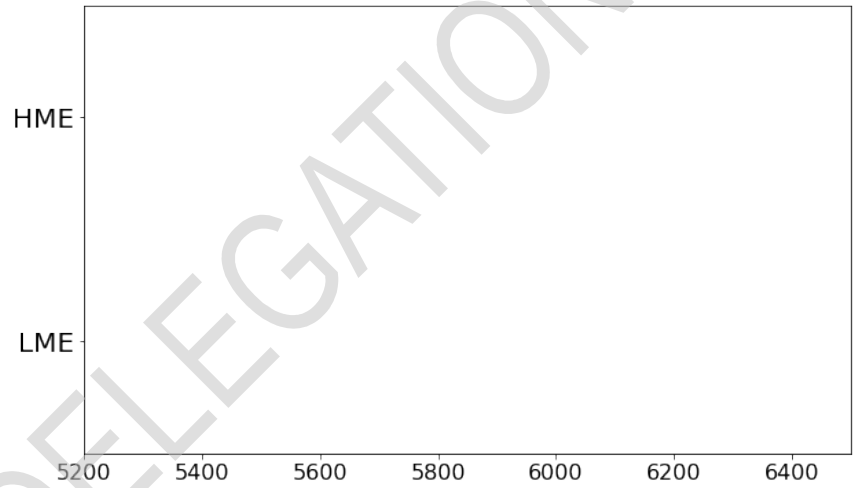


DELEGATION PRINT

3.3 (10.0 pt)

	최소 (Min.)	1사분위 (1st Quartile)	중앙값 (Median) 2사분위 (2nd Quartile)	3사분위 (3rd Quartile)	최대 (Max.)
LME					
HME					

3.4 (5.0 pt)



외계행성 종류 vs 모성의 유효온도 (K)

YES	NO

DELEGATION PRINT