2022-08-18
IOAA
Georgia

기본 지시사항

표지

- **시험 시작 전까지 봉투를 만지지 말 것.**
- 자료분석 시험은 3 시간이고, 총 150 점 만점.
- 답안지(**Answer Sheets**)는 자세한 풀이/대략적인 풀이를 위한 것이다. 각 답안지에 다음을 적어야 한다.
    - Student Code (Country Code 및 학생번호. **예: KOR-3**)
    - 문제 번호(Question Number)
    - 페이지 번호와 **이 문제**를 푸는 데 사용한 총 페이지 수.
- ***각 문제별로 새로운 답안지(Answer Sheet)에 작성을 시작할 것. 또한 양 면 중 인쇄된 면만을 사용할 것. 뒷면은 사용하지 말 것.*** 만약 적은 것이 있는데 채점되지 않기를 원한다면 선을 그어 지울 것.
- 채점관이 본인의 풀이를 이해하는 데 도움이 될 것 같은 수학적 표현을 가능한 많이 사용할 것. 채점관이 본인과 다른 언어 사용자일 수 있다는 것을 명심할 것. 만약 글로 설명해야 할 일이 있다면, 가능한 짧은 문구만 사용할 것 (가능한 영어로).
- 허가 없이 본인의 책상을 벗어날 수 없음. 도움이 필요한 경우 (계산기 고장, 화장실, 답안지 추가 필요 등), Help 카드를 이용해 감독관(proctor)에게 알릴 것.
- 시험의 시작과 종료는 감독관(proctor)이 알려줄 것. 추가로, 감독관(proctor)은 매 1 시간마다, 그리고 시험 종료 15 분 전에 남은 시간을 알려줄 것임.
- 시험이 끝다면 그 즉시 답안 작성을 멈추어야 함. 답안지들(Answer Sheets)을 문제 번호 순서대로 정렬하고, 전부 봉투 안에 다시 담을 것.
- 본인의 봉투가 수거될 때가지 본인 책상에서 대기할 것. 모든 봉투가 수거되면, 가이드가 시험장 밖으로 안내할 것임.
- 다음 페이지에는 상수들, 그리고 문제를 푸는 데 필요한 관계식들이 주어져 있음.

근본적 상수 Fundamental constants			
진공에서 빛의 속력 (speed of light in vacuum)	c	=	2.998×10^{8} m s^{-1}
플랑크 상수 (Planck constant)	h	=	6.626×10^{-34} J s
볼츠만 상수 (Boltzmann constant)	k_B	=	1.381×10^{-23} J K^{-1}
스테판–볼츠만 상수 (Stefan-Boltzmann constant)	σ	=	5.670×10^{-8} W m^{-2} K^{-4}
기본 전하 (Elementary charge)	e	=	1.602×10^{-19} C
만유인력 상수 (Universal gravitational constant)	G	=	6.674×10^{-11} N m^2 kg^{-2}
진공유전율 (Universal electric constant)	ε_0	=	$8.854\times10^{-12}\ m^{-3}kg^{-1}s^4A^2$
기체상수 (Universal gas constant)	R	=	8.315 J mol^{-1} K^{-1}
아보가드로 수 (Avogadro constant)	N_A	=	6.022×10^{23} mol^{-1}
빈의 변위 법칙 (Wien's displacement law)	$\lambda_m T$	=	2.898×10^{-3} m K
전자의 질량 (Mass of electron)	m_e	=	9.109×10^{-31} kg
양성자의 질량 (Mass of proton)	m_p	=	1.673×10^{-27} kg
중성자의 질량 (Mass of neutron)	m_n	=	1.675×10^{-27} kg
원자질량단위 (Atomic mass unit (a.m.u.))		=	1.661×10^{-27} kg

Astronomical data			
1 파섹 (parsec)	1 pc	=	3.086×10^{16} m
		=	206 265 au
		=	3.262 ly
1 천문단위 (astronomical unit) (au)	1 au	=	1.496×10^{11} m
1 잔스키(jansky)	1 Jy	=	10^{-26} W m^{-2} Hz^{-1}
허블 상수 (Hubble constant)	H_0	=	70 km s^{-1} Mpc^{-1}
태양 광도 (Solar luminosity)	$L_\odot$	=	3.826×10^{26} W
태양 겉보기 각크기 (Apparent angular diameter of Sun)	$\theta_\odot$	=	32’
태양 유효 온도 (Effective temperature of Sun)	$T_{eff,\odot}$	=	5778 K
적도–황도 기울기 (지구) (Obliquity of the ecliptic (Earth))	ε	=	23.5°
황도에 대한 달 궤도의 기울기 (Inclination of the lunar orbit w.r.t. ecliptic)		=	05°08’43”

보름달 겉보기 안시등급 (Apparent visual magnitude of full moon)		=	–12.74
황도의 북극 (North Ecliptic Pole) (J2000.0)	(α_E, δ_E)		($18^h00^m00^s$, +66°33’39”)
은하의 북극 (North Galactic Pole) (J2000.0)	(α_G, δ_G)		($12^h51^m26^s$, +27°07’42”)
1 항성일 (sidereal day)		=	$23^h56^m04^s$
1 회귀년 (tropical year)		=	365.2422 solar days
1 항성년 (sidereal year)		=	365.2564 solar days

태양 등급 (Solar magnitudes)

겉보기 안시 (Apparent visual)	=	–26.75
절대 안시 (Absolute visual)	=	+4.82
겉보기 복사 (Apparent bolometric)	=	–26.83
절대 복사 (Absolute bolometric)	=	+4.74

태양계 (Solar System)

천체	평균반경 (km)	질량 (kg)	궤도 장반경 (au)	이심률
태양 Sun	695 500	1.988×10^{30}	---	---
수성 Mercury	2 440	3.301×10^{23}	0.387	0.206
금성 Venus	6 052	4.867×10^{24}	0.723	0.007
지구 Earth	6 378	5.972×10^{24}	1.000 000	0.016 710
달 Moon	1 737	7.346×10^{22}	0.002 572	0.054 900
화성 Mars	3 390	6.417×10^{23}	1.524	0.093
목성 Jupiter	69 911	1.898×10^{27}	5.203	0.048
토성 Saturn	58 232	5.683×10^{26}	9.537	0.054
천왕성 Uranus	25 362	8.681×10^{25}	19.189	0.047
해왕성 Neptune	24 622	1.024×10^{26}	30.070	0.009

18 August 2022

IOAA

Georgia

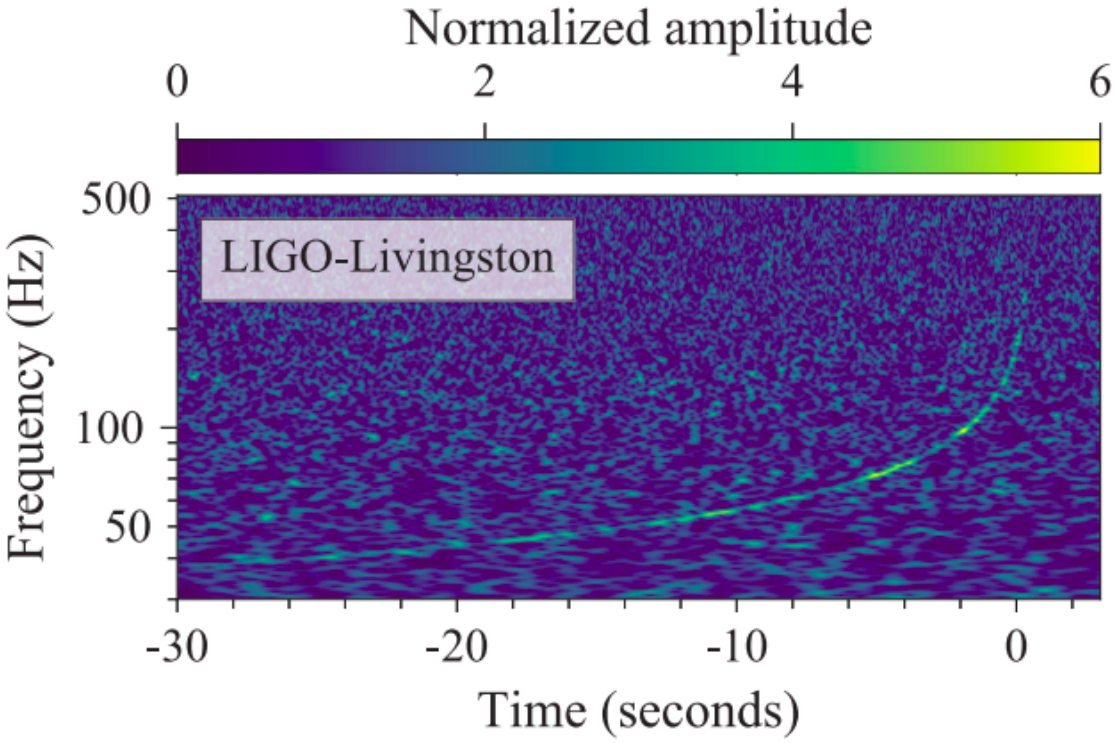
자료분석

Data Analysis

표지

1 중력파 천문학 (Gravitational wave astronomy; 45 points)

이 문제에서는 중력파 천체 GW170817 관측 자료에서 주파수 vs 시간 관계를 분석할 것이다. 이 천체는 LIGO로 관측된 첫 중성자성 쌍성계 병합사건이다.



1.1 그래프에서 데이터 추출하기 (Data from the graph)

(1.1.1) 한 축이 로그축인 그래프가 주어져 있다. 여기서 주파수와 시간 값을 추출할 것이다. 왼쪽 아래 구석을 원점 (0, 0)으로 정하고, 가로축 x를 cm 단위로 표현할 때, 실제 시간 값 t를 x에 대한 함수로 표현하는 일차함수(linear expression)식을 구하라. **(2pt)**

(1.1.2) 비슷하게, 수직축 y를 cm 단위로 표현할 때, 실제 주파수 값 f를 y에 대한 함수로 표현하는 식을 구하라. **(3pt)**

(1.1.3) 주어진 그래프에서 14 지점의 시간값과 그에 해당하는 주파수값을 읽어서 표로 정리하라. 최소한 한 지점의 주파수 값은 100 Hz보다 커야한다. **(7pt)**

1.2 계의 파라미터 계산 (Calculate system parameters)

시간에 따른 주파수 변화를 기술하는 가장 적절한 설명은 공전하는 두 질량 m_1과 m_2가 중력파를 방출하면서 나선형으로 감겨들어간다(in-spiralling)는 모델이다. 낮은 주파수에서 이러한 변화는 "chirp 질량"으로 묘사된다:

$$M_{chirp} = \frac{(m_1 m_2)^{3/5}}{(m_1 + m_2)^{1/5}} = \frac{c^3}{G}\left[\frac{5}{96}\pi^{-8/3} f^{-11/3}\dot{f}\right]^{3/5}$$

여기서 f와 $\dot{f}$는 관측된 주파수, 그리고 그 주파수의 시간변화율이고, G와 c는 만유인력상수와 광속이다.

(1.2.1) 위의 방정식에서 주파수를 시간에 대한 함수로 유도하라. **(3pt)**
Note: $x^n\dot{x} = k$이면, $\frac{x^{n+1}}{(n+1)} = kt + C$이다. 여기서 k, n, C 는 상수이다.