자료분석 시험 안내문

- 학생들은 **B** 라고 표시된 봉투를 받았습니다. 봉투에 인쇄된 참가자 코드를 확인하세요.
  봉투 안에 들어 있는 내용물:

  1. 영어 자료 분석 시험 안내문 및/또는
     (해당되는 경우) 한국어로 번역된 자료 분석 시험 안내문

  2. Data Sheet 및/또는
     (해당되는 경우) 한국어로 번역된 상수표

  3. 그래프 용지 세트

  4. 상세 풀이 답안지 Working Sheets 세트

  5. **S** 라고 표시된 봉투 한 개(봉투에 표시된 참가자 코드를 확인).

- **시험 시작을 알리는 호루라기가 불릴 때에만 봉투 S를 개봉하세요.**

- 봉투 **S** 안의 내용물:

  1. 영어 문제지 및/또는
     (해당되는 경우) 한국어로 번역된 문제지

  2. Summary Answersheet 세트.

- 시험 시간은 총 4시간.

- 자료분석 시험 문제 구성.

D01	= 90 점
D02	= 60 점
총:	150점

- **답변 작성 주의사항:**

  1. Summary Answersheet:

     - 각 문제마다 별도의 Summary Answersheet 이 제공됨.
       Summary Answersheet의 각 페이지에 참가자 코드를 기입.

     - 각 문제/소문제 각 부분에 대한 최종 답변은 Summary Answersheet 해당 문제 답변 상자에 작성해야 함.

  2. 그래프 용지:

     - 각 그래프 용지에 참가자 코드를 기입.

- 사용하는 그래프 용지마다 해당 그래프 번호(문제에 표시된 번호)를 Graph no.를 적는 칸에 기입. 그래프 번호가 적혀 있지 않는 그래프 용지는 채점되지 않음.
- 필요한 경우 그래프 용지 한 장을 추가 요청 가능.

3. Working Sheets:

- 자세한 풀이 과정은 Working Sheets에 작성해야 함.
- Working Sheet의 앞 뒤 양면에 참가자 코드를 적으시오.
- 새 문제 번호에 대한 풀이는 새 Working Sheet 용지 앞장에 작성 시작하시오. 맨 위에 있는 상자에 문제 번호를 기입.
- Working Sheets 양면에 풀이 과정을 기입하는 것은 가능.
  네모로 표시된 부분 안에만 풀이 과정을 작성.
- 채점에서 제외되어야 하는 풀이 과정은, 그 부분에 명확하게 취소선을 그어서 채점되지 않도록 함.
- 각 문제의 문제풀이에 사용한 페이지 번호를 Working sheet 상단에 있는 상자에 1부터 시작하여 적으세요(각 용지는 2페이지). 예를 들어, D01에 Working sheet를 1장만 사용하는 경우, 해당 working sheet의 앞면과 뒷면에는 각각 문제 번호와 페이지 번호가 "D01, 1"과 "D01, 2"로 표시되어야 합니다. 다음으로, D02에 working sheet를 2장 사용하는 경우, 첫 번째 working sheet에는 문제 번호와 페이지 번호가 "D02, 1"과 "D02, 2"로, 두 번째 working sheet에는 "D02, 3"과 "D02, 4"로 표시되어야 합니다.
- 필요한 경우 추가 Working sheets를 요구할 수 있음.
- **위에 지시된 대로 Working Sheets에 문제 번호와 각 문제에 사용한 페이지 번호를 표시하지 않을 경우 답변이 채점되지 않을 수 있음.**

- **시험이 끝나면:**
  - 사용된 모든 종이와 그래프 용지에 참가자 코드와 페이지 번호가 올바르게 작성되었는지 확인하세요.
  - 답안지 정리 방법:
    각 문제별로 해당 문제에 대한 Summary Answersheet(D01로 시작) 뒤에 그래프 용지와 해당 질문에 사용된 Working sheets가 나옵니다.
  - 마찬가지로 이후 문제들에 사용된 Summary Answersheet, 그래프 용지, Working Sheets를 순서대로 쌓으세요.
  - 위와 같이 답안 작성에 사용한 모든 용지를 정리하여 작은 봉투 **S** 에 넣으세요. Summary Answersheet는 해당 문제 풀이 여부와 관계없이 모두 봉투 **S** 에 넣으세요.
  - **작은 봉투 S 에 들어간 답안지에 적인 내용물들만 채점이 됩니다. 이 봉투 안에 넣지 않은 용지는 평가되지 않습니다.**
  - 작은 봉투 **S** 를 큰 봉투 **B** 안에 넣으세요.
  - 기타 모든 시트, 즉 안내문, 문제지, 상수표, 사용하지 않은 그래프 용지 및 Working sheets는 더 큰 봉투 **B** 에 직접 넣어야 합니다.

- 봉투 B 에 실 봉인을 묶습니다.
- 봉투 B 를 시험감독관에게 건네주세요. 녹색 카드와 빨간색 카드 외에는 테이블 위에 종이가 남아 있지 않도록 주의하세요.

- **일반 안내 사항:**
  - 시험 도중에 화장실에 가야 할 경우, 테이블 위에 놓인 녹색 카드를 들고 손을 들어주세요. 자원봉사자가 안내해 드립니다.
  - 시험 중에 다른 도움이 필요하면, 테이블에 놓인 빨간 카드를 들고 손을 들어주세요.
  - 답안지를 작성할 때는 검정색이나 파란색 펜만 사용하세요. 그림을 그릴 때는 그림 식별이 잘 되도록 진하고 검은 연필을 사용해서 그리세요.
  - 그래프를 그리려면 진한 연필을 사용해야 합니다.
  - 자세한 풀이과정 없이 최종 답이 주어질 경우 일부 점수가 감점될 수 있습니다.
  - 최종 답안의 유효 숫자가 부적절하거나, 단위가 없거나, 잘못된 단위가 있을 경우 일부 점수가 감점될 수 있습니다.
  - 계산에 필요한 기본 상수와 천문 상수값은 귀하에게 제공된 상수표의 값을 사용하세요

(D01) 외계행성 30년 기념문제 [90점]

이 문제에서는 외계행성 탐색의 두 가지 주요 방법인 시선속도(radial velocity)와 통과(transit)의 몇 가지 측면을 살필 것이다. 이 문제 전반에 걸쳐 우리는 태양형 별(S) 주위를 반지름 a를 가진 원형 궤도로 도는 단일 행성(P)의 특정 시스템을 고려할 것다. 우리는 이 시스템을 "SP 시스템"이라고 부른다.

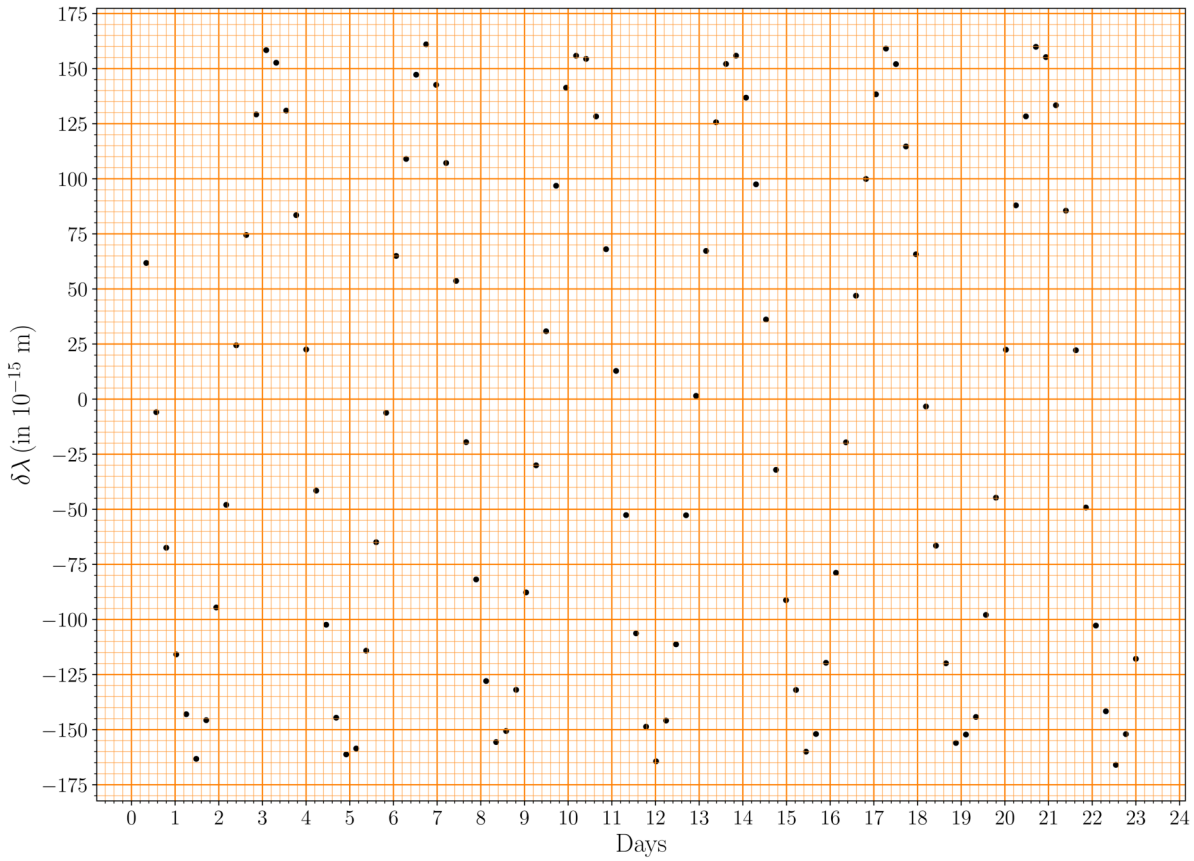
(D01.1) 별 S의 V-밴드 겉보기 등급은 7.65 ± 0.03 mag이며, 시차는 20.67 ± 0.05 밀리초각(milliarcsecond)이고, bolometirc correction 복사 보정(BC)은 −0.0650 mag이다. 따라서 이 별은 V-밴드 광도보다 더 높은 복사광도를 가지고 있다.

질량-광도 (M–L) 관계가 $L \propto M^4$ 형태라고 가정하고, 별의 질량 M_s (단위: $\mathrm{M}_\odot$)을 추정하시오. 또한 M_s의 불확실성을 추정하시오. 관계식 $\mathrm{d}\ln x/\mathrm{d}x = 1/x$이 필요할 것이다. **[8]**

시선 속도 (Radial Velocity) 방법

시선 속도 방법은 외계 행성을 탐지하고 그 특성을 결정하기 위해서 알려진 스펙트럼 선의 정지 파장 λ_0과 관측된 파장 λ_obs 사이의 도플러 이동 $\delta\lambda \equiv \lambda_\mathrm{obs} - \lambda_0$을 사용하는 방법이다.

아래 그림은 SP 시스템에서 관측된 Fe I 선 (λ_0 =543.45 × 10^{-9} m)의 $\delta\lambda$를 시간의 함수로 보여준다.



시선 속도 반진폭(semi-amplitude) K는 $K \equiv (v_{\mathrm{r,\,max}} - v_{\mathrm{r,\,min}})/2$로 정의되며, 여기서 $v_{\mathrm{r,\,max}}$와 $v_{\mathrm{r,\,min}}$은 각각 최대 및 최소 시선 속도이다. 원형 행성 궤도의 경우 반진폭 K는 다음과 같이 쓸 수 있다:

$$K = \left(\frac{2\pi G}{T}\right)^{1/3} \frac{M_\mathrm{p} \sin i}{(M_\mathrm{p} + M_\mathrm{s})^{2/3}}$$

여기서 T는 주기, i는 행성 궤도의 경사 (행성의 궤도면의 법선과 관측자의 시선 사이의 각도), M_p와 M_s는 각각 행성과 별의 질량이다.

(D01.2) 다음의 문제들에 답을 하기 위해서 Summary Answersheet에 있는 위와 동일한 ($90\,\mathrm{deg}$ 회전 되어 있는) 그래프를 사용하시오.

(D01.2a) 그래프에 표시된 관측 데이터를 연결하는 매끄러운 곡선(smooth curve)을 그리시오. **[2]**

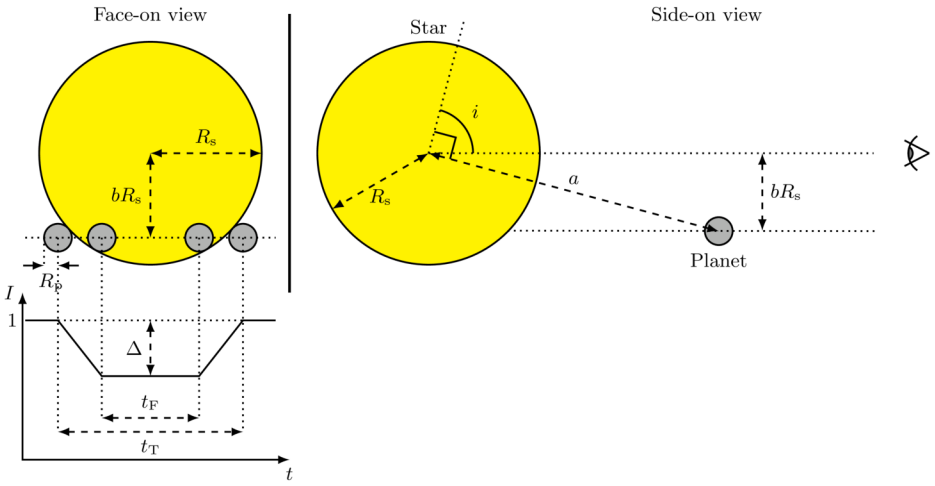
(D01.2b) 그래프에 그린 곡선에서 적절한 점들을 선택하고 적절한 방법을 사용하여 T와 K, 그리고 그들의 불확실성을 결정하시오. T와 K 결정을 위해 사용된 모든 데이터 포인트는 Summary Answersheet의 표에 표시되어야 한다. 답 작성에 사용되지 않은 표의 나머지 부분은 중간 계산이 필요할 때 적절한 header 정보를 표시하고 사용하시오. **[11]**

(D01.2c) $M_\mathrm{p} \ll M_\mathrm{s}$를 가정하여, 행성의 최소 질량 $M_\mathrm{p,min}$ (단위는 $\mathrm{M}_\odot$)과 불확실성을 구하시오. **[5]**

(D01.2d) (D01.2c)에서 추정한 $M_\mathrm{p,min}$ 값을 사용하여 행성 궤도의 장반축(semi-major axis)의 최소값 a_min을 au 단위로 계산하고 그 불확실성을 구하시오. **[4]**

통과(Transit) 방법 (주연감광 없는 경우)

행성 통과의 개략도가 아래에 표시되어 있다 (실제 비율에 맞지 않음). 처음에는 별의 원반이 별 자체의 고유한 (intrinsic) 노이즈를 포함한 균일한 평균 세기(intensity)를 가진다고 가정하자.



정규화된 세기 I의 광도 곡선은 시간 t의 함수로 위의 행성통과 개략도에 표시되어 있다. 행성통과가 발생하지 않는 상태에서의 별의 평균 세기는 1로 설정한다. 세기의 최대 감소는 정규화된 광도 곡선에서 Δ로 주어진다. 균일하게 밝은 별 원반의 경우, 행성의 반지름 R_p는 Δ와

$$\left(\frac{R_\mathrm{p}}{R_\mathrm{s}}\right)^2 = \Delta,$$

로 관계가 있으며, 여기서 R_s는 별의 반지름이다.

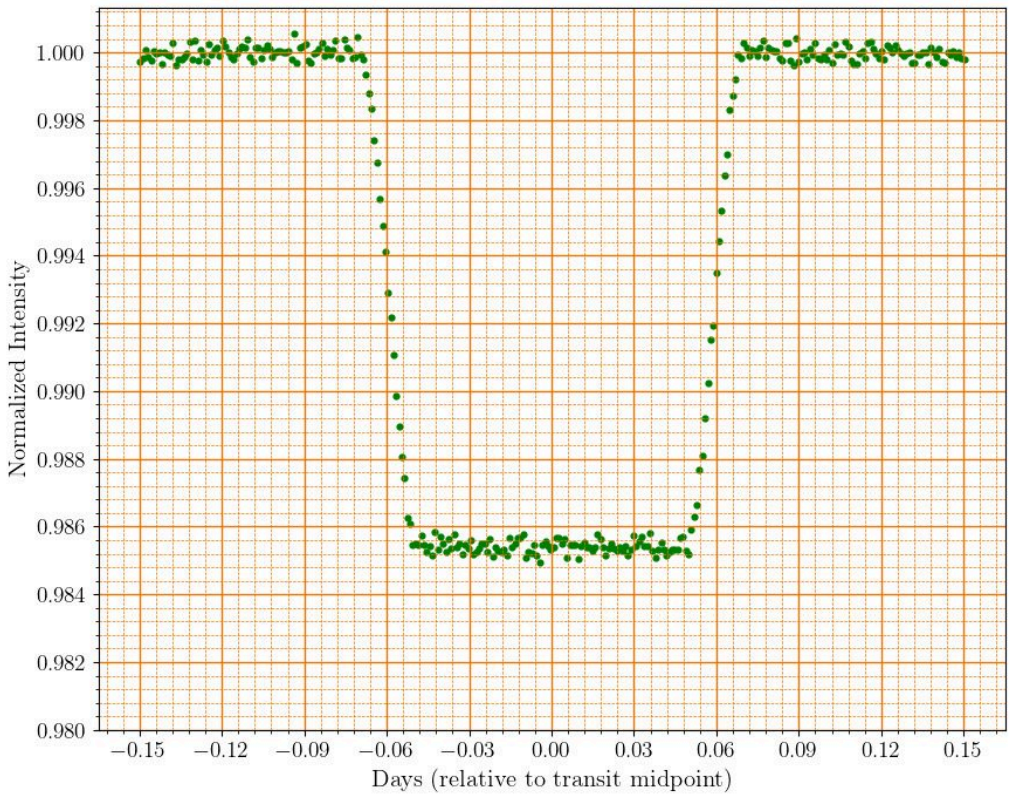
행성통과 총 지속 시간 (행성이 별 디스크를 부분적으로 또는 완전히 덮는 시간)은 t_T로 주어지며, t_F는 행성이 완전히 별 원반 앞에 있는 시간을 나타낸다. "충격 매개변수(impact parameter)" b는 통과 중간 지점에서 행성과 별 원반 중심 사이의 투영 거리로, 별 반지름 R_s 단위로 측정된다.

가장자리 근처에서 본 별-행성 궤도의 경우, 충격 매개변수는 다음 공식으로 주어진다

$$b = \left[\frac{(1-\sqrt{\Delta})^2 - (t_{\rm F}/t_{\rm T})^2(1+\sqrt{\Delta})^2}{1-(t_{\rm F}/t_{\rm T})^2} \right]^{1/2}$$

(D01.3) SP 시스템의 경우, 항성 반경은 $R_{\rm s} = 1.20 {\rm R}_\odot$로 알려져 있으며, 행성의 통과가 실제로 관측된다. ($D01.2d)에서 추정된 최소 궤도 반경 $a_{\rm min}$을 사용하여 경사각의 최소값 $i_{\rm min}$을 구하시오. **[3]**

균일한 밝기의 항성 원반를 가정하면, 통과 광도곡선은 아래와 같이 보일 것이다.



(D01.4) 주어진 광도곡선을 사용하여 다음 질문에 답하시오. 참고로 위의 광도곡선은 Summary Answersheet에도 제공되어 있다.

(D01.4a) 그래프 위에 $t_{\rm T}$와 $t_{\rm F}$의 값을 구하기 위해 어디를 읽어야 하는 지 적당한 표식을 하고 각 값을 일(day) 단위로 추정하시오. **[3]**

(D01.4b) 그래프 위에 Δ의 평균값을 추정하기 위해서 어디를 읽어야 하는 지 적당한 부분을 표시해 주고, 그 값을 추정하여 $R_{\rm p}$를 ${\rm R}_\odot$ 단위로 구하시오. **[2]**

(D01.4c) 궤도 반지름이 $a_{\rm min}$이라고 가정하여 i의 값을 도(degree) 단위로 결정하시오. **[2]**

주연감광(limb darkening) 소개

지금까지 우리는 별의 원반이 균일하게 밝다고 가정했다. 실제로 관측된 별의 원반의 밝기는 주연감광(limb darkening)이라는 광학적 효과로 인해 균일하지 않다. 이 효과는 별의 원반의 중앙 부분이 가장자리 또는 "림(limb)"보다 더 밝게 보이는 현상이다.

주연감광 효과는 상대 세기(relative intensity) $J(\theta) \equiv \frac{I(\theta)}{I(0)}$로 측정할 수 있다. 여기서 θ는 관측자와 별 표면의 한 지점을 연결하는 선과 그 지점의 법선 (the normal to the star) 사이의 각도이며, $I(\theta)$는 별 원반의 해당 지점

의 관측 세기이다. ($I(0)$는 별 원반의 중심에서의 세기) 먼 관측자에게는 θ가 $\theta = 0$ (원반의 중심)에서 $\theta \approx 90°$ (원반의 가장자리)까지 변한다.

(D01.5) 아래 표는 태양에 대한 특정 파장에서 측정된 $J(\theta)$를 제공한다. 우리는 별 S에 대해서도 동일한 주연감광 프로파일이 적용된다고 가정할 것이다.

θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$	θ	$J(\theta)$
0°	1.000	20°	0.971	40°	0.883	70°	0.595
10°	0.994	25°	0.950	50°	0.794	80°	0.475
15°	0.984	30°	0.943	60°	0.724	90°	0.312

주연감광 프로파일은 다음과 같은 이차식으로 모델링할 수 있다:

$$J(\theta) = 1 - a_1(1 - \cos\theta) - a_2(1 - \cos\theta)^2,$$

여기에서 a_1과 a_2는 두 개의 상수이다.

우리는 주어진 데이터를 사용하여 적절한 변수로 그래프를 그려서 미지의 계수 a_1과 a_2를 추정할 것이다.

(D01.5a) x 축과 y 축을 가지는 그래프를 그려서 a_1 및 a_2를 결정할 수 있도록, θ와 J의 적절한 함수가 될 수 있는 변수 쌍(순서쌍; a pair of variables) (x_1, y_1)을 선택해 보시오. 선택한 x_1 및 y_1의 표현식을 적어 보시오. **[2]**

만일 추가적인 플롯(plot)을 위한 추가적인 변수를 정의할 필요가 있는 경우라면, (x_2, y_2) 등으로 정의하시오.

(D01.5b) 그래프를 그릴 수 있도록 필요한 값을 표로 작성하시오. **[4]**

(D01.5c) 위에서 새로 정의한 변수쌍으로 주어진 그래프 용지에 그래프를 그리시오 (그래프를 "D01.5c"로 표시하시오). **[7]**

(D01.5d) 그린 그래프에서 a_1 및 a_2를 얻으시오. 값의 불확실성은 필요하지 않다. **[7]**

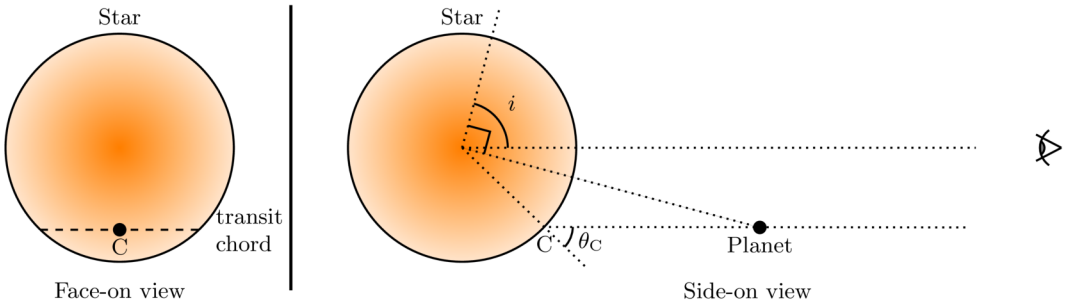
주연 감광이 있는 상태에서의 통과(transit)

이제 우리는 주연감광이 발생한 별의 원반를 가로지르는 행성의 통과를 고려할 것이다. 주연감광이 있는 상태에서는, 위에서 주어진 $J(\theta)$의 이차식으로 모델링할 것이며, 전체 별 원반의 평균 관측 세기 observed intensity(행성 통과가 없는 경우), $\langle I \rangle$는 다음과 같이 주어진다:

$$\langle I \rangle = \left(1 - \frac{a_1}{3} - \frac{a_2}{6}\right) I(0)$$

더 나아가, 통과하는 행성에 의해 발생하는 빛의 감소는 이제 행성과 별의 상대 크기, $\left(\frac{R_\mathrm{p}}{R_\mathrm{s}}\right)$ 뿐만 아니라, 통과 경로를 따라 별 원반의 세기 프로필에도 의존하게 되며, 이는 다시 경사각 i에 따라 달라진다.

아래의 개략도(비율에 맞게 그려지지 않음)는 해당 모습을 보여준다. 별의 더 밝은 부분은 더 진한 음영으로 표시되었으며, 행성은 검은 점으로 표시되어있다 .



여기서 $\left(\frac{R_p}{R_s}\right)$와 광도 곡선에서 측정된 Δ 사이의 관계는

$$\Delta = \frac{I(\theta_C)}{\langle I \rangle}\left(\frac{R_p}{R_s}\right)^2,$$

여기에서 $I(\theta_C)$는 통과 경로의 중간점(위 그림의 점 C)에서 별 원반의 세기이며, θ_C는 그 지점에서 표면에 수직인 선과 시선 사이의 각도이다. 위에서 알 수 있듯이, 주어진 별에 대해 동일한 Δ 값이 행성 크기 R_p와 경사각 i의 여러 조합에 의해 생성될 수 있다.

(D01.6) 두 파장, 예를 들어 λ_B (파랑) 및 λ_R (빨강)에서의 행성통과 광도곡선 데이터를 사용하여 R_p와 i를 고유하게 결정할 수 있다. 이 두 파장에 대한 주연감광 계수는 아래와 같다:

파장	a_1	a_2
λ_B	0.82	0.05
λ_R	0.24	0.20

(D01.6a) 다음 중 λ_B에 대한 최대 통과 깊이 Δ 와 궤도의 경사각 (i) 사이의 관계를 설명하는 올바른 진술을 선택하고 Summary Answersheet에 체크(✔)하시요. **[2]**

A. Δ 는 i가 감소함에 따라 증가한다.
B. Δ 는 i가 감소함에 따라 감소한다.
C. Δ 는 i와 무관하다.

(D01.6b) "SP 시스템"의 최대 통과 깊이 (Δ)는 λ_B와 λ_R에 대해 각각 0.0182와 0.0159로 측정되었다. **[4]**

주어진 격자(grid)에 λ_B와 λ_R의 개략적인 통과 광도곡선을 그리고, 각각의 곡선에 "B"와 "R"로 이름표를 적어라. 두 파장에서의 총 통과 지속시간이 동일하다고 가정하시오. 곡선은 비율에 맞출 필요는 없지만, 광도곡선의 형태를 정확하게 나타내야 한다.

(D01.7) 우리는λ_B와 λ_R에서의 Δ 측정값을 이용해서 SP 시스템에 대한 R_p 및 i의 값을 찾기 위해 그래프를 이용하는 방법 (graphical method)를 사용하고자 한다.

(D01.7a) 도표에 사용될 관련 변수들 사이의 관계식을 작성하시오 (힌트: 관련 변수 중 i 또는 b, 그리고 R_p를 고려할 수 있다.) **[6]**

(D01.7b) 그래프로 그릴 적합한 양들(quantities)을 표로 작성하시오. **[5]**

(D01.7c) 적절한 그래프를 그리고 "D01.7c"로 표시하시오. **[7]**

(D01.7d) 그래프로부터 $R_{\rm p}$ (단위: $\mathrm{R}_{\odot}$)와 i (단위: 도 degree)의 값을 추정하시오. **[4]**

(D01.8) 이 문제에서 얻은 결과를 바탕으로, 행성 P가 "암석형"인지 "가스형"인지 Summary Answersheet의 적절한 상자에 체크(✓)하여 표시하시오. **[2]**

(D02) 코로나 질량 방출의 지구 도달 시간 예측하기 [60점]

태양은 때때로 태양 표면에서 시작하여 바깥쪽으로 전파되는 코로나 질량 방출(CME)이라고 하는 자화 플라즈마(magnetized plasma)를 방출한다. 지구에 도달하는 시간을 정확하게 예측하는 것은 지구 궤도를 도는 위성에 대한 잠재적 영향을 이해하고 완화하는 데 매우 중요하다. 이 문제에서는 10개의 인공위성 데이터를 사용하여 경험적 모델을 개발하여 CME의 도착 시간을 예측하는 것을 목표로 한다. 이 문제 전체에서 태양 표면과 지구 사이의 거리는 $214\mathrm{R}_\odot$으로 채택한다 .

또한, 이 문제에서 태양이 자전하지 않는다고 가정하자. 전자기력, 중력, 항력(drag force)으로 인해 CME는 전파되는 동안 가속도의 변화를 겪는다. 이 문제의 처음 두 부분에서는 태양과 지구 사이의 영역이 진공 상태라고 가정한다.

진공 속의 CME.

(D02.1) 아래 표에는 10개의 CME에 대한 태양 표면($= 1\mathrm{R}_\odot$)에서의 초기 속도 u, 지구에 도달할 때의 최종 속도 v, 태양 표면을 떠난 후 지구에 도착하는 시간 τ (단위는 시 hours)이 주어져 있다.

CME	u	v	τ
Name	(km s^{-1})	(km s^{-1})	(h)
CME-A	804	470	74.5
CME-B	247	360	127.5
CME-C	523	396	103.5
CME-D	830	415	71.0
CME-E	665	400	104.5
CME-F	347	350	101.5
CME-G	446	375	99.5
CME-H	155	360	97.0
CME-I	1016	515	67.0
CME-J	683	410	54.0

(D02.1a) 각 CME에 대한 평균 가속도 a를 m s^{-2} 단위로 계산하시오. **[3]**

(D02.1b) CME의 가속도 a_{model}에 대한 경험적 모델은 초기 속도 u 에 따라 달라지는데, 그 식을 다음과 같이 가정한다. $a_{\mathrm{model}} = m\left(\frac{u}{u_0}\right) + \alpha$; 여기에서, a_{model} 은 m s^{-2} 단위로, u는 m s^{-1} 단위로, 그리고 $u_0 = 1.00 \times 10^3$ km s^{-1} 로 둔다.

적절한 그래프를 그려서 상수 m, α, 그리고 해당 상수들의 불확실성(uncertainties)을 결정하시오. (그린 그래프를 "D02.1b"로 표시하시오). **[15]**

(D02.1c) 각 CME에 대해, m s^{-2} 단위의 a_{model}에 대한 표를 작성하시오. 이제, 앞에서 계산한 가속도 a와 모델 값 a_{model} 사이 편차(deviation)의 평균제곱근(rms) δa_{rms}를 계산하시오. **[4]**

(D02.2) 초기 속도가 각각 u =1044 km s^{-1} 및 273 km s^{-1}인 CME-1과 CME-2라는 두 CME를 고려하자.

(D02.2a) (D02.1b)에서 얻은 경험적 모델을 이용하여 CME-1과 CME-2에 대해 각각의 지구 도달 시간의 예측값 $\tau_{1,\mathrm{m}}$ 및 $\tau_{2,\mathrm{m}}$ (시간 단위)을 계산하시오. **[4]**

(D02.2b) CME-1과 CME-2의 지구 도달 시간의 예측값은 각각 46.0 h와 74.5 h 이었다. 도달 시간의 예측값과 관측값의 차이가 관측값의 20% 이하일 경우, 특정 CME에 대한 경험적 모델이 유효하다고 할 수 있다. 그렇지 않으면 유효하지 않다. 각 CME에 대한 모델의 유효성을 Summary Answersheet의 적절한 상자에 체크(✓)하시오. **[2]**

태양풍에서의 CME

현실에서는 태양과 지구 사이의 공간이 태양풍으로 가득 차 있으며, 이는 CME에 항력(drag force)을 가한다. CME의 속도가 태양풍의 속도에 비해 빠르거나 느린지에 따라 항력은 CME의 속도를 감속시키거나 가속시킬 수 있다. 태양풍의 영향을 고려하기 위해, 우리는 $R_{\mathrm{obs}}(t) \geq R_0$인 거리에서 "drag-only(항력만 존재하는)" 모델을 사용할 것이다. 이때 R_0는 항력이 CME의 운동에 영향을 미치는 주된 힘(dominant force)이 되는 거리이다.

"drag-only" 모델에서 태양 표면으로부터의 거리 $R_{\mathrm{D}}(t)$와 CME의 속도 $V_{\mathrm{D}}(t)$는 다음과 같이 주어진다:

$$R_{\mathrm{D}}(t) = \frac{S}{\gamma}\ln\left[1 + S\gamma(V_0 - V_{\mathrm{s}})(t - t_0)\right] + V_{\mathrm{s}}(t - t_0) + R_0$$

$$V_{\mathrm{D}}(t) = \frac{V_0 - V_{\mathrm{s}}}{1 + S\gamma(V_0 - V_{\mathrm{s}})(t - t_0)} + V_{\mathrm{s}}$$

이때 $\gamma = 2 \times 10^{-8}$ km^{-1}, V_{s}는 태양풍의 일정한 속력(constant speed)이며, R_0와 V_0는 각각 시간 t_0에서의 거리와 속도이며, S는 부호 인자(sign factor)이다. $S = 1$은 $V_0 > V_{\mathrm{s}}$일 때, $S = -1$은 $V_0 \leq V_{\mathrm{s}}$일 때이다.

(D02.3) 아래 표는 두 CME, 즉 CME-3와 CME-4에 대해 태양 표면으로부터의 관측된 반지름 거리(radial distance) $R_{\mathrm{obs}}(t)$ (단위: $R_\odot$)를 시간 t (단위: hours)의 함수로 보여준다. 각 표의 마지막 데이터 포인트(D5 및 P8)는 각 CME의 지구 도달 시간(arrival time at Earth)을 나타낸다. 이 문제에서는 $V_{\mathrm{s}} = 330$ km s^{-1}로 가정한다.

CME-3		
Data point	t (in h)	$R_{\mathrm{obs}}(t)$ (in $\mathrm{R}_\odot$)
D1	0.200	6.36
D2	0.480	7.99
D3	1.22	11.99
D4	1.49	13.51
D5	58.05	214

CME-4		
Data point	t (in h)	$R_{\mathrm{obs}}(t)$ (in $\mathrm{R}_\odot$)
P1	1.00	4.00
P2	3.00	6.00
P3	4.00	9.00
P4	5.00	11.0
P5	21.0	43.0
P6	50.0	100
P7	85.0	170
P8	111	214

우리는 "drag-only" 모델이 이러한 CME의 도착 시간을 만족스럽게 예측하는지 평가할 것이다. 이 모델을 사용하려면 적절한 t_0, 그리고 이에 상응하는 R_0 및 V_0를 선택해야 한다.

(D02.3a) CME-3에 대해 다음 두 가지 경우를 고려하시오: **[6]**
(C1) t_0는 구간(interval) D1 – D2의 중점(midpoint)으로 설정된다.
(C2) t_0는 구간 D3 – D4의 중점으로 설정된다.
속도가 각 특정 구간 D1–D2 및 D3–D4에서는 일정하게 유지되지만, 두 구간 사이에는 다를 수 있다고 가정한다.

두 경우 각각에 대하여, t_0, R_0, 및 V_0를 사용하여 $t = 58.05$ h에서 반지름 거리(radial distance)의 관측값과 예측값의 차이 $\delta R_{\rm D} \equiv R_{\rm obs}(t) - R_{\rm D}(t)$를 $\mathrm{R}_\odot$ 단위로 계산하시오.

(D02.3b) (D02.3a)와 비슷한 과정을 따라서, CME-4에 대해 태양과 지구 사이의 P5, P6, P7, P8 에서의 $R_{\rm D}(t)$를 다음 두 경우에 대해 계산하시오: **[4]**

(C3) t_0는 구간 P1 – P2의 중점으로 설정된다.
(C4) t_0는 구간 P3 – P4의 중점으로 설정된다.

(D02.3c) CME-4의 두 경우 C3 와 C4에 대해, P5, P6, P7, P8에서의 $R_{\rm D}(t)$ ($\mathrm{R}_\odot$ 단위) vs t (hours 단위)를 플롯하시오 (그래프에 "D02.3c"로 표시하십시오). 동일한 그래프에서 두 경우에 대해 각 점을 통과하는 $R_{\rm D}(t)$의 매끄러운 곡선(smooth curve)을 그리시오. 이 부분에서는 x 축의 범위를 0에서 180 hr로 설정하시오. **[10]**

(D02.3d) 그래프를 이용하여, 각 경우 C3 및 C4에 대해, CME-4의 지구 도달 시간의 실제값과 drag-only(항력만 존재하는) 모델에서의 예측값 사이의 차이의 절댓값 $|\delta\tau|$를 추정하시오. **[4]**

(D02.3e) 다음 문장이 TRUE인지 FALSE인지 Summary Answersheet의 적절한 상자에 체크(✓)하시오 (설명 필요 없음): **[1]**
“태양풍에 의해 가해지는 항력(drag force)이 CME-4에 비해 CME-3에서 더 이른 시점부터 우세(dominant)하다."

(D02.4) D02.1 에서 10개의 CME에 작용하는 우세한 힘(dominant force)이 항력(drag force)이라고 고려하자. "drag-only(항력만 존재하는)" 모델이 태양 표면($R_0 = 1\,\mathrm{R}_\odot$)부터 모든 CME에 적용 가능하다고 가정하자. **[7]**
각 CME에 대해 태양풍 속도 $V_{\rm s}$를 km s^{-1} 단위로 추정하고 표에 작성하시오. 또한, 10개의 CME에 대해 평균 태양풍 속도(average solar wind speed) $V_{\rm s,avg}$를 추정하시오.