풀이

부분 1

이론:

액체 표면(그림 4)의 작은 질량 m을 생각하자.
동역학적 평형에서

$N\cos\theta = mg$

또

$N\sin\theta = mw^2x$

따라서:

$\tan\theta = \frac{w^2x}{g}$.

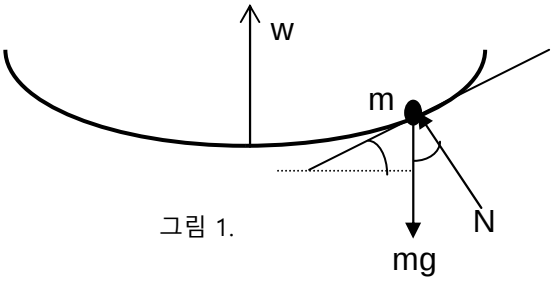


그림 1.

액체 표면의 모양은 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\tan\theta = \frac{dy}{dx}, \quad \frac{dy}{dx} = \frac{w^2x}{g}$$

그러므로

$$y = \frac{w^2x^2}{2g} + y_0$$

여기서 y_0는 x = 0에서의 높이이다.

어떤 점 $x = x_0$에서 액체의 높이 h_0는 돌지 않을 때와 같다.
이 경우,

$$h_0 = y_0 + \frac{w^2x_0^2}{2g} \qquad (1)$$

또,

$$x_0^2 = \frac{2g(h_0 - y_0)}{w^2}.$$

액체의 부피가 일정하므로,

$$\pi R^2 h_0 = \int y(2\pi x dx) = 2\pi\int (y_0 + \frac{w^2x^2}{2g})xdx,$$

$$y_0 = h_0 - \frac{w^2R^2}{4g} \qquad (2)$$

식 1과 식 2에서 다음을 얻는다

$$x_0 = \frac{R}{\sqrt{2}}.$$

실험:

2R(mm)	*x_0(mm)*	*h_0(mm)*	*H(mm)*
145	51	30	160

H-h_0=130 mm

느린 속력에서는 10T를, 빠른 속력에서는 15T–20T를 잰다.

쓰는 식: $\tan(2\theta) = \frac{x}{H - h_0}$ 또 $w = \frac{2\pi}{T}$.

2R(mm)	x_0(mm)
145	51

h_0(mm)	H(mm)	H-h_0(mm)
30	160	130

x(mm)	10T(s)	w(rad/s)	tan(2θ)	θ(rad)	θ(deg)	tan(θ)	w^2(rad/s)^2	
11	21.34	2.94	0.08	0.04	2.4	0.04	8.67	
20	15.80	3.98	0.15	0.08	4.4	0.08	15.81	
26	14.22	4.42	0.20	0.10	5.7	0.10	19.52	
30	12.99	4.84	0.23	0.11	6.5	0.11	23.40	
40	11.74	5.35	0.31	0.15	8.6	0.15	28.64	
51	10.45	6.01	0.39	0.19	10.7	0.19	36.15	
56	9.90	6.35	0.43	0.20	11.7	0.21	40.28	
65	9.40	6.68	0.50	0.23	13.3	0.24	44.68	
70	9.08	6.92	0.54	0.25	14.2	0.25	47.88	
85	8.39	7.49	0.65	0.29	16.6	0.30	56.08	
100	7.71	8.15	0.77	0.33	18.8	0.34	66.41	
112	7.43	8.46	0.86	0.36	20.4	0.37	71.51	
132	7.00	8.98	1.02	0.40	22.7	0.42	80.57	
61.4	11.19	6.20	0.47	0.21	11.98	0.21	41.51	평균

마지막 줄은 오차 계산에만 쓴다.

그림 5의 기울기는 0.0052 (s/rad)²이며, 이로부터

$$g = \frac{x_0}{\text{기울기}} = \frac{5.1}{0.0052} = 980\ \text{cm/s}^2.$$

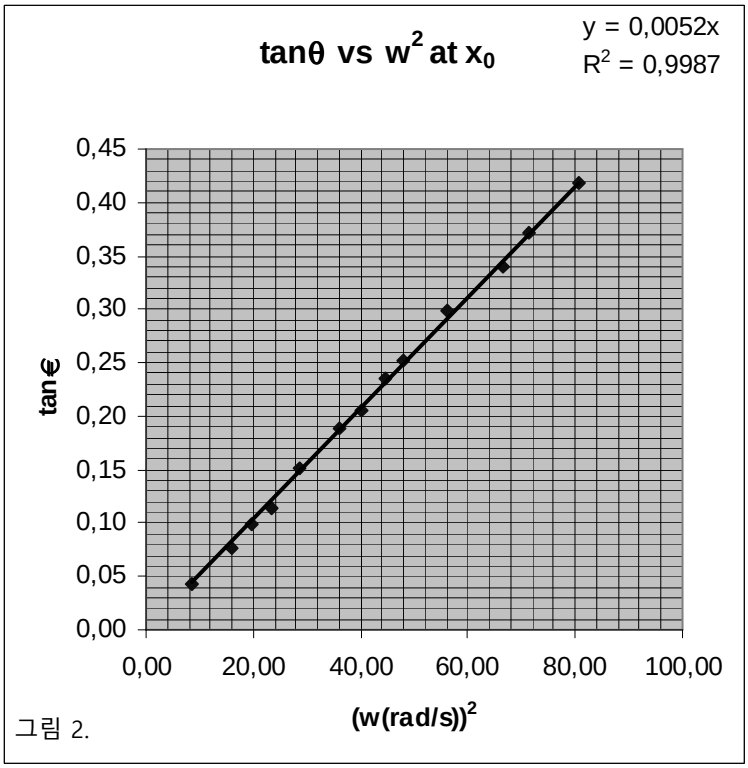


그림 2.

오차 계산 (가능한 방법):

$$g = \frac{w^2 x_0}{\tan\theta}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{4\left(\frac{\Delta w}{w}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_0}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta(\tan\theta)}{\tan\theta}\right)^2} \quad \frac{\Delta w}{w} = \frac{\Delta T}{T}$$

$$\frac{\Delta(\tan\theta)}{\tan\theta} \approx \frac{\Delta\theta}{\theta}$$

(표에서 tanθ ≅ θ이므로)

$$\theta \approx \frac{x}{H - h_0}, \frac{\Delta\theta}{\theta} = \sqrt{\left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H + \Delta h_0}{H - h_0}\right)^2}$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{4\left(\frac{\Delta T}{T}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_0}{x_0}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x}{x}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H + \Delta h_0}{H - h_0}\right)^2}$$

H = 160 mm, ΔH = 1 mm, h_0 = 30 mm, Δh_0 = 1 mm, x_{av} = 61.4 mm, Δx_{av} = 1 mm, T_{av} = 1.1 s, ΔT = 0.01 s, x_0 = 51 mm, Δx_0 = 1 mm 값을 쓰면

g = 980±34 cm/s²

- 최소 제곱법으로는 다음 결과를 얻는다:

  g = 982 cm/s², 표준 편차 σ = 33 cm/s²

- 데이터의 선형 회귀로 ω²에 대한 tanθ의 기울기는 0.052이고 표준 오차는 5.14×10^{-5}이다. 따라서:

$$\frac{\Delta g}{g} = \sqrt{\left(\frac{\Delta(slope)}{\text{기울기}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta x_0}{x_0}\right)^2} = 0.02$$

g = 980±20 cm/s²

부분 2a

H(mm)	10T(s)	w(rad/s)	lnw	$H-h_0$(mm)	$\ln(H-h_0)$
158	10.31	6.09	0.784921	128	2.107
209	13.19	4.76	0.677935	179	2.253
190	11.70	5.37	0.729994	160	2.204
150	9.80	6.41	0.806954	120	2.079
129	9.21	6.82	0.83392	99	1.996
119	8.75	7.18	0.856172	89	1.949
110	8.10	7.76	0.889695	80	1.903

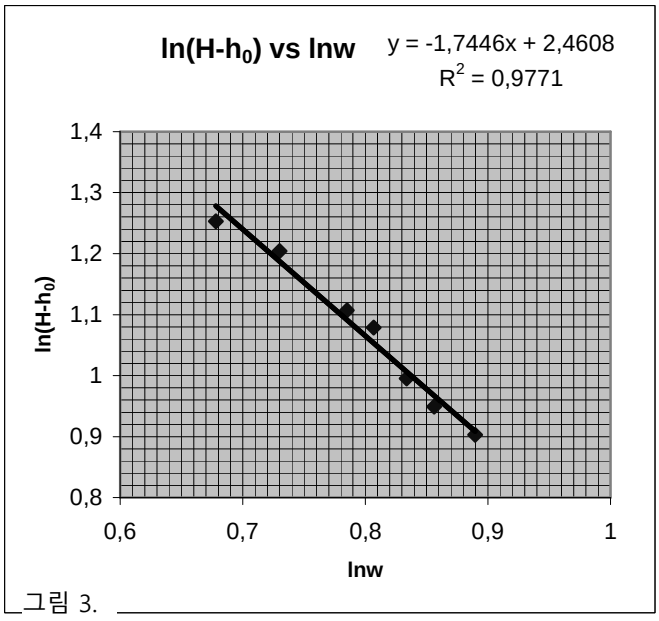


그림 3.

따라서 초점 거리는 ω에 다음과 같이 의존한다

$$f = Aw^n ,$$

또

$$n \sim -1.7.$$

$1/\omega^2$에 대한 $H-h_0$의 그래프도 올바른 그래프로 인정한다.

부분 2b

ω 범위(rad/s)	방향	크기의 변화	상
ω=0	ER		V
0<ω<8.2* 0<ω<6.3**	ER	D	V
8.2<ω<14.6* 6.3<ω<14.0**	INV	I	R
14.6<ω<ω_{max}* 14.0<ω<ω_{max}**	ER	NC	V

* H = 110 mm일 때
** H = 240 mm일 때

ω 값은 H, h_0 등의 처음 값에 따라 달라진다.

학생에게는 H 값 하나에서의 측정만 요구된다.

부분 3

파장 측정

격자와 화면은 모두 공기 중에 있다. 수직 입사.

화면에서 격자까지의 거리 : L
화면에 보이는 회절 점 사이의 거리 : x
회절 차수 : m

- L= 225 mm, x_{av}=77 mm for m=±1 d=1/500 mm

$$\tan\alpha = \frac{x_{av}}{L} = \frac{77}{225}$$

$$\lambda = \frac{1}{500}\sin\alpha = 647\,\text{nm}$$

- L= 128 mm, x_{av}=44 mm for m=±1, d=1/500 mm

$$\tan\alpha = \frac{44}{128}$$

$$\lambda = \frac{1}{500}\sin\alpha = 650\,\text{nm}$$

- L= 128 mm, x_{av}=111 mm for m=±2, d=1/500 mm

$$\tan\alpha = \frac{111}{128}$$

$$\lambda = \frac{1}{2x500}\sin\alpha = 655\,\text{nm}$$

λ의 평균값은 λ_{av} = 651 nm이다.

굴절률 측정

2R=145 mm

굽은 화면에서 잰 점 사이의 거리 = Rα

$R\alpha_{av}$ = 17 mm for m=±1 α_{av} = 0.234 rad

다음을 쓰면 $n = \frac{m\lambda}{d\sin(\alpha)}$, 다음을 얻는다 n=1.40

화면의 곡률을 무시하면:

$$\tan\alpha = \frac{17}{72.5}$$

$$\alpha = 13.20^{\circ}$$

$$n = \frac{\lambda}{d\sin(\alpha)} = \frac{651(nm)}{\frac{1}{500}(mm)x10^{6}\sin(\alpha)} = 1.43$$

실험 경연 채점 기준

부분 1 — 7.5점

- 식 1의 유도 — 1.0점
- 주기 측정으로 ω 계산 — 1.0점

  느린 속력에서는 10T로 충분
  빠른 속력에서는 20T를 기대 — -0.2점
  단위 빠짐 — -0.2점

- 각 ω에서 tan2θ, tanθ 계산 — 1.0점
  tan2θ 계산 — 0.5점
  tanθ 계산 — 0.5점

- ω^2에 대한 tanθ의 그래프 — 1.5점
  이름과 단위가 있는 축 — 0.4점
  가장 잘 맞는 직선 긋기 — 0.5점
  넓은 ω 범위에서 서로 다른 데이터 6개 이상 — 0.6점

  측정 수 5: — -0.2점
  측정 수 4: — -0.4점
  측정 수 3 이하: — -0.6점

- 계산 — 2.0점
  단위와 함께 기울기 계산 — 1.0점
  g 계산 — 1.0점

  만점:
  $9.3<g<10.3\ m/s^2$ *(±5% error)*
  g 값에 따라 총점 7.5에서 깎는 점수:
  $10.3<g<10.5 m/s^2$, $9.1<g<9.3 m/s^2$ — -0.5점
  $8.8<g<9.1\ m/s^2$, $10.3<g<10.8\ m/s^2$ — -1.0점
  위 범위 밖 — -1.5점

- 오차 계산 — 1.0점

부분 2a

5.5점

- ω에 대한 H 측정 0.6점
  주기 측정으로 ω 계산 0.4점

  느린 속력에서는 10T로 충분
  빠른 속력에서는 20T를 기대 -0.2점
  H–ω 표 0.2점

- ω에 대한 F의 그래프 2.4점
  $F = H - h_0$ 계산 0.5점
  축 이름이 있는 그래프 0.8점
  가장 잘 맞는 직선 긋기 0.5점
  넓은 ω 범위에서 서로 다른 데이터 6개 이상 0.6점

  측정 수 5: -0.2점
  측정 수 4: -0.4점
  측정 수 3 이하: -0.6점

- 계산 2.5점
  단위와 함께 기울기 계산 1.0점
  의존성 $F \propto 1/\omega^2$ 1.5점

부분 2b

3.5점

- 표의 바른 항목마다 0.25점

부분 3

3.5점

(다른 차수에서 3번 이상 측정해야 한다)

- 파장 측정 1.2점
  거리 측정과 각 계산 0.6점
  λ 계산 0.6점

  총점 1.2에서 깎는 점수:
  λ가 600–700 nm 범위 밖이면 -0.4점
  측정이 3번보다 적으면 -0.4점

- n 측정 2.3점
  거리 측정과 각 계산 0.6점
  λ/n임을 깨닫기 0.8점
  n 계산 0.9점

  총점 2.3에서 깎는 점수:
  n이 1.3–1.6 범위 밖이면 -0.4점
  측정이 3번보다 적으면 -0.4점