제37회 국제물리올림피아드
싱가포르

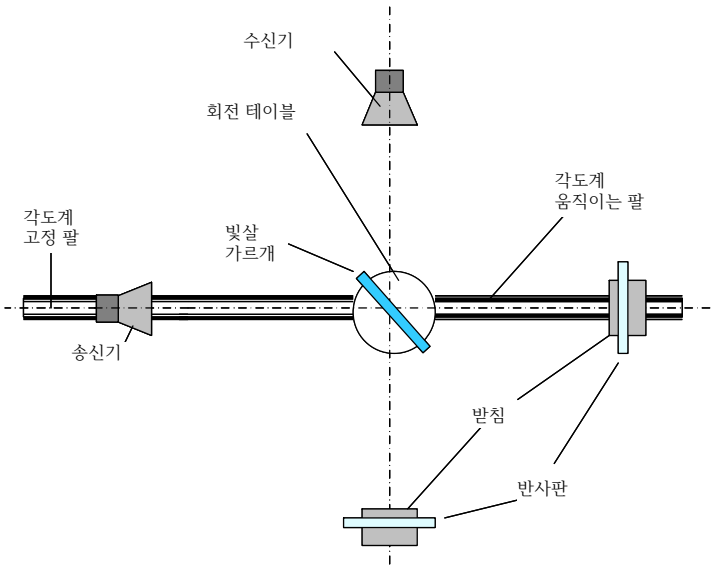
실험 경연

2006년 7월 12일 (수)

모범 답안

파트 1

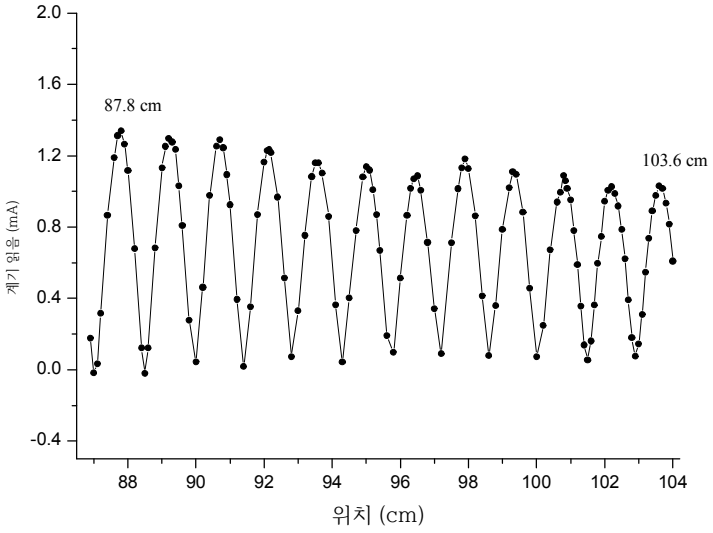
a. 실험 장치의 스케치(요구하지 않음)



b. 데이터 표(요구하지 않음)

위치 (cm)	계기 읽음 (mA) (mA)	위치 (cm)	계기 읽음 (mA) (mA)	위치 (cm)	계기 읽음 (mA) (mA)	위치 (cm)	계기 읽음 (mA) (mA)
104.0	0.609	100.9	1.016	96.0	0.514	91.0	0.925
103.9	0.817	100.85	1.060	95.8	0.098	90.9	1.094
103.8	0.933	100.8	1.090	95.6	0.192	90.8	1.245
103.7	1.016	100.7	0.994	95.4	0.669	90.7	1.291
103.6	1.030	100.6	0.940	95.3	0.870	90.6	1.253
103.5	0.977	100.4	0.673	95.2	1.009	90.4	0.978
103.4	0.890	100.2	0.249	95.1	1.119	90.2	0.462
103.3	0.738	100.0	0.074	95.0	1.138	90.0	0.045
103.2	0.548	99.8	0.457	94.9	1.080	89.8	0.278
103.1	0.310	99.6	0.883	94.7	0.781	89.6	0.809
103.0	0.145	99.4	1.095	94.5	0.403	89.5	1.031
102.9	0.076	99.3	1.111	94.3	0.044	89.4	1.235
102.8	0.179	99.2	1.022	94.1	0.364	89.3	1.277
102.7	0.392	99.0	0.787	93.9	0.860	89.2	1.298
102.6	0.623	98.8	0.359	93.7	1.103	89.1	1.252
102.5	0.786	98.6	0.079	93.6	1.160	89.0	1.133
102.4	0.918	98.4	0.414	93.5	1.159	88.8	0.684
102.3	0.988	98.2	0.864	93.4	1.083	88.6	0.123
102.2	1.026	98..0	1.128	93.2	0.753	88.5	-0.020
102.1	1.006	97.9	1.183	93.0	0.331	88.4	0.123
102.0	0.945	97.8	1.132	92.8	0.073	88.2	0.679
101.9	0.747	97.7	1.015	92.6	0.515	88.0	1.116
101.8	0.597	97.5	0.713	92.4	0.968	87.9	1.265
101.7	0.363	97.2	0.090	92.2	1.217	87.8	1.339
101.6	0.161	97.0	0.342	92.15	1.234	87.7	1.313
101.5	0.055	96.8	0.714	92.1	1.230	87.6	1.190
101.4	0.139	96.6	1.007	92.0	1.165	87.4	0.867
101.3	0.357	96.5	1.087	91.8	0.871	87.2	0.316

101.2	0.589	96.4	1.070	91.6	0.353	87.1	0.034
101.1	0.781	96.3	1.018	91.4	0.018	87.0	-0.018
101.0	0.954	96.2	0.865	91.2	0.394	86.9	0.178
104.0	0.609	100.9	1.016	96.0	0.514	91.0	0.925
103.9	0.817	100.8	1.060	95.8	0.098	90.9	1.094
103.8	0.933	100.8	1.090	95.6	0.192	90.8	1.245
103.7	1.016	100.7	0.994	95.4	0.669	90.7	1.291
103.6	1.030	100.6	0.940	95.3	0.870	90.6	1.253
103.5	0.977	100.4	0.673	95.2	1.009	90.4	0.978
103.4	0.890	100.2	0.249	95.1	1.119	90.2	0.462
103.3	0.738	100.0	0.074	95.0	1.138	90.0	0.045
103.2	0.548	99.8	0.457	94.9	1.080	89.8	0.278
103.1	0.310	99.6	0.883	94.7	0.781	89.6	0.809
103.0	0.145	99.4	1.095	94.5	0.403	89.5	1.031
102.9	0.076	99.3	1.111	94.3	0.044	89.4	1.235
102.8	0.179	99.2	1.022	94.1	0.364	89.3	1.277
102.7	0.392	99.0	0.787	93.9	0.860	89.2	1.298
102.6	0.623	98.8	0.359	93.7	1.103	89.1	1.252
102.5	0.786	98.6	0.079	93.6	1.160	89.0	1.133
102.4	0.918	98.4	0.414	93.5	1.159	88.8	0.684
102.3	0.988	98.2	0.864	93.4	1.083	88.6	0.123
102.2	1.026	98.0	1.128	93.2	0.753	88.5	-0.020
102.1	1.006	97.9	1.183	93.0	0.331	88.4	0.123
102.0	0.945	97.8	1.132	92.8	0.073	88.2	0.679
101.9	0.747	97.7	1.015	92.6	0.515	88.0	1.116
101.8	0.597	97.5	0.713	92.4	0.968	87.9	1.265
101.7	0.363	97.2	0.090	92.2	1.217	87.8	1.339
101.6	0.161	97.0	0.342	92.15	1.234	87.7	1.313
101.5	0.055	96.8	0.714	92.1	1.230	87.6	1.190
101.4	0.139	96.6	1.007	92.0	1.165	87.4	0.867
101.3	0.357	96.5	1.087	91.8	0.871	87.2	0.316
101.2	0.589	96.4	1.070	91.6	0.353	87.1	0.034
101.1	0.781	96.3	1.018	91.4	0.018	87.0	-0.018
101.0	0.954	96.2	0.865	91.2	0.394	86.9	0.178



그래프(요구하지 않음)나 다른 방법으로, 첫 번째 극대점과 12번째 극대점의 위치를 87.8 cm와 103.6 cm로 잰다.

파장은 다음과 같이 계산한다

$$\frac{\lambda}{2} = \frac{103.6 - 87.8}{11}\,\text{cm}$$

1.8점

따라서 $\lambda = 2.87$ cm.

오차 분석

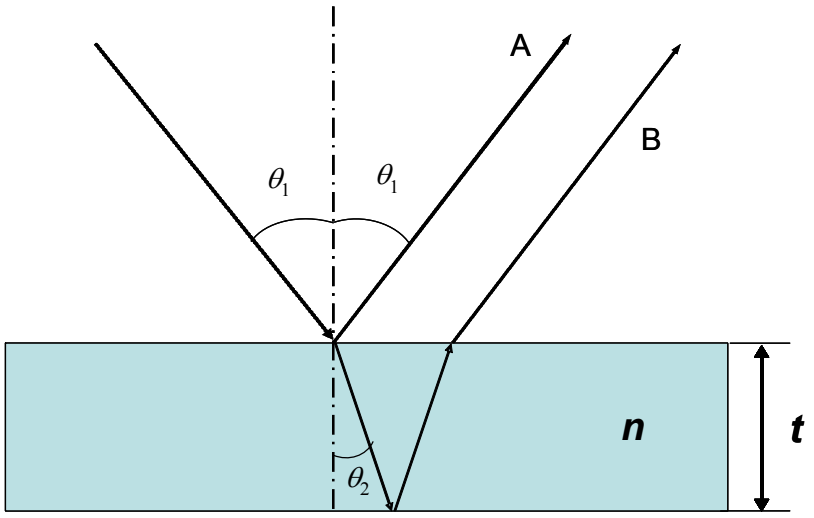
$$\lambda = \frac{2}{11}d\,, \qquad \Delta d = 0.05 \text{ x2 cm} = \ 0.1 \text{ cm.}$$

$$\left|\Delta\lambda\right| = \left|\frac{2}{11}\Delta d\right| = \frac{2}{11}\times 0.10 = 0.018 \quad cm < 0.02 \quad cm$$

0.2점

파트 2

(a) 간섭 조건의 유도



박막의 두께를 t, 굴절률을 n이라 하자. θ_1을 입사각, θ_2를 굴절각이라 하자. 광로의 차 ΔL은

$$\Delta L = 2(nt/\cos\theta_2 - t\tan\theta_2 \sin\theta_1)$$

굴절 법칙:

$$\sin\theta_1 = n\sin\theta_2$$

따라서

$$\Delta L = 2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta_1}$$

반사 빛살에 대해 공기-박막 경계면에서의 180°(π) 위상 이동을 고려하면, 간섭 조건은 다음과 같다:

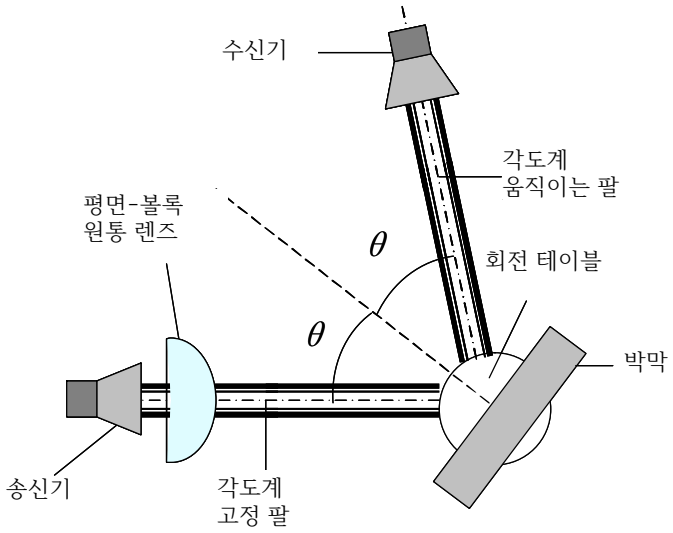
$$2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}_{\min} = m\lambda \quad (m = 1,2,3,...) \qquad \text{상쇄 봉우리}$$

그리고 $$2t\sqrt{n^2 - \sin^2\theta}_{\max} = (m \pm \frac{1}{2})\lambda \qquad \text{보강 봉우리}$$

1점

두께 t와 파장 λ를 알면, I-θ_1 스펙트럼(I는 간섭한 빛살의 세기)으로부터 박막의 굴절률을 구할 수 있다.

(b) 실험 장치의 스케치



1점

학생은 2쪽의 표지를 써야 한다.

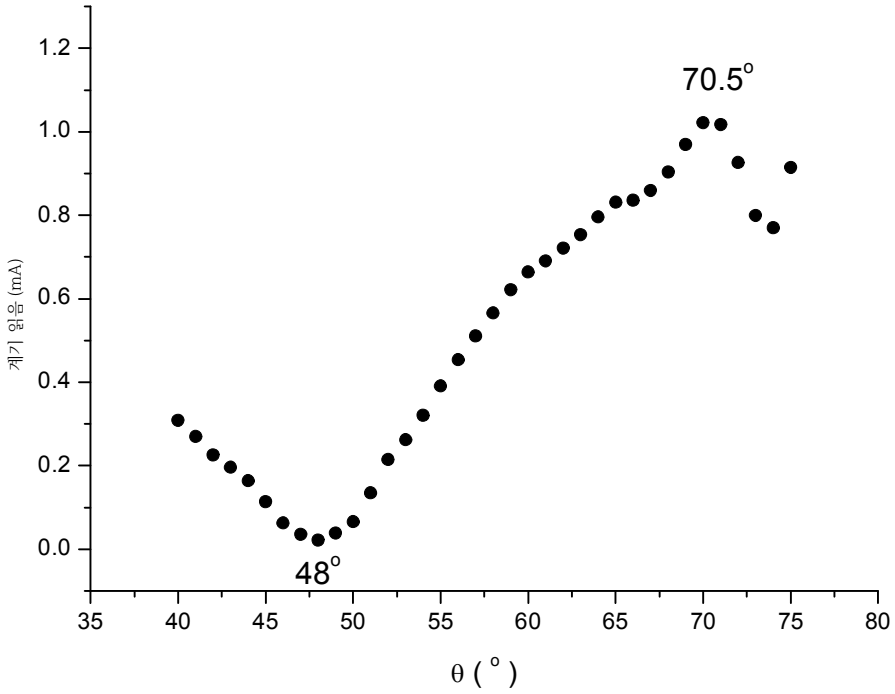
(c) 데이터

X: θ_i / 도	Y: 계기 읽음 S/mA
40.0	0.309
41.0	0.270
42.0	0.226
43.0	0.196
44.0	0.164
45.0	0.114
46.0	0.063
47.0	0.036
48.0	0.022
49.0	0.039
50.0	0.066
51.0	0.135
52.0	0.215
53.0	0.262
54.0	0.321
55.0	0.391
56.0	0.454
57.0	0.511

58.0	0.566
59.0	0.622
60.0	0.664
61.0	0.691
62.0	0.722
63.0	0.754
64.0	0.796
65.0	0.831
66.0	0.836
67.0	0.860
68.0	0.904
69.0	0.970
70.0	1.022
71.0	1.018
72.0	0.926
73.0	0.800
74.0	0.770
75.0	0.915

0.5점

불확도: 각 $\Delta\theta_1 = \pm 0.5^o$, 전류: ±0.001 mA



데이터에서 $\theta_{\min}$ 과 $\theta_{\max}$ 은 각각 48°와 70.5°에서 찾을 수 있다.

0.9점

굴절률을 계산하려고 다음 식들을 쓴다:

0.6점

$$2t\sqrt{n^2-\sin^2 48^o}=m\lambda \quad (m=1,2,3,...) \qquad (1)$$

그리고 $$2t\sqrt{n^2-\sin^2 70.5^o}=(m-\frac{1}{2})\lambda \qquad (2)$$

이 실험에서 t = 5.28 cm, λ = 2.85 cm(다른 방법으로 잼)이다.

연립 방정식 (1)과 (2)를 풀면 다음을 얻는다

$$m=\frac{\sin^2 70.5^o-\sin^2 48^o}{(\frac{\lambda}{2t})^2}+0.25$$

$$m=4.83 \longrightarrow m=5$$

1점

(1)에 m = 5를 대입하면 n = 1.54를 얻는다

(2)에 m = 5를 대입해도 n = 1.54를 얻는다

0.5점

오차 분석:

$$n=\sqrt{\sin^2\theta+(\frac{m\lambda}{2t})^2}$$

$$\Delta n=\frac{1}{\sqrt{\sin^2\theta+(\frac{m\lambda}{2t})^2}}(\sin 2\theta\bullet\Delta\theta+\frac{m^2\lambda}{2t^2}\Delta\lambda-\frac{m^2\lambda^2}{2t^3}\Delta t)$$

$$=\frac{1}{n}(\sin 2\theta\bullet\Delta\theta+\frac{m^2\lambda}{2t^2}\Delta\lambda-\frac{m^2\lambda^2}{2t^3}\Delta t)$$

Δθ = ±0.5° = ±0.0087 rad, Δt = ±0.05 cm, Δλ = ±0.02 cm, θ = 48°로 잡으면

$$\Delta n=\frac{1}{1.54}(0.0087\sin 96^o+\frac{5^2\times 2.85}{2\times 5.28^2}\times 0.01+\frac{5^2\times 2.85^2}{2\times 5.28^3}\times 0.05)\approx 0.02$$

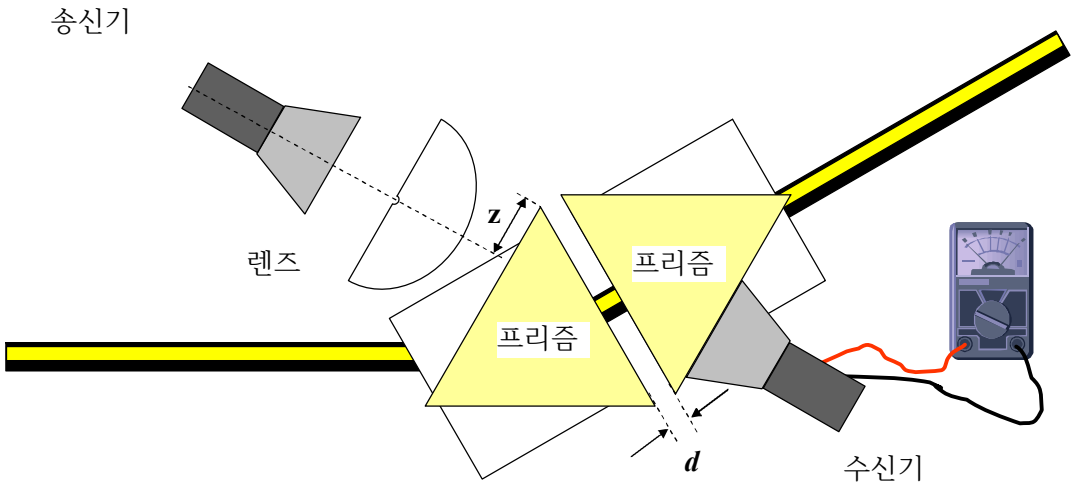
따라서 $\boxed{n+\Delta n=1.54\pm 0.02}$

0.5점

파트 3

모범 답안

과제 1
최종 실험 장치를 스케치하고 모든 부품을 2쪽의 표지로 나타내시오. 스케치에 거리 z(그림 3.2 참조)를 적으시오. z는 프리즘 꼭짓점에서 송신기 중심축까지의 거리이다.



(학생은 2쪽의 표지를 써야 한다.)

과제 2
데이터를 표로 정리하시오. 실험을 두 번 하시오.

데이터

X: d(cm)	ΔX(cm)	1회 S_1 (mA)	2회 S_2(mA)	S평균 (mA)	ΔS(mA)#	I_t (mA)^{2*}	Δ(I_t)$^{\$}$	Y: ln(I_t (mA)^2)	ΔY$^{\&}$
0.60	0.05	0.78	0.78	0.780	0.01	0.6080	0.016	-0.50	0.03
0.70	0.05	0.68	0.69	0.685	0.01	0.4690	0.014	-0.76	0.03
0.80	0.05	0.58	0.59	0.585	0.01	0.3420	0.012	-1.07	0.03
0.90	0.05	0.50	0.51	0.505	0.01	0.2550	0.010	-1.37	0.04
1.00	0.05	0.42	0.42	0.420	0.01	0.1760	0.008	-1.74	0.05
1.10	0.05	0.36	0.35	0.355	0.01	0.1260	0.007	-2.07	0.06
1.20	0.05	0.31	0.31	0.310	0.01	0.0961	0.006	-2.34	0.06
1.30	0.05	0.26	0.25	0.255	0.01	0.0650	0.005	-2.73	0.08
1.40	0.05	0.21	0.22	0.215	0.01	0.0462	0.004	-3.07	0.09

ΔS = 0.01 mA (각 전류 측정 세트마다)

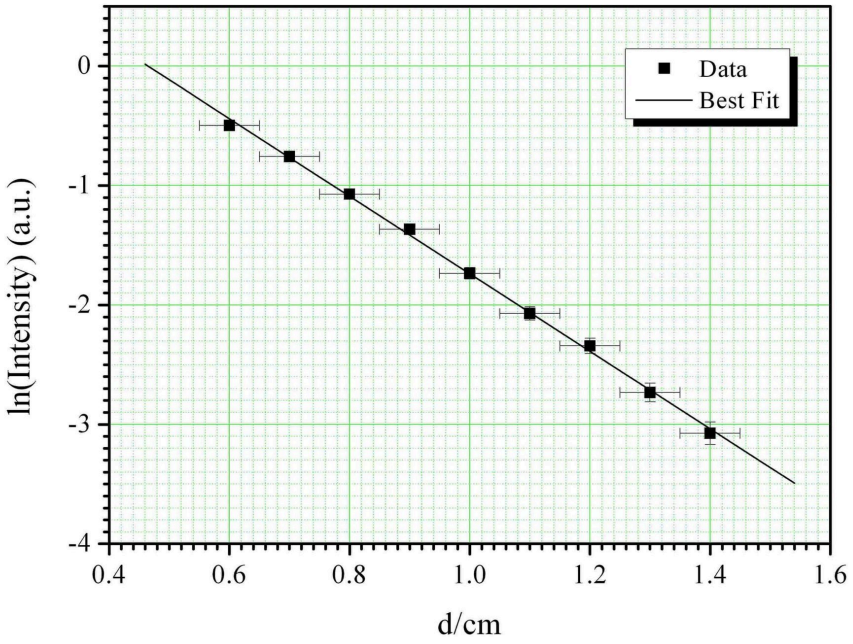
* S^2은 세기 I_t에 비례

$ $\Delta(S^2) = \Delta I_t = 2S \times \Delta S$

& $\Delta Y = \Delta(\ln I_t) = \Delta(I_t)/I_t$

과제 3

알맞은 그래프를 그려 오차 분석과 함께 프리즘의 굴절률 n_1을 구하시오. 프리즘의 굴절률 n_1과 그 불확도 $\triangle n_1$을 주어진 답안지에 적으시오.



최소제곱 맞춤

X = d(cm)	ΔX(cm)	Y = ln(I_t)	ΔY	ΔY^2	XY	X^2	Y^2
0.60	0.05	-0.50	0.03	0.001	-0.298	0.360	0.247
0.70	0.05	-0.76	0.03	0.001	-0.530	0.490	0.573
0.80	0.05	-1.07	0.03	0.001	-0.858	0.640	1.150
0.90	0.05	-1.37	0.04	0.002	-1.230	0.810	1.867
1.00	0.05	-1.74	0.05	0.002	-1.735	1.000	3.010
1.10	0.05	-2.07	0.06	0.003	-2.278	1.210	4.290
1.20	0.05	-2.34	0.06	0.004	-2.811	1.440	5.487
1.30	0.05	-2.73	0.08	0.006	-3.553	1.690	7.469
1.40	0.05	-3.07	0.09	0.009	-4.304	1.960	9.451
ΣX =		ΣY =	ΣΔY =	$\Sigma(\Delta Y)^2$ =	ΣXY =	ΣX^2 =	ΣY^2 =
9.00		-15.648	0.469	0.029	-17.596	9.600	33.544

식 $I_t = I_0 \exp(-2\gamma d)$의 양변에 자연로그를 취하면 다음을 얻는다:

$$\ln(I_t) = -2\gamma d + \ln(I_0)$$

이것은 y = mx + c 꼴이다.

기울기를 계산하려고 다음 식을 썼다. 여기서 N은 데이터 점의 수이다:

$$m = \frac{N\sum(XY) - \left(\sum X\right)\left(\sum Y\right)}{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2} = -3.247$$

개별 Y 데이터 값의 표준 편차 σY를 계산하려고 다음 식을 썼다:

$$\sigma_Y = \sqrt{\frac{\sum(\Delta Y)^2}{N-2}} = 0.064$$

따라서 기울기의 표준 편차를 계산할 수 있다:

$$\sigma_m = \sigma_Y \sqrt{\frac{N}{N\sum X^2 - \left(\sum X\right)^2}} = 0.082$$

기울기로부터:

$$2\gamma = 3.247 \pm 0.082$$
$$\approx 3.25 \pm 0.08$$

다음을 써서:

$$n_1 = \frac{\sqrt{k_2^2 + \gamma^2}}{k_2 \sin\theta_1}$$

여기서 $\theta_1 = 60^\circ$, $k_2 = 2\pi/\lambda \approx 2.20$ (앞 파트에서 구한 파장 $\lambda = (2.85 \pm 0.02)$ cm를 씀)으로 다음을 얻는다:

$$\boxed{\begin{aligned} n_1 \pm \Delta n_1 &= 1.434 \pm 0.016 \\ &\approx 1.43 \pm 0.02 \end{aligned}}$$

n_1의 굴절률에 대한 오차 분석

$$\Delta n_1 = \frac{d}{dk_2}\left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta k_2 + \frac{d}{d\gamma}\left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta\gamma$$

$$\Delta n_1 = \left[\frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{-1/2}}{\sin\theta_1} - \frac{\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{1/2}}{k_2^2\sin\theta_1}\right]\Delta k_2 + \left[\frac{\gamma\left(k_2^2+\gamma^2\right)^{-1/2}}{k_2\sin\theta_1}\right]\Delta\gamma$$

$$= 0.016$$

$$\approx 0.02$$

여기서:

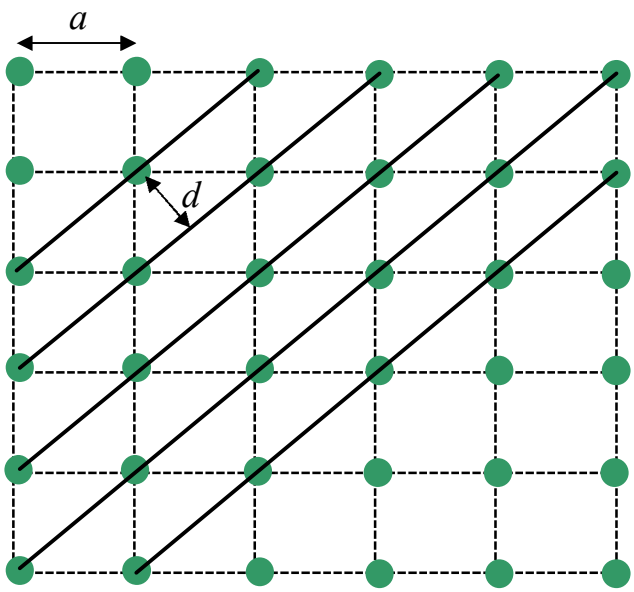
$$\Delta k_2 = -\frac{2\pi}{\lambda^2}\Delta\lambda = -0.015$$

주: 다른 오차 분석 방법도 인정한다.

파트 4

과제 1

단순 정사각 격자를 위에서 본 그림.



0.5점

그림 4.1: 격자 상수 a와 대각면의 면 사이 간격 d를 나타낸 단순 정사각 격자의 개략도.

브래그 법칙 유도

회절 봉우리가 관찰되는 데 필요한 조건:

1. 입사각 = 산란각.
2. 경로 차가 파장의 정수배와 같다.

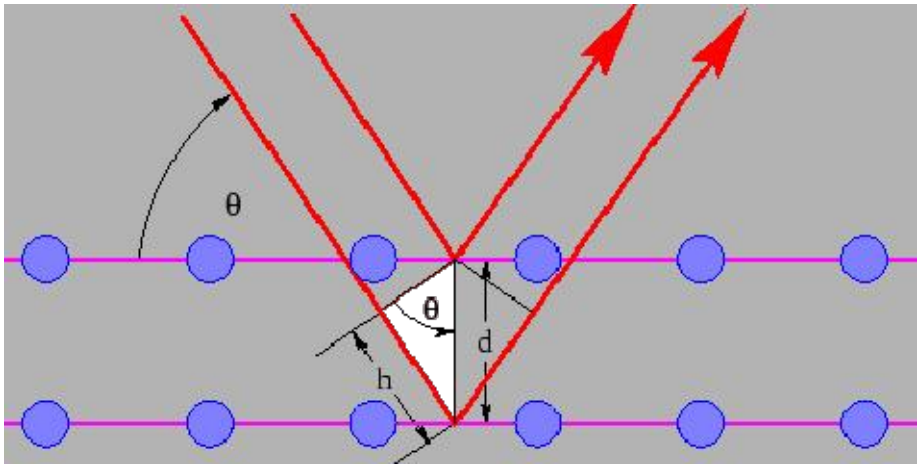


그림 4.2: 브래그 법칙 유도를 위한 개략도.

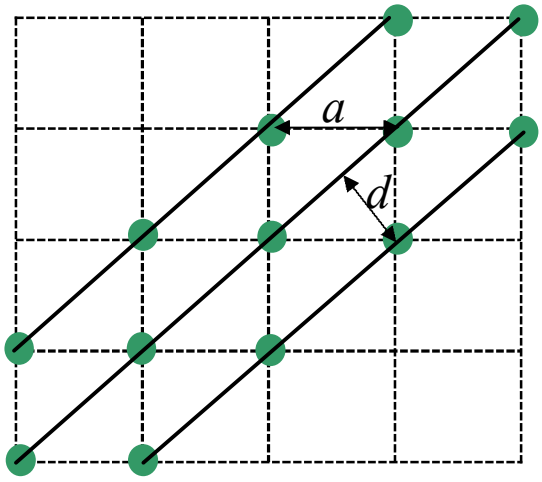
$h = d \sin\theta$ (1).

경로 차는 다음과 같다,

$2h = 2d \sin\theta$ (2).

회절이 일어나려면 경로 차가 다음을 만족해야 한다,

$\boxed{2\, d \sin\theta = m\lambda,}$ $m = 1, 2, 3...$ (3).



0.5점

그림 4.3 실험에 쓴 격자의 그림(이 그림은 요구하지 않음)

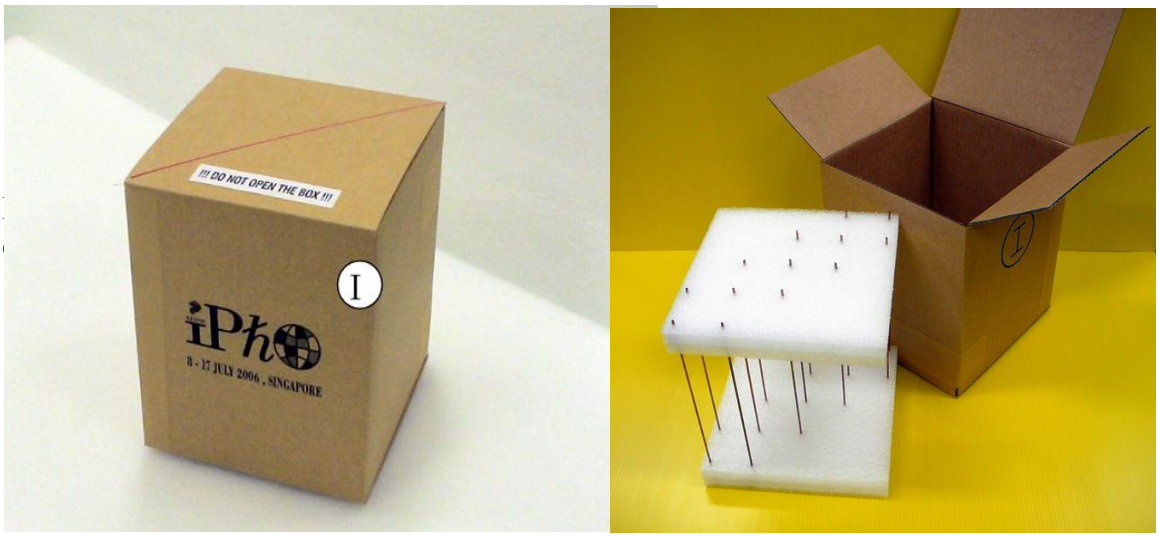
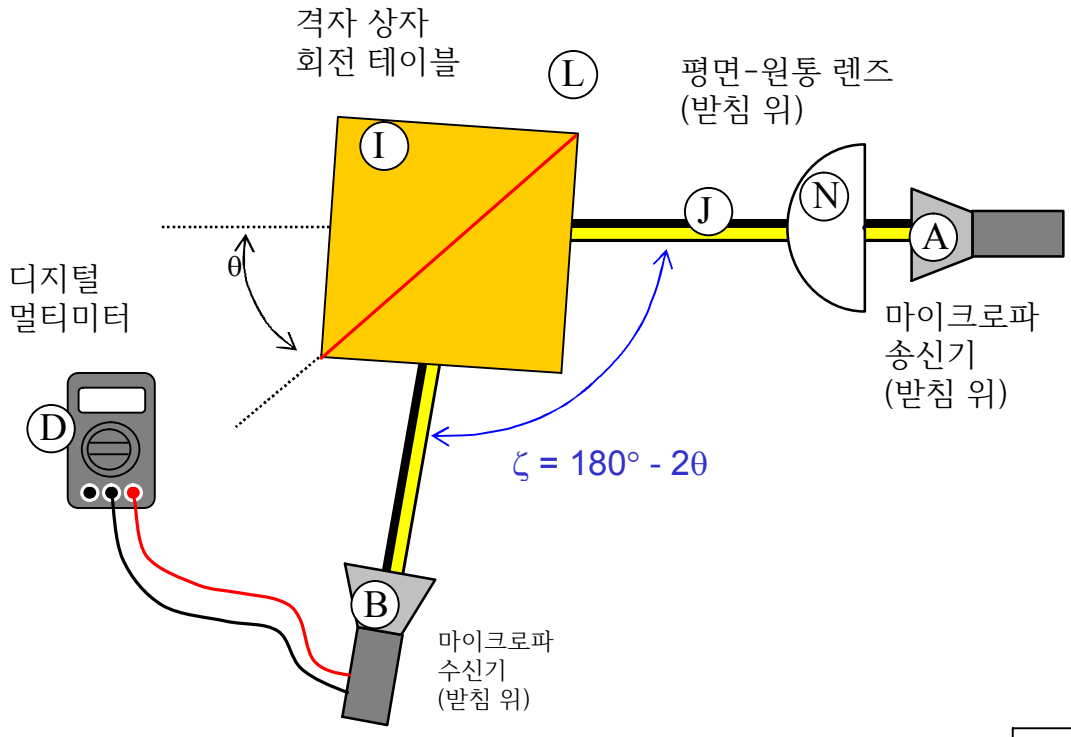


그림 4.4 실험에 쓴 실제 격자(요구하지 않음)

과제 2 (a)



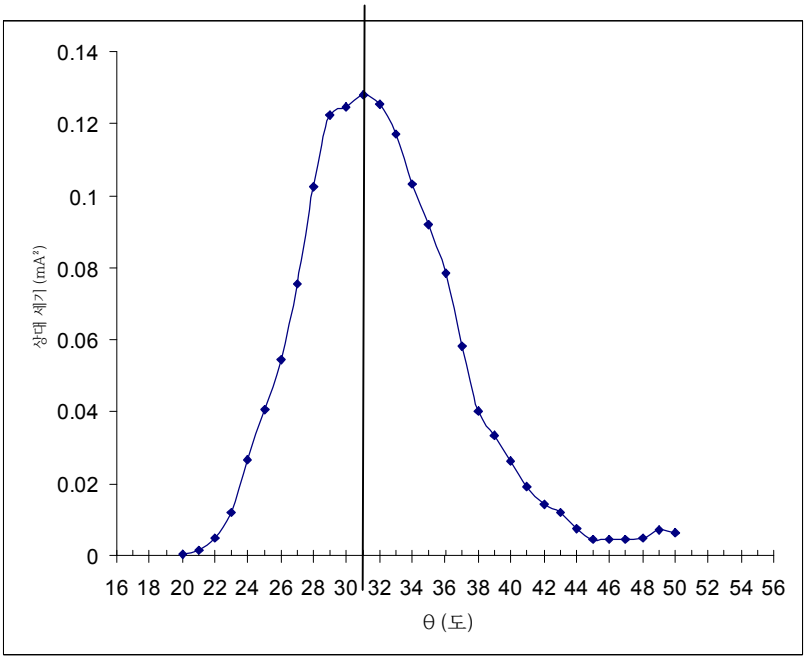
1.5점

그림 4.5 실험 장치의 스케치

과제 2(b)와 2(c)

데이터

θ/°	ζ/°	출력 전류 S (mA)	세기 $I=S^2$ $(mA)^2$
20.0	140.0	0.023	0.000529
21.0	138.0	0.038	0.001444
22.0	136.0	0.070	0.0049
23.0	134.0	0.109	0.011881
24.0	132.0	0.163	0.026569
25.0	130.0	0.201	0.040401
26.0	128.0	0.233	0.054289
27.0	126.0	0.275	0.075625
28.0	124.0	0.320	0.1024
29.0	122.0	0.350	0.1225
30.0	120.0	0.353	0.124609
31.0	118.0	0.358	0.128164
32.0	116.0	0.354	0.125316
33.0	114.0	0.342	0.116964
34.0	112.0	0.321	0.103041
35.0	110.0	0.303	0.091809
36.0	108.0	0.280	0.0784
37.0	106.0	0.241	0.058081
38.0	104.0	0.200	0.04
39.0	102.0	0.183	0.033489
40.0	100.0	0.162	0.026244
41.0	98.0	0.139	0.019321
42.0	96.0	0.120	0.0144
43.0	94.0	0.109	0.011881
44.0	92.0	0.086	0.007396
45.0	90.0	0.066	0.004356
46.0	88.0	0.067	0.004489
47.0	86.0	0.066	0.004356
48.0	84.0	0.070	0.0049
49.0	82.0	0.084	0.007056
50.0	80.0	0.080	0.0064



2.7점

과제 2(d)

식 3에서 m = 1로 두면,

$$2d \sin \theta_{\max} = \lambda \qquad (4)$$

그림 4.3에서,

$$a = \sqrt{2}d \qquad (5)$$

식 (4)와 (5)를 합치면,

$$\boxed{a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}}}$$

데이터의 대칭성으로부터 봉우리 위치는 다음과 같다:

$\theta_{max} = 31^{o}$ (이론값은 θmax = 32˚)

$$\boxed{a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.85cm}{\sqrt{2}\sin 31^{o}} = 3.913cm}$$

(실제값 a = 3.80 cm)

[채점 기준의 값 3.55는 다음에서 나온다:

$$a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.83cm}{\sqrt{2}\sin 34^{o}} = 3.58cm$$

여기서 2.83 cm와 34˚는 파장과 봉우리 위치에 허용되는 최솟값과 최댓값이다.

마찬가지로:

값 4.10은 다음에서 나온다: $a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.87cm}{\sqrt{2}\sin 30^{o}} = 4.06cm$

값 3.55는 다음에서 나온다: $a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.83cm}{\sqrt{2}\sin 34^{o}} = 3.58cm$

값 3.40은 다음에서 나온다: $a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.83cm}{\sqrt{2}\sin 35^{o}} = 3.49cm$

값 4.20은 다음에서 나온다: $a = \frac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} = \frac{2.87cm}{\sqrt{2}\sin 29^{o}} = 4.18cm$]

오차 분석:

알려진 불확도:
Δλ = 0.02 cm;
△θ = 0.5˚ = 0.014 rad. (그래프에서 θ를 정하는 불확도)

다음에서: $a = \dfrac{\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}}$

$$\Delta a = \frac{\Delta\lambda}{\sqrt{2}\sin\theta_{\max}} - \frac{\lambda}{\sqrt{2}(\sin\theta_{\max})^2}\frac{d}{d\theta}(\sin\theta_{\max})\Delta\theta$$

$$= a\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \frac{1}{\sin\theta_{\max}}\frac{d}{d\theta}(\sin\theta_{\max})\Delta\theta\right)$$

$$= a\left(\frac{\Delta\lambda}{\lambda} - \cot\theta_{\max}\Delta\theta\right)$$

$$= 3.80\left(\frac{0.02}{2.85} - \cot(32°)\times(-0.014)\right)cm$$

$$= 0.112cm \approx 0.1$$

따라서:

$$a \pm \Delta a = 3.913 \pm 0.112$$
$$\approx 3.9 \pm 0.1 \text{ cm}$$

0.8점