실험 문제 1

실험 문제는 두 개이다. 책상 위의 장치는 두 문제에 함께 쓴다. 전체 과제(1&2)를 마치는 데 5시간이 주어진다.

실험 문제 1: 얇은 판의 탄성

들어가며

용수철은 역학적 에너지를 저장하는 데 쓸 수 있는, 탄성 물질로 만든 물체이다. 가장 잘 알려진 나선형 용수철은 훅의 법칙으로 잘 설명된다. 훅의 법칙에 따르면 용수철이 되미는 힘은 평형 길이로부터의 거리에 선형으로 비례한다. $F = -k\Delta x$이며, 여기서 k는 용수철 상수, Δx는 평형으로부터의 변위, F는 힘이다[그림 1(a) 참조]. 그러나 탄성 용수철은 보통의 나선형 용수철과 모양이 꽤 다를 수 있으며, 변형이 크면 일반적으로 훅의 법칙이 들어맞지 않는다. 이 문제에서는 그림 1(b)에 개략적으로 나타낸, 탄성 물질의 얇은 판으로 만든 용수철의 성질을 잰다.

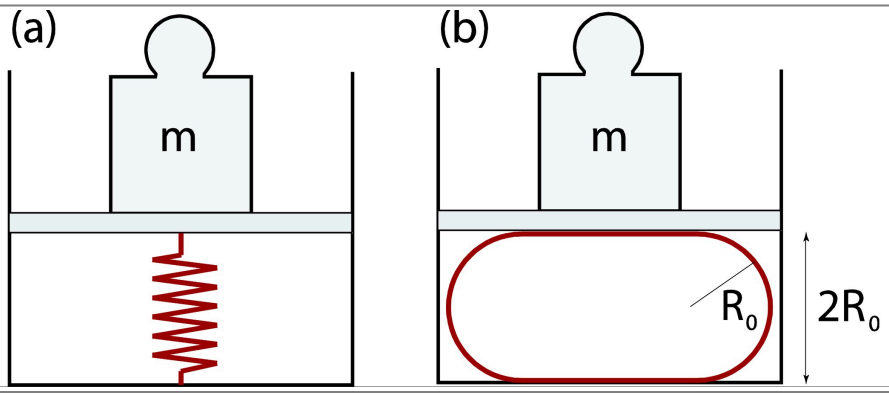


그림 1. (a) 나선형 용수철과 (b) 탄성 물질의 얇은 판을 원통으로 말아 만든 용수철. 뒤의 용수철을 충분히 누르면 그 모양을 반지름 R_0인 반원 두 개를 가진 경기장 모양으로 근사할 수 있다(본문 참조).

원통형 용수철로 만 투명 필름

탄성 물질의 얇은 판(예: 투명 필름)을 구부린다고 하자. 많이 구부릴수록 판에 저장되는 탄성 에너지가 커진다. 탄성 에너지는 판의 곡률에 달려 있다. 판에서 곡률이 큰 부분이 더 많은 에너지를 저장한다(판의 평평한 부분은 곡률이 0이므로 에너지를 저장하지 않는다). 이 실험에 쓰는 용수철은 직사각형 투명 필름을 원통으로 말아 만든 것이다(그림 2 참조). 원통에 저장되는 탄성 에너지는 다음과 같다.

$E_{el} = \frac{\kappa}{2}\frac{1}{R_c^2}A\,,$	(1)

여기서 A는 원통 옆면(두 밑면 제외)의 넓이, R_c는 원통의 반지름이며, 굽힘 강성이라 부르는 매개변수 κ는 물질의 탄성 성질과 판의 두께로 정해진다. 여기서는 판이 늘어나는 것은 무시한다.

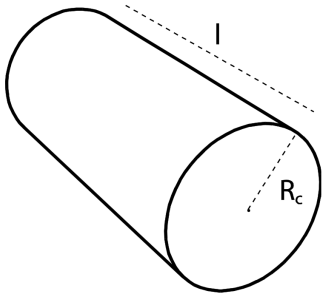


그림 2. 반지름 R_c, 길이 l인 원통으로 만 탄성 판의 개략도.

이런 원통을 그림 1(b)처럼 누른다고 하자. 누르개가 가하는 힘(F)이 주어지면, 평형으로부터의 변위는 투명 필름의 탄성에 달려 있다. 어떤 범위의 누르는 힘에서는 눌린 투명 필름의 모양을, 단면이 두 직선과 반지름이 모두 R_0인 두 반원으로 이루어진 경기장 모양으로 근사할 수 있다. 다음이 성립할 때 눌린 계의 에너지가 최소임을 보일 수 있다.

$R_0^2 = \dfrac{l\kappa\pi}{2F}$.	(2)

힘은 질량 m을 재도록 눈금이 매겨진 저울로 재므로 $F = mg$, $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$이다.

실험 장치 (문제 1)

책상 위에는 (문제 1에 쓸) 다음 물품이 있다.

1. 누르개(돌 블록 포함). 필요하면 별도의 안내문을 보라.
2. 저울(5000 g까지 잴 수 있으며 TARA(영점) 기능이 있다. 필요하면 별도의 안내문을 보라).
3. 투명 필름(모든 필름은 21 cm × 29.7 cm이며, 파란 필름의 두께는 200 μm, 무색 필름의 두께는 150 μm이다). 필름이 더 필요하면 꼭 요청하시오.
4. 접착(스카치) 테이프
5. 가위
6. 눈금 있는 자
7. 직사각형 나무판(판은 저울 위에 놓고, 필름은 판 위에 놓는다)

장치는 그림 3처럼 쓴다. 누르개의 윗판은 나비 너트로 아래위로 움직일 수 있으며, 누르개가 가하는 힘(질량)은 저울로 잰다. **중요: 나비 너트를 360도 돌리면 2 mm 움직인다.** (작은 알루미늄 막대는 실험 1에서 쓰지 않는다.)

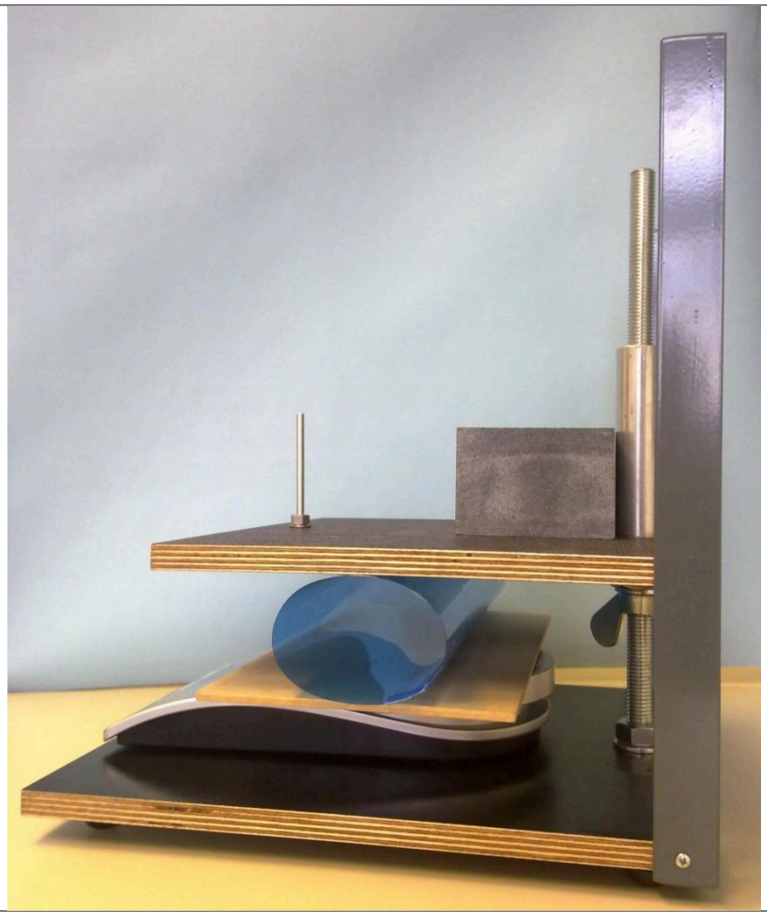


그림 3. 굽힘 강성을 재는 장치의 사진.

과제

1. 파란 필름 하나는 긴 변을 따라, 다른 하나는 짧은 변을 따라 원통으로 말고 접착 테이프로 고정하시오. 판이 겹치는 부분은 약 0.5 cm가 되게 한다.
   (a) 두 원통 각각에 대해, 누르개의 두 판 사이 간격에 따라 저울이 읽는 질량이 어떻게 달라지는지 재시오. *(1.9점)*
   (b) 측정값을 알맞은 그래프에 나타내시오. 자와 눈을 길잡이 삼아 점들을 지나는 직선을 긋고, 원통들의 굽힘 강성 κ를 구하시오. 근사 관계식(경기장 근사)이 성립하는 구간을 표시하시오. $\frac{R_0}{R_c}$가 어떤 값보다 작을 때 경기장 근사가 성립하는지, 그 값을 어림하시오. 여기서 R_c는 누르지 않은 원통의 반지름이다. *(4.3점)*

   결과의 오차 분석은 요구하지 않는다.
2. 무색 투명 필름 한 장의 굽힘 강성을 재시오. *(2.8점)*
3. 굽힘 강성 κ는 등방 물질의 탄성 영률 Y와 투명 필름의 두께 d에 다음과 같이 의존한다.

$\kappa = \dfrac{Yd^3}{12(1-\nu^2)}$,	(3)

여기서 ν는 물질의 푸아송 비이며, 대부분의 물질에서 $\nu \approx 1/3$이다. 앞의 측정으로부터 파란 투명 필름과 무색 투명 필름의 영률을 구하시오. *(1.0점)*