파트 1. 보정

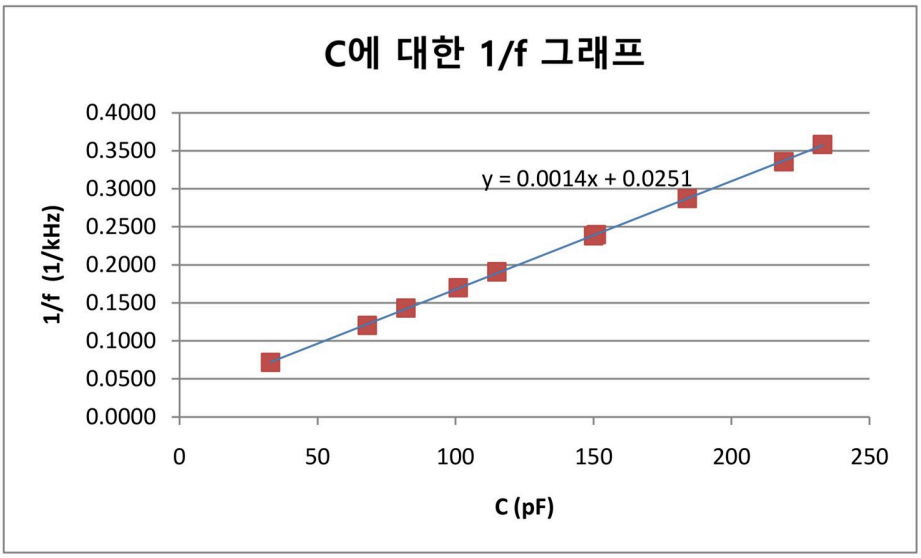
f와 C 사이의 주어진 관계로부터

$$f = \frac{\alpha}{C + C_S} \qquad \Leftrightarrow \qquad \frac{1}{f} = \frac{1}{\alpha} C + \frac{C_S}{\alpha}$$

즉 이론적으로, Y축에 $\frac{1}{f}$, X축에 C를 둔 그래프는 선형이어야 하며, 그 기울기와 Y절편은 각각 $\frac{1}{\alpha}$와 $\frac{C_S}{\alpha}$ 이다.

아래 표는 (X축에 그린) C, f의 측정값과, 덧붙여 Y축에 그린 $\frac{1}{f}$을 보여 준다.

C (pF)	f (kHz)	1/f (ms)
33	13.94	0.0717
68	8.30	0.1205
82	6.99	0.1431
151	4.17	0.2398
233	2.79	0.3584
219	2.98	0.3356
184	3.48	0.2874
150	4.20	0.2381
115	5.24	0.1908
101	5.89	0.1698



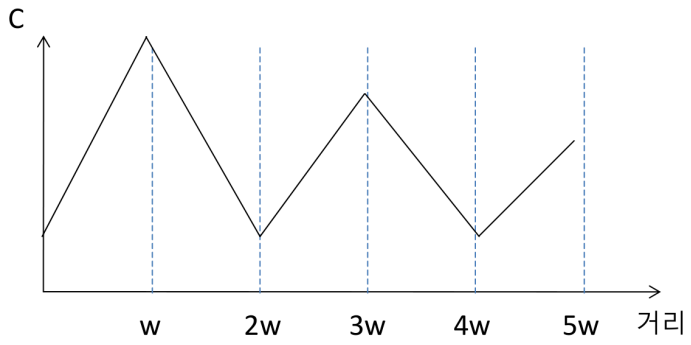
이 그래프로부터 기울기($\frac{1}{\alpha}$)와 Y절편($\frac{C_S}{\alpha}$)은 각각 0.0014 s/nF와 0.0251 ms이다.

따라서 $$\alpha = \frac{1}{\text{기울기}} = \frac{1}{0.0014\ \text{s/nF}} = 714\ \text{nF/s}$$

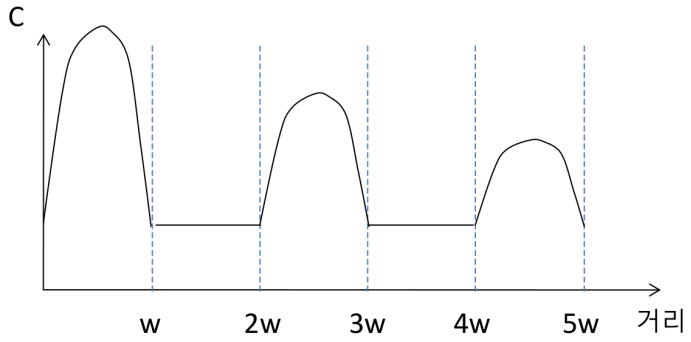
그리고 $$C_S = \frac{\text{Y절편}}{\text{기울기}} = \frac{0.0251\ \text{ms}}{0.0014\ \text{s/nF}} = 17.9\ \text{pF}$$ 이다.

파트 II. 평행판 축전기의 기하학적 모양 구하기

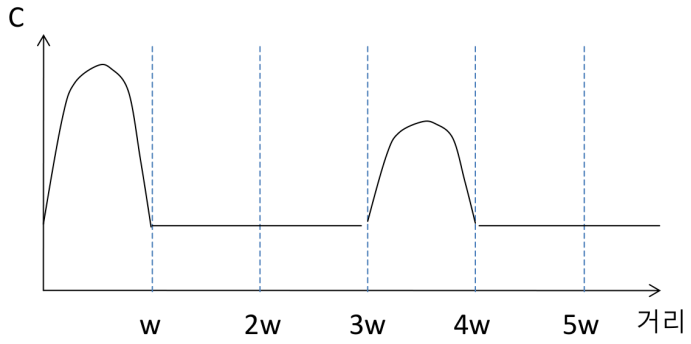
패턴 I: 위치에 대한 C의 예상 그래프



패턴 II: 위치에 대한 C의 예상 그래프

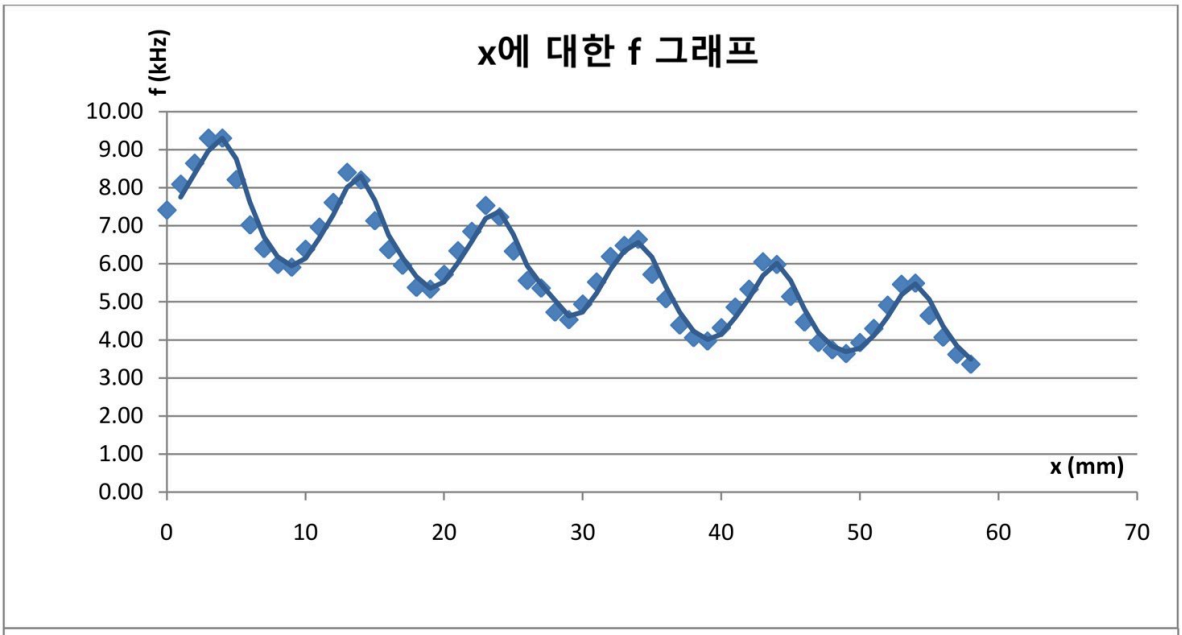


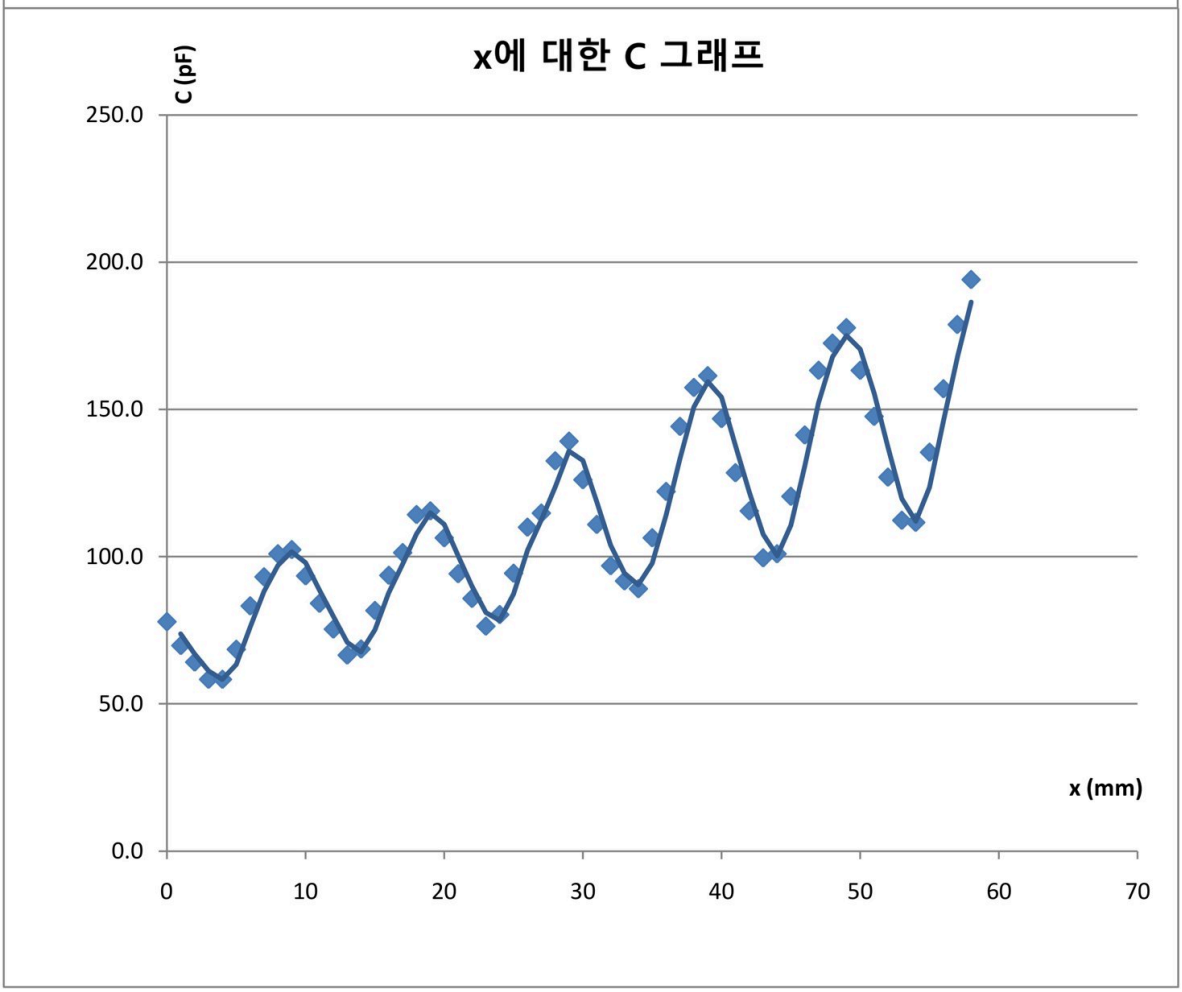
패턴 III: 위치에 대한 C의 예상 그래프



f와 C를 x(두 판 사이에서 옮긴 거리)에 대해 재어 얻은 자료와 그래프는 아래와 같다.

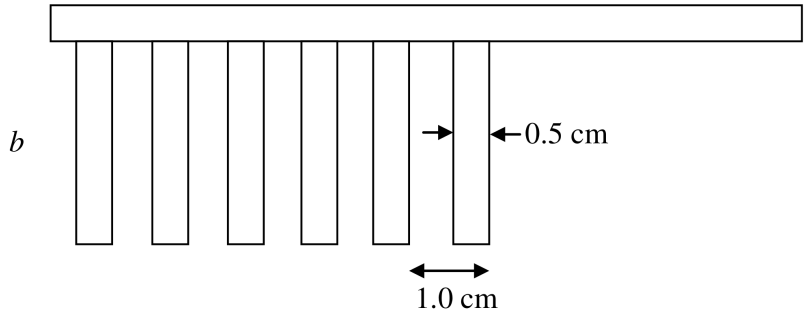
x (mm)	f (kHz)	C (pF)	x (mm)	f (kHz)	C (pF)
0	7.41	77.9	30	4.94	126.1
1	8.09	69.8	31	5.52	110.9
2	8.64	64.2	32	6.19	96.9
3	9.30	58.3	33	6.48	91.7
4	9.30	58.3	34	6.64	89.1
5	8.21	68.5	35	5.72	106.4
6	7.02	83.3	36	5.08	122.1
7	6.40	93.1	37	4.39	144.2
8	5.98	100.9	38	4.06	157.4
9	5.91	102.4	39	3.97	161.4
10	6.38	93.5	40	4.32	146.8
11	6.96	84.1	41	4.86	128.5
12	7.61	75.4	42	5.33	115.5
13	8.40	66.5	43	6.05	99.6
14	8.20	68.6	44	5.98	100.9
15	7.13	81.7	45	5.14	120.5
16	6.37	93.6	46	4.47	141.3
17	5.96	101.3	47	3.93	163.3
18	5.38	114.3	48	3.74	172.5
19	5.33	115.5	49	3.64	177.7
20	5.72	106.4	50	3.93	163.3
21	6.34	94.2	51	4.30	147.6
22	6.85	85.8	52	4.91	127.0
23	7.53	76.4	53	5.46	112.3
24	7.23	80.3	54	5.49	111.6
25	6.33	94.3	55	4.64	135.4
26	5.56	110.0	56	4.07	157.0
27	5.36	114.8	57	3.62	178.8
28	4.73	132.5	58	3.36	194.1
29	4.53	139.2			


x에 대한 f 그래프
f (kHz)
10.00
9.00
8.00
7.00
6.00
5.00
4.00
3.00
2.00
1.00
0.00
x (mm)
0
10
20
30
40
50
60
70


x에 대한 C 그래프
C (pF)
250.0
200.0
150.0
100.0
50.0
0.0
x (mm)
0
10
20
30
40
50
60
70

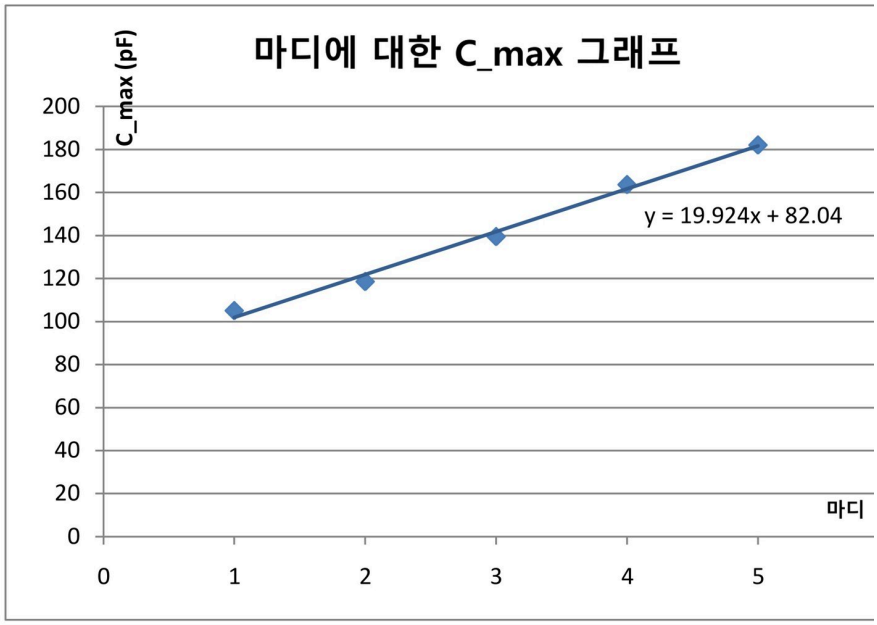
그래프의 주기성으로부터 주기 = 1.0 cm

가장 간단한 가능한 배치는 다음과 같다.



C 대 x 그래프에서 얻은 C의 봉우리 값들을 아래 표에 나타내었다.
이 최대 C를 마디(X축)에 대해 (Y축에) 그렸다.

마디	C_max
1	105.1
2	118.6
3	139.5
4	163.7
5	182.1



이 그래프는 선형이며, 그 기울기는 줄어든 전기용량 $\Delta C = 19.9$ pF/구간이다.
판 사이 거리 $d = 0.20$ mm, $K = 1.5$이고

$$\Delta C \approx \frac{K\varepsilon_0 A}{d},$$

또 $$A = 5 \times 10^{-3}\,\text{m} \times b\,\text{mm} \times 10^{-3}\,\text{m}^2$$

그러면 $b\,\text{mm} \approx \dfrac{\Delta C\, d}{K\varepsilon_0 \times 10^{-3} \times 5 \times 10^{-3}} \approx 60\,\text{mm}$ (판 사이 매질이 $K = 1.5$인 유전체일 때).

파트 III. 디지털 마이크로미터의 분해능

f와 C 사이의 주어진 관계 $f = \dfrac{\alpha}{C + C_S}$로부터

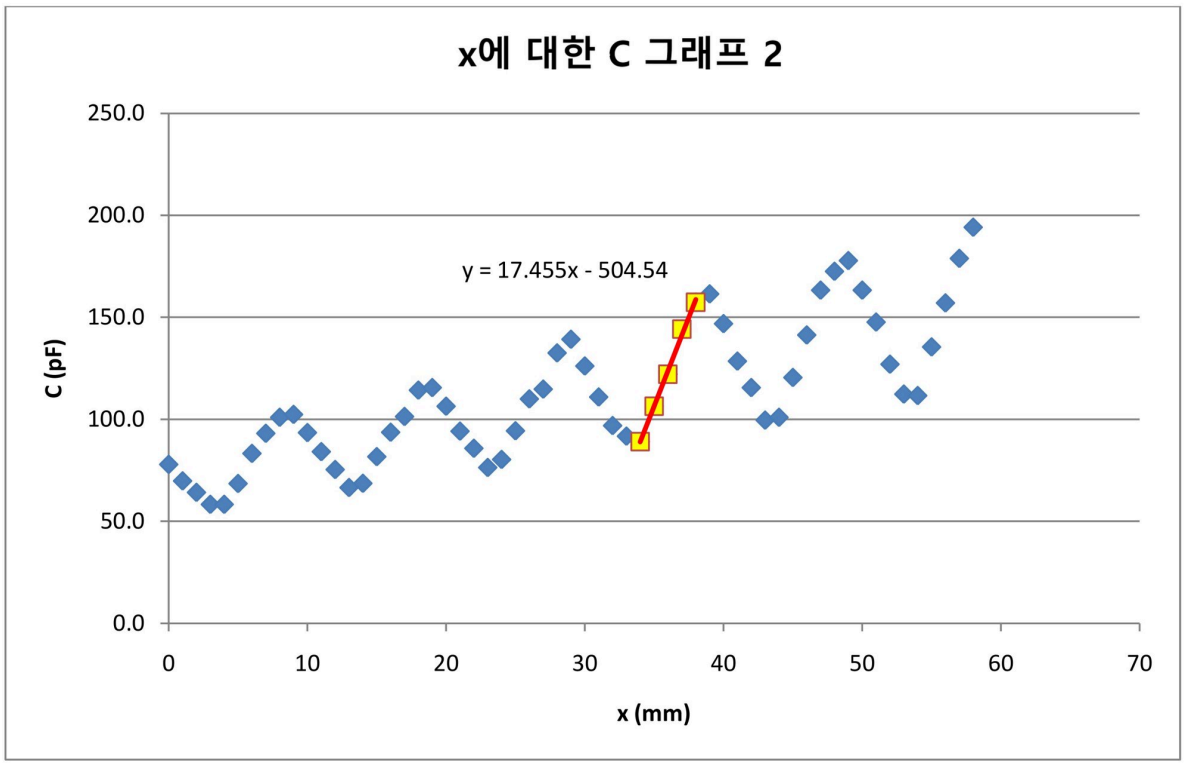
$$\begin{aligned} \Delta f \simeq \left|\frac{df}{dC}\right|\Delta C &= \left|\frac{-\alpha}{(C+C_S)^2}\right|\Delta C \\ &= \frac{f^2}{\alpha}\Delta C \\ \Leftrightarrow \qquad \Delta C &= \frac{\alpha}{f^2}\Delta f \end{aligned}$$

또 C는 x에 선형으로 의존하므로 $C = mx + \beta \quad \Rightarrow \quad \Delta C = m\Delta x.$
따라서

$$\Delta x = \frac{\alpha}{mf^2}\Delta f,$$

여기서 Δf는 멀티미터가 알아낼 수 있는 진동수 f의 가장 작은 변화, x_0는 f = 5 kHz일 때의 위치, m은 $x = x_0$에서 C 대 x 그래프의 기울기이다.

f 대 x 그래프에서 f = 5 kHz인 곳을 찾고, 그 범위 둘레에서 C 대 x 그래프의 기울기를 잰다.



이 그래프로부터 $m = 17.5\,\mathrm{pF/mm} = 1.75 \times 10^{-8}\,\mathrm{F/m}$.
이 m 값과 $f = 5\,\mathrm{kHz}$, $\alpha = 714\,\mathrm{nF/s}$, $\Delta f = 0.01\,\mathrm{kHz}$를 쓰면

$$\Delta x = \frac{714 \times 10^{-9}}{(1.75 \times 10^{-8})(5 \times 10^{3})^2} \times (0.01 \times 10^{3}) = 0.016\,\mathrm{mm}$$

주. C(f가 아니라)가 x에 선형으로 관련되므로 C 대 x 그래프를 쓴다.

분해능을 구하는 다른 방법
(엄밀히 옳지는 않음)

f 대 x 그래프와 $f = 5\,\mathrm{kHz}$ 둘레의 표 자료를 쓰면, f가 1 kHz 바뀔 때($\Delta f = 1\,\mathrm{kHz}$) x가 대략 1.5 mm 바뀐다 ($\Delta x \simeq 1.5\,\mathrm{mm}$). 따라서 f가 $\Delta f = 0.01\,\mathrm{kHz}$(알아낼 수 있는 가장 작은 변화)만큼 바뀔 때 옮긴 거리는 $\Delta x \simeq 0.015\,\mathrm{mm}$이다.