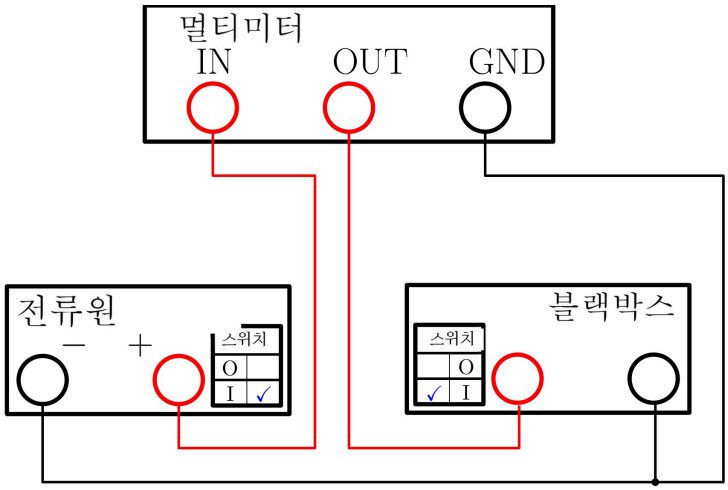
문제 E2. 비선형 블랙박스 *(10점)*

파트 A. 인덕턴스가 없는 회로 *(7점)*

이 문제에 필요한 측정은 모두 그림과 같은 회로 하나로 할 수 있다. 전류원이 켜져 있는 동안 블랙박스 속 축전기가 충전되다가, 비선형 소자를 지나는 전류 $I(V_{\max})$가 전류원의 출력 전류 I_0와 같아진다. $V_{\max} = 540 \pm 40\,\mathrm{mV}$는 실험 장치마다 다르다. 전류원을 끄거나 떼어 내면 축전기는 비선형 소자를 통해 방전된다.



i. (1점) 축전기를 $V = 0$에서 $V = V_{\max}$까지 충전하는 동안 전류원의 출력이 멀티미터의 정밀도 안에서 일정($I_0 = 6.0\,\mathrm{mA}$)함을 알 수 있다.

ii. (1.2점) 미분 전기용량의 정의를 쓰면 블랙박스 전압의 시간 도함수로 블랙박스 속 축전기를 지나는 전류를 계산할 수 있다.

$$I_c = \frac{dQ}{dt} = \frac{dQ}{dV}\frac{dV}{dt} = C(V)\dot{V}$$

고른 전압에서 블랙박스에 쓰인 전기용량을 구하는 방법은 여러 가지가 있다.

- 블랙박스의 전압이 0에 가까우면 $I(V = 0) = 0$이므로 비선형 소자를 지나는 전류도 0에 가깝다. 전류원을 켠 직후에는 입력 전류 I_0의 대부분이 먼저 축전기로 흐른다.

  $$C_0 = I_0/\dot{V}_{\uparrow}(V = 0)$$

  이는 먼저 전류원의 극성을 뒤집어 축전기를 거꾸로 충전한 뒤에 재면 더 정확히 잴 수 있다. 멀티미터는 도함수가 급격히 변할 때(전류원을 켠 뒤 잠깐 동안처럼) 도함수를 표시하지 않기 때문이다.
  측정 예는 다음과 같다.

$\dot{V}_{\uparrow}(0)$ (mV/s)	3.51	3.32	3.55
C_0 (F)	1.71	1.81	1.69

  $$C_0 = 1.74\,\mathrm{F}$$

- 블랙박스의 전압이 $V_{\max}$이면 비선형 소자를 지나는 전류는 I_0이다. 전류원을 끄면 축전기는 같은 전류로 방전된다.

  $$C_0 = -I_0/\dot{V}_{\downarrow}(V = V_{\max})$$

- A-iv에서처럼 중간 전압에서의 전기용량도 잴 수 있다.

iii. (2.2점) 축전기의 비선형성을 무시하면 블랙박스 속 비선형 소자의 전류–전압 특성을 얻는 방법이 (적어도) 두 가지 있다.

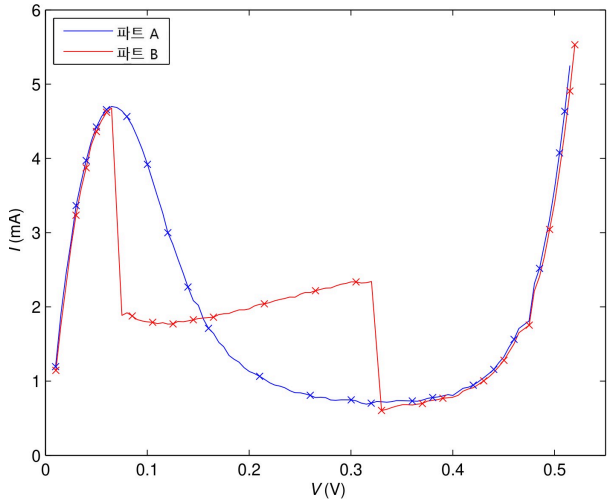
- 충전되는 축전기에 키르히호프 제1법칙을 적용하면

  $$I(V) = I_c - C_0\dot{V}_{\uparrow}(V).$$

  축전기를 충전하며 얻은 $I(V)$ 특성을 다음 그림에 나타내었다.

- 방전되는 축전기에 키르히호프 제1법칙을 적용하면

  $$I(V) = -C_0\dot{V}_{\downarrow}(V).$$

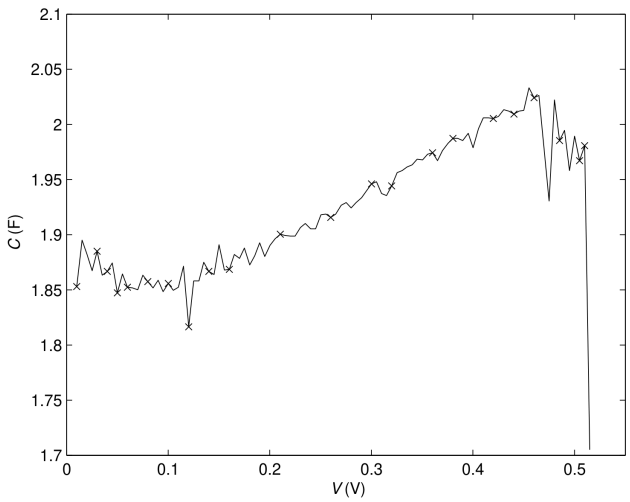


iv. (2.6점) 미분 전기용량을 얻으려면 $I(V)$를 소거하여 연립 일차 방정식을 푼다.

$$\begin{cases} I_0 = \dot{V}_{\uparrow}C(V) + I(V) \\ I(V) = -\dot{V}_{\downarrow}C(V); \end{cases} \quad \Longrightarrow \quad C(V) = \frac{I_0}{\dot{V}_{\uparrow} - \dot{V}_{\downarrow}}.$$

따라서 블랙박스 속 축전기를 충전할 때와 방전할 때 같은 전압에서 측정해야 한다. 측정 결과의 그래프는 다음과 같다.

문제 E2



파트 B. 인덕턴스가 있는 회로 *(3점)*

파트 **A-iii**과 같은 방법으로 비선형 소자의 전류–전압 특성을 재어 그리면, 음의 미분 저항($I'(V) < 0$) 영역, 이 경우 $70\,\mathrm{mV} < V < 330\,\mathrm{mV}$에서만 다른 그래프를 얻는다. 이 영역에서는 작은 신호의 진동을 볼 때 비선형 소자가 음의 값을 가진 옴 저항처럼 행동한다. 인덕턴스를 켜면 LC 회로가 생기는데, 그 진동이 음의 미분 저항 때문에 (감쇠되지 않고) 증폭된다. 공명 진동수 $\omega = \sqrt{\frac{1}{LC_p}} \sim 30\,\mathrm{MHz}$($C_p$는 비선형 소자의 전기용량)가 높으므로, 실제 전류가 음의 미분 저항 영역 전체에 걸쳐 진동하는 동안 우리는 비선형 소자를 지나는 평균 전류를 재게 된다.