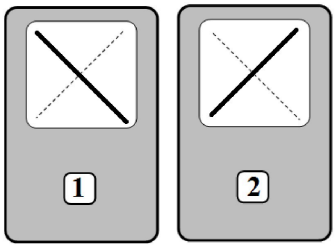
실험 경연. 2014년 7월 17일 목요일

실험 문제. 보이지 않는 것을 보라!

파트 1. 정성적 관찰!

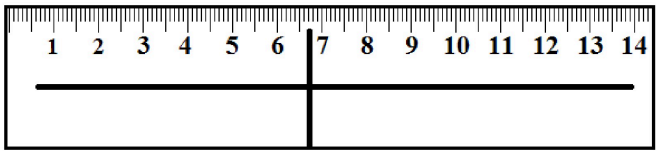
1.1절. 편광판

편광판의 투과면을 정하려면 반짝이는 아무 표면에서나 생기는 반사광 효과를 이용할 수 있다. 반사된 빛은 반사면의 평면 안에서 편광된다고 알려져 있다. 해당 투과면들을 오른쪽 그림에 나타내었다.



1.2절. 자

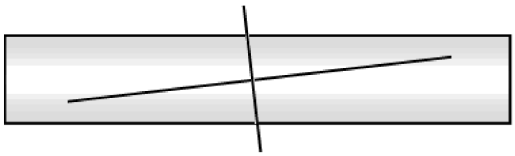
1.2.1. 입사광이 광축을 따라 또는 광축에 수직으로 편광되어 있으면 매질 안에는 한 종류의 파동만 생긴다. 이는 빛의 편광이 바뀌지 않는다는 뜻이다. 따라서 광축의 방향 또는 광축에 수직인 방향을 정할 수 있다. 가능한 두 경우(자를 따른 방향 또는 자에 수직인 방향)를 위 그림에 나타내었다.



1.2.2. 자의 어느 부분에서 비슷한 색(주로 파란 빛깔)이 보이는지 알 수 있다.
그 띠들 사이의 거리는 1번 자에서 ~12 cm이고, 두 자를 포갠 것에서는 ~8 cm이다.

1.3절. 띠

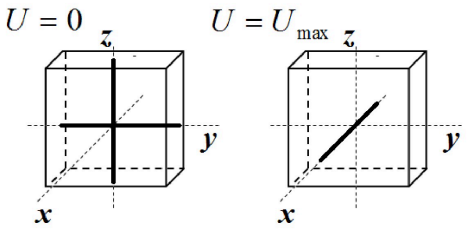
1.3.1 띠의 광축이 가질 수 있는 방향도 같은 방법으로 정할 수 있다. 오른쪽 그림처럼 그 방향들은 띠의 변과 작은 각 $\approx 10^\circ$를 이룬다.



1.3.2 어두운 띠의 좌표는 대략 다음과 같다. $x_L = 3{,}5$ cm, $x_R = 7{,}5$ cm.

1.4절. 액정 셀

1.4.1 전압이 0일 때 광축의 방향은 같은 방법으로 정할 수 있다. 수평 또는 연직이다.
최대 전압을 걸면 광축은 전기장을 따라 놓이며, 이는 광축이 셀 면에 수직으로 돌아간다는 뜻이다.



1.4.2 액정 분자의 방향이 이렇게 급격히 바뀌는 전압은 대략 다음과 같다.

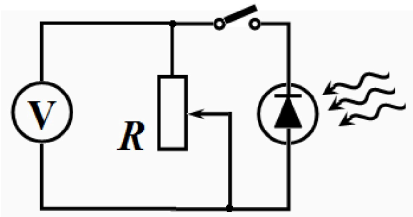
$$U_{cr} = 2 \text{ V}.$$

실험 경연. 2014년 7월 17일 목요일

파트 2. 측정하라!

2.1절. 광다이오드 조사하기

2.1.1 아래 그림에 회로 스위치의 위치를 나타내었다. 저항을 잴 때에는 회로 스위치를 열어 두어야 한다.

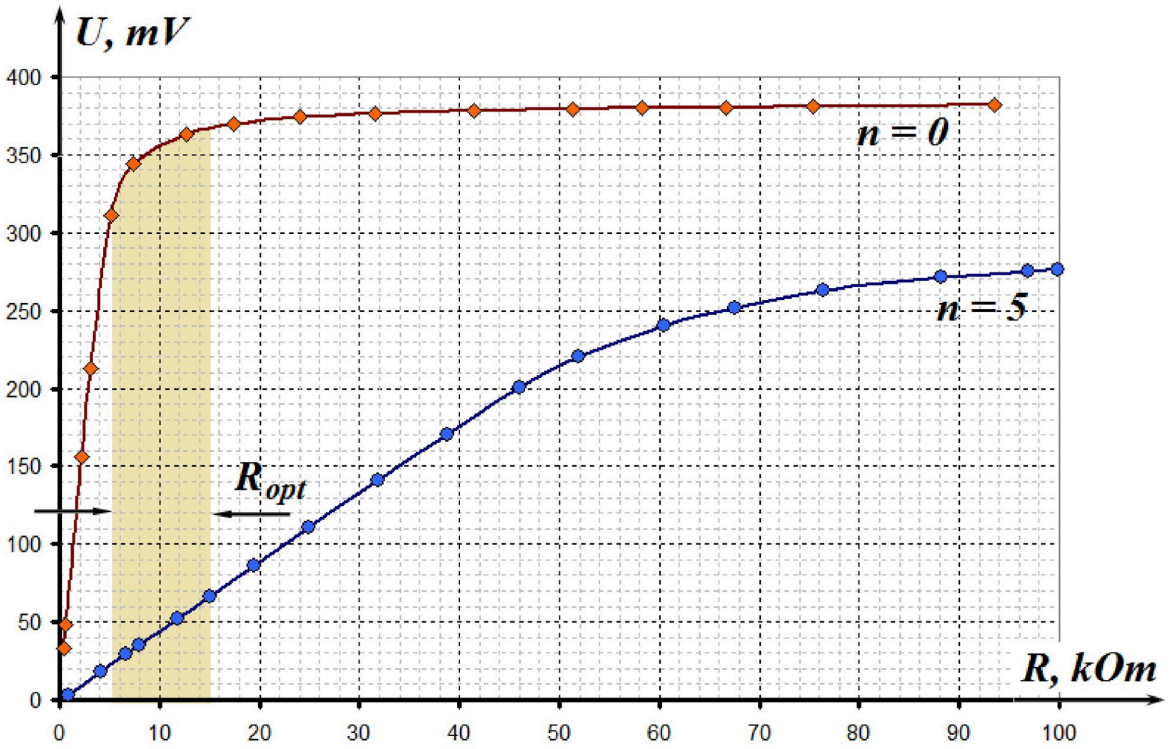


2.1.2 표 1에 전압 U를 저항의 함수로 측정한 결과를 나타내었다. 이 자료를 해당 그래프에 그렸다.

표 1.

$n = 0$		$n = 5$	
R, 10^3 Ohm	U, 10^{-3} V	R, 10^3 Ohm	U, 10^{-3} V
0,4	33	0,9	3
0,6	48	4,1	18
2,2	156	6,6	29
3,1	213	8,0	35
5,1	311	11,8	52
7,4	344	15,0	66
12,7	363	19,4	86
17,4	370	24,9	111
24,0	374	31,8	141
31,5	376	38,8	170
41,5	378	46,0	200
51,4	379	51,9	220
58,3	380	60,4	240
66,6	380	67,5	252
75,4	381	76,4	263
93,5	382	88,2	271
		96,9	275
		99,8	276

최적의 저항은 전압 변화가 가장 큰 5–15 kOhm 범위에 있어야 함에 주의하라.



2.1.3 표 2에 여러 저항값에서 전압을 빛 필터 수의 함수로 측정한 결과를 나타내었다.

표 2.

$R =$	***29,9 kOhm***		***20,4 kOhm***		***10,1 kOhm***	
n	U, mV	$\ln U$	U, mV	$\ln U$	U, mV	$\ln U$
0	391	5,969	388	5,961	377	5,932
1	370	5,914	364	5,897	341	5,832
2	346	5,846	336	5,817	294	5,684
3	317	5,759	309	5,733	179	5,187
4	288	5,663	234	5,455	105	4,654
5	212	5,357	148	4,997	66	4,190

필터를 지난 빛의 세기 I_n은 필터 수 n이 늘어남에 따라 등비수열로 줄어든다.

$$I_n = I_0\gamma^n. \tag{1}$$

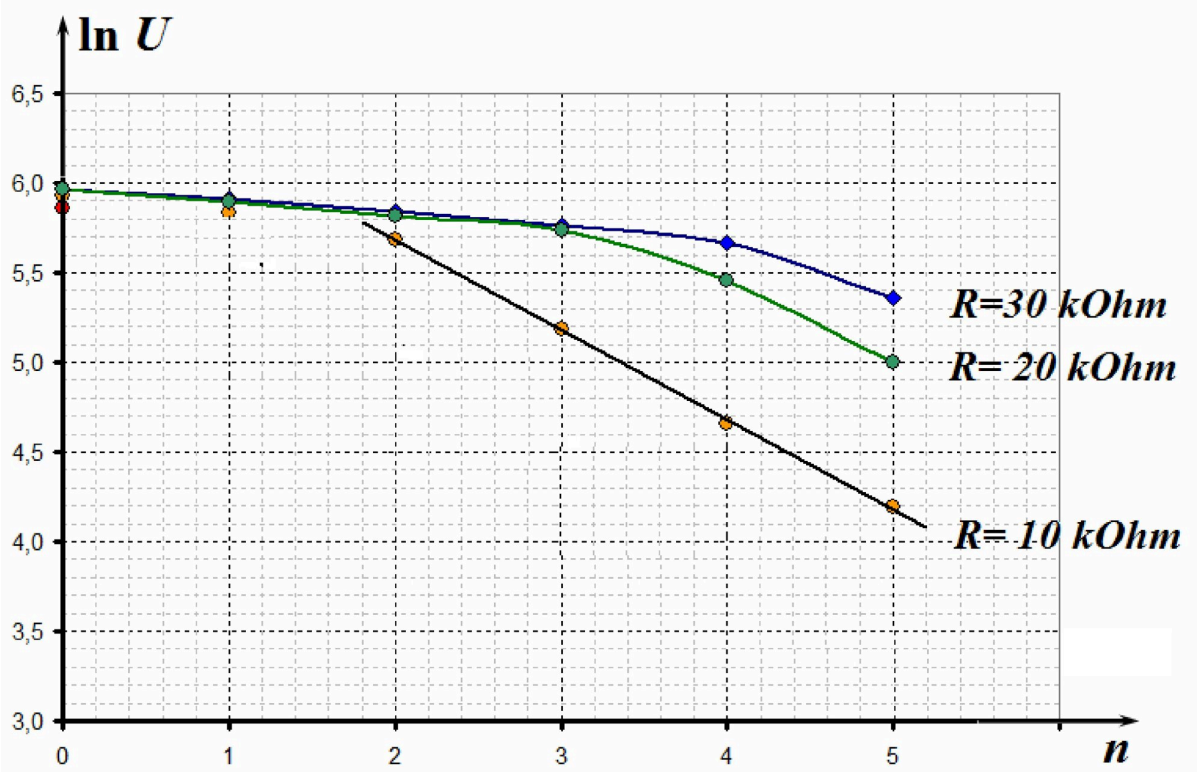
측정한 전압이 입사광 세기에 비례한다면, 전압도 비슷한 법칙을 따른다.

$$U_n = U_0\gamma^n. \tag{2}$$

식 (2)를 확인하려면 반로그 눈금을 써야 한다. 다시 말해 $\ln U$를 n의 함수로 그려야 한다.

$$\ln U_n = \ln U_0 + n\ln\gamma. \tag{3}$$

그 그래프를 다음 그림에 나타내었다.



위 그래프에 따르면 저항을 줄일수록 의존 관계가 선형 함수가 되므로, 이후 측정은 주어진 값들 가운데 가장 낮은 저항, 즉 $R = 10\,\text{kOhm}$에서 해야 한다.

2.1.4. 식 (3)에 따르면 기울기는 $a = \ln\gamma$이다. 최소 제곱법으로 그 값 $a = -0.53 \pm 0.03$을 얻을 수 있다. 따라서 투과 계수는 $\gamma = \exp a = 0.59$이며, 그 오차는 공식 $\Delta\gamma = \exp(a)\Delta a = 0.02$로 계산할 수 있다. 최종적으로 다음을 얻는다.

$$\gamma = 0.59 \pm 0.02.$$

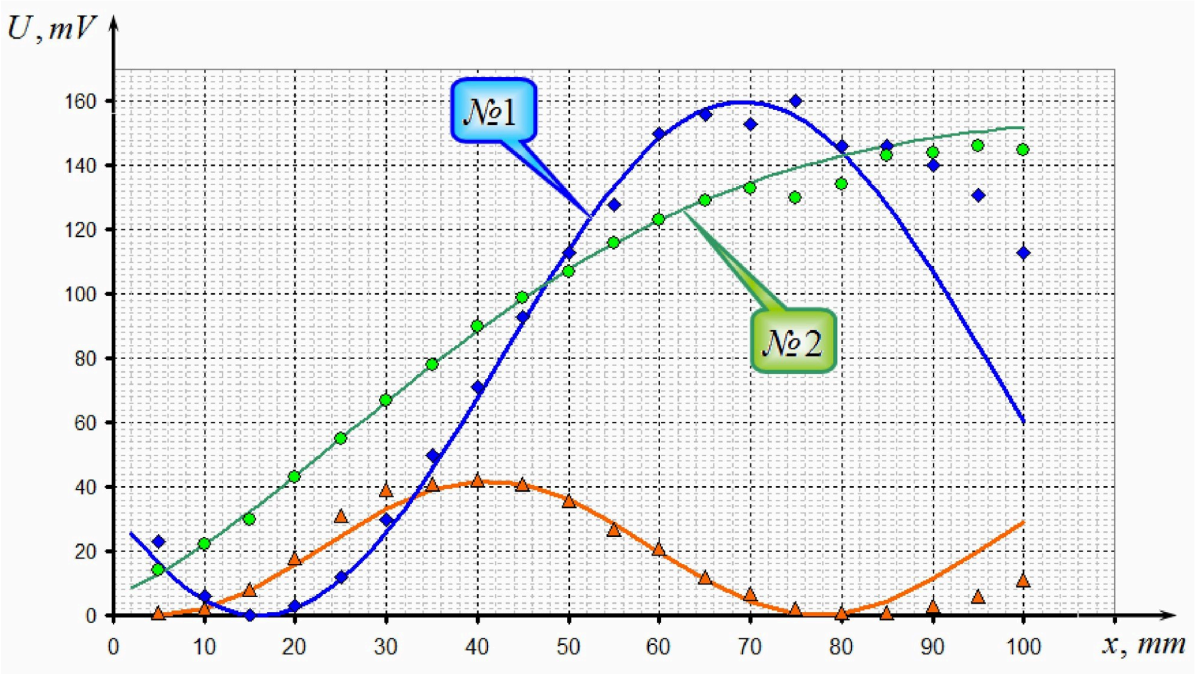
$R = 10\,\text{kOhm}$의 값들로부터도 다음 결과가 나옴에 주의하라: $\gamma = 0.59 \pm 0.02$.

파트 2.2 플라스틱 자를 지나는 빛의 투과

2.2.1 1번 자, 2번 자, 두 자를 지나는 투과점의 좌표에 대한 빛의 세기를 측정한 결과를 표 3과 아래 그래프에 나타내었다.

표 3.

№1			№2			두 자		
X,mm	***U,mV***	$\Delta\varphi$	***X,mm***	***U,mV***	$\Delta\varphi$	***X,mm***	***U,mV***	U_{calc}
5	23	0,778	5	14	0,601	5	1	0,0
10	6	0,390	10	22	0,760	10	2	2,1
15	0	0,000	15	30	0,896	15	8	7,7
20	3	0,275	20	43	1,090	20	18	15,7
25	12	0,555	25	55	1,253	25	31	24,7
30	30	0,896	30	67	1,408	30	39	33,0
35	50	1,186	35	78	1,546	35	41	39,2
40	71	1,458	40	90	1,696	40	42	41,9
45	93	1,734	45	99	1,811	45	41	40,8
50	113	1,996	50	107	1,915	50	36	36,0
55	128	2,214	55	116	2,038	55	27	28,5
60	150	2,636	60	123	2,138	60	21	19,6
65	156	2,824	65	129	2,230	65	12	10,9
70	153	2,720	70	133	2,295	70	7	4,1
75	160	3,142	75	130	2,246	75	2	0,4
80	146	2,541	80	134	2,312	80	1	0,5
85	146	2,541	85	143	2,478	85	1	4,4
90	140	2,419	90	144	2,498	90	3	11,4
95	131	2,262	95	146	2,541	95	6	20,1
100	113	1,996	100	145	2,519	100	11	29,0



2.2.2 위상 이동을 계산하려고 문제에서 말한 식 (1)을 쓰는데, 이 식은 다음과 같이 쓸 수 있다.

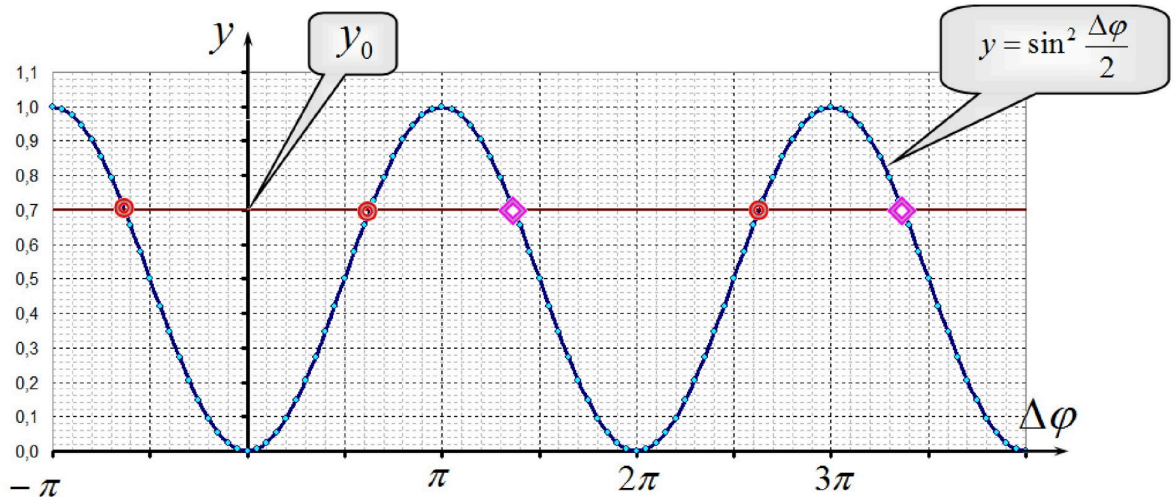
$$U = U_{max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2}, \tag{1}$$

여기서 U_{max}는 전압의 최댓값이다. 그러나 이 값이 그저 또 하나의 경계점이 아니라 실제로 함수 (1)의 최댓값에 해당하는지 확인해야 한다. 측정에 따르면(그래프 참조) 각 자에 대해 U_{max}로 가장 알맞은 값은 $U_{max} = 160$ mV이다.

다음 방정식

$$y_0 = \sin^2 \frac{\Delta\varphi}{2} \tag{1}$$

은 근이 여러 개여서, U_{max}의 어떤 값을 계산할 수 있더라도 위상 이동의 실제 값을 찾기가 쉽지 않다. 위 방정식의 근을 아래 그림에 나타내었다.



형식적으로는 근을 여러 꼴로 나타낼 수 있다. 예를 들어

$$\begin{gathered}\Delta\varphi = \pm 2(\arcsin\sqrt{y_0} + k\pi),\\ \Delta\varphi = \pm 2(\pi - \arcsin\sqrt{y_0} + k\pi),\\ k = 0, 1, 2\ldots.\end{gathered} \tag{2}$$

올바른 근은 실험으로 얻은 함수에 따라 골라야 한다.

다음 식으로 계산한 위상 이동 값을

$$\Delta\varphi = 2\arcsin\sqrt{\frac{U}{U_{max}}}. \tag{3}$$

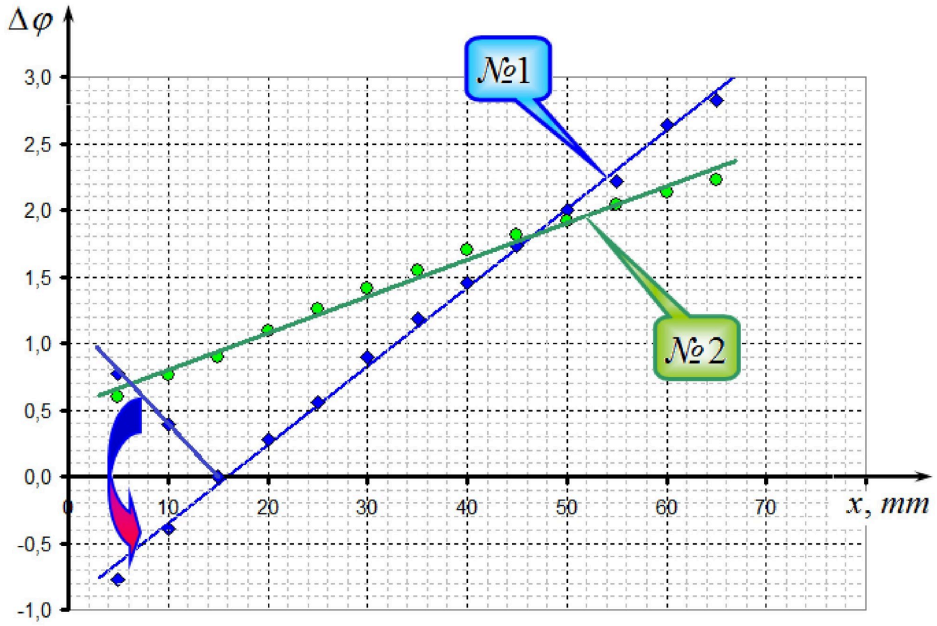
표 3에 나타내었다.

함수 $\Delta\varphi(x)$는 단조여야 함이 분명하므로, 처음 두 점의 근은 부호를 바꾸어야 한다. 이는 수학적으로 올바른 조작이다(그래프를 뒤집는 것일 뿐이다). 위상 이동은 $\pm 2\pi k$의 불확정성을 가지고 계산된다는 점에 주의하라.

2.2.3 얻은 함수는 선형에 가까우며, 최소 제곱법으로 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}\Delta\varphi_1 &= 0.059x - 0.94,\\ \Delta\varphi_2 &= 0.028x + 0.52.\end{aligned}$$

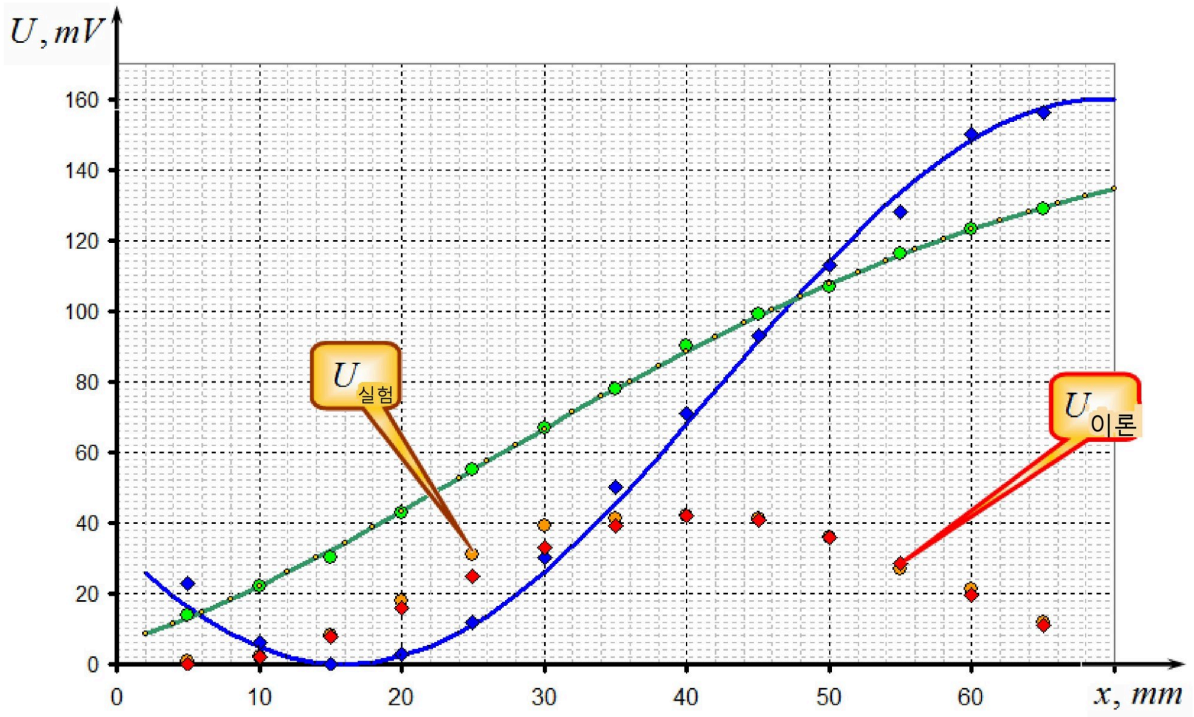
이 함수들의 그래프를 아래에 나타내었다.



2.2.4 두 자를 포개면 위상 이동은 그냥 더해지므로, 이론적으로 빛의 세기는 위상 이동의 함수로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$U = U_{max} \sin^2 \frac{\Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2}{2}. \qquad (5)$$

여기서 U_{max}는 빛이 두 자를 지날 때 전압의 최댓값이며 실험 자료에서 얻을 수 있다.



계산 결과를 표 3과 위 그래프에 나타내었다. 이론 계산과 실험 자료가 잘 일치함을 분명히 볼 수 있다.

파트 2.3 액정 셀

LCC를 지나는 빛의 투과

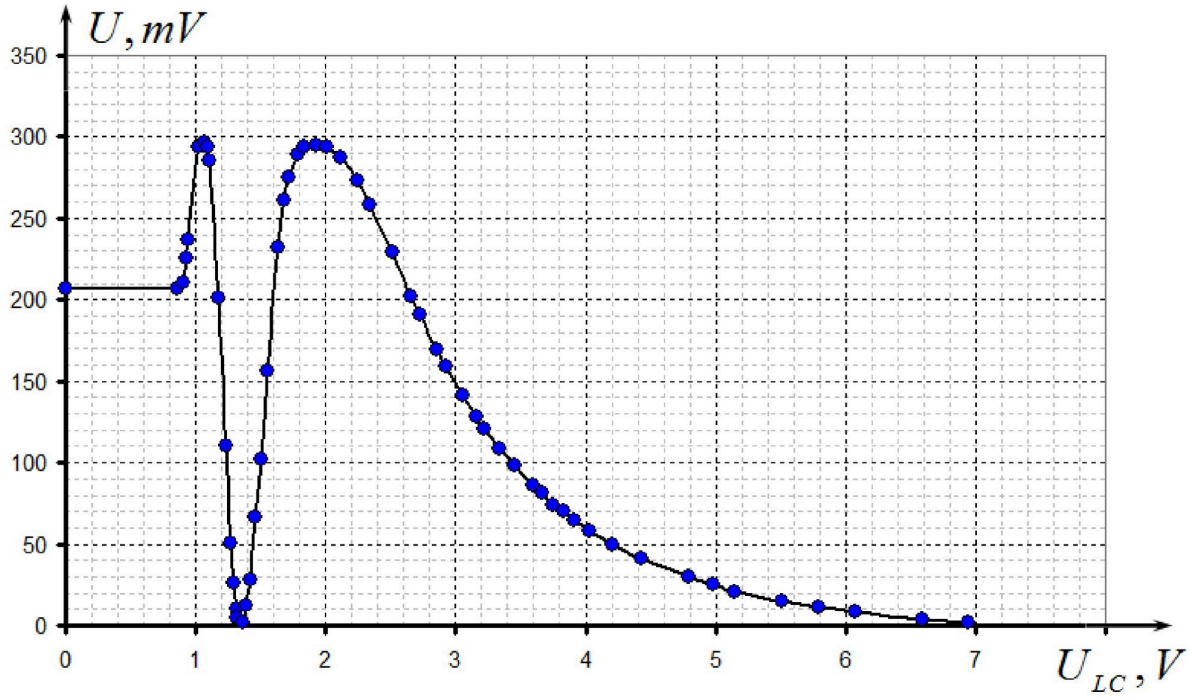
2.3.1 전압 U_{LC}의 함수로 빛의 세기를 측정한 결과를 표 5[1]에 나타내었다. 얻은 함수의 그래프를 아래 그림에 그렸다.

표 5.

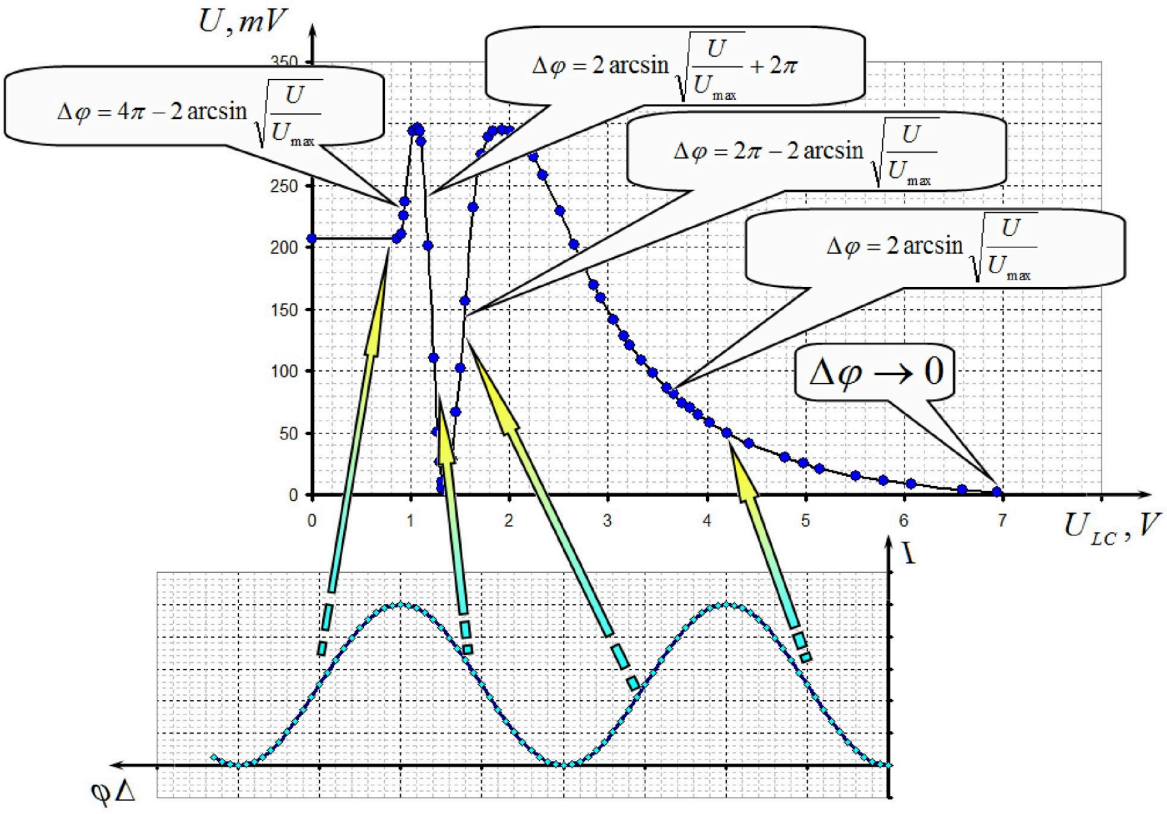
U_{LC}, V	U, mV	$(\Delta\varphi)'$	$\Delta\varphi$	$\ln U_{LC}$	$\ln \Delta\varphi$
0	207	1,961	10,606	-	2,361
0,86	207	1,961	10,606	-0,151	2,361
0,91	211	1,990	10,577	-0,094	2,359
0,93	226	2,102	10,464	-0,073	2,348
0,94	237	2,190	10,377	-0,062	2,340
1,02	294	2,858	9,709	0,020	2,273
1,07	297	2,941	9,625	0,068	2,264
1,09	294	2,858	9,709	0,086	2,273
1,11	285	2,691	8,974	0,104	2,194
1,18	201	1,918	8,201	0,166	2,104
1,23	110	1,301	7,584	0,207	2,026
1,27	51	0,850	7,133	0,239	1,965
1,29	26	0,598	6,881	0,255	1,929
1,31	10	0,367	6,650	0,270	1,895
1,32	5	0,259	6,542	0,278	1,878
1,36	2	0,163	6,447	0,307	1,864
1,39	12	0,403	5,880	0,329	1,772
1,42	28	0,621	5,662	0,351	1,734
1,46	66	0,976	5,307	0,378	1,669
1,5	102	1,245	5,038	0,405	1,617
1,55	156	1,611	4,672	0,438	1,542
1,63	232	2,149	4,134	0,489	1,419
1,68	261	2,404	3,879	0,519	1,356
1,71	275	2,556	3,727	0,536	1,316
1,78	289	2,756	3,527	0,577	1,260
1,83	294	2,858	3,425	0,604	1,231
1,93	295	2,883	3,401	0,658	1,224
2,01	294	2,858	2,858	0,698	1,050
2,11	287	2,722	2,722	0,747	1,001
2,24	273	2,532	2,532	0,806	0,929
2,34	258	2,375	2,375	0,850	0,865
2,51	229	2,125	2,125	0,920	0,754
2,65	202	1,925	1,925	0,975	0,655
2,72	191	1,848	1,848	1,001	0,614
2,85	169	1,698	1,698	1,047	0,529
2,92	159	1,631	1,631	1,072	0,489
3,05	141	1,511	1,511	1,115	0,413
3,16	128	1,424	1,424	1,151	0,353
3,22	121	1,376	1,376	1,169	0,319
3,34	109	1,294	1,294	1,206	0,258
3,45	98	1,217	1,217	1,238	0,196
3,59	86	1,130	1,130	1,278	0,122
3,66	81	1,093	1,093	1,297	0,089
3,75	74	1,039	1,039	1,322	0,039

[1] 참가 학생이 이만큼 많은 측정을 하리라고 기대하지는 않는다. 15–20점이면 충분하다. 그래프에서 움푹 꺼진 곳을 찾는 것이 원칙적으로 중요하다.

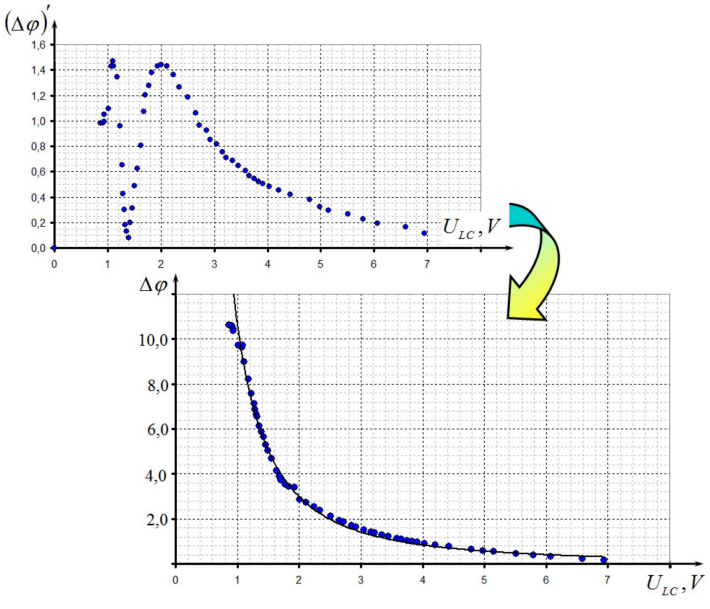
3,83	70	1,008	1,008	1,343	0,008
3,91	65	0,968	0,968	1,364	-0,032
4,03	58	0,911	0,911	1,394	-0,094
4,21	50	0,841	0,841	1,437	-0,173
4,43	41	0,757	0,757	1,488	-0,278
4,79	30	0,644	0,644	1,567	-0,441
4,98	25	0,586	0,586	1,605	-0,535
5,15	21	0,536	0,536	1,639	-0,625
5,51	15	0,451	0,451	1,707	-0,796
5,79	11	0,385	0,385	1,756	-0,954
6,07	8	0,328	0,328	1,803	-1,115
6,59	4	0,231	0,231	1,886	-1,463
6,94	2	0,163	0,163	1,937	-1,811



위상 이동을 제대로 계산하려면 식 (2)의 올바른 근을 고르는 것이 중요하다. 이 경우에는 U_{LC}가 클 때 전압 차가 0으로 다가가므로 $\Delta\varphi \to 0$이어서 꽤 분명하다. 다른 해와 해당 식들을 아래 그림에 나타내었다.



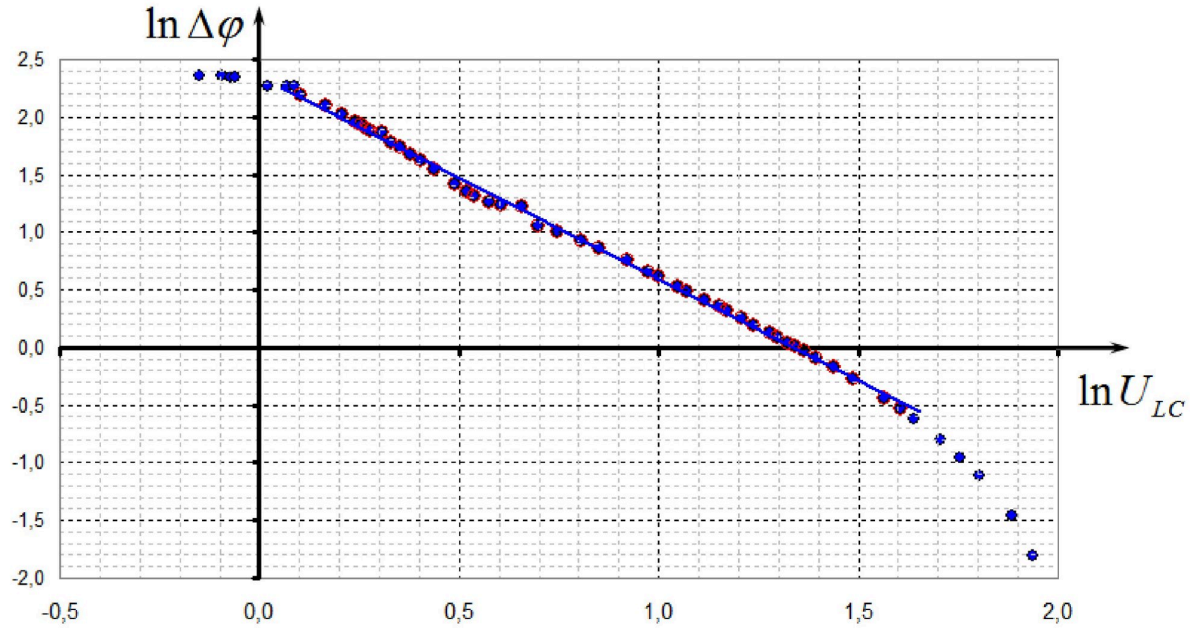
$(\Delta\varphi)' = \arcsin\sqrt{\frac{U}{U_{max}}}$의 계산 결과와 위상 이동 $\Delta\varphi$의 올바른 값을 아래 그림에 나타내었다.



이 그림은 이해를 돕기 위해 그린 것이다. (참가 학생이 그릴 필요는 없다.)

2.3.2 전압이 0일 때 위상 이동의 값은 $\Delta\varphi_0 \approx 10.6$이다.

2.3.3 거듭제곱 함수 $\Delta\varphi = CU^{\beta}$가 적용되는지 확인하려면 아래 그림처럼 마지막 그래프를 로그 눈금으로 다시 그리기를 권한다.



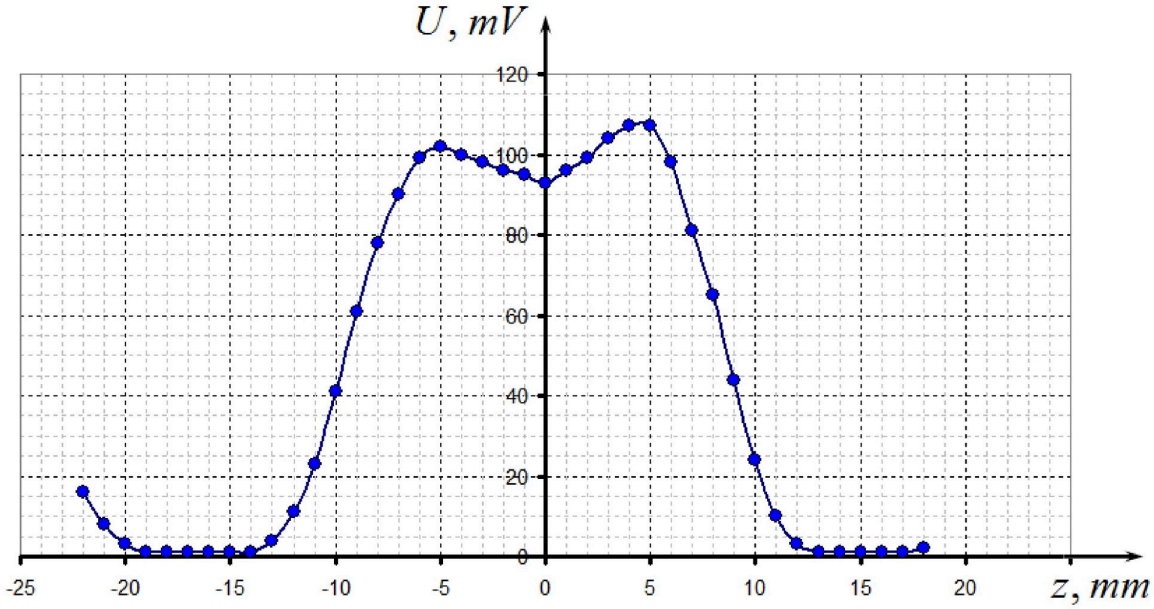
그래프에서 1 V에서 5 V까지의 범위에서는 함수가 거의 선형임을 알 수 있으며, 이는 거듭제곱 법칙이 적용됨을 뒷받침한다. 이 식의 지수는 그래프의 기울기와 같으며, 그 수치는 $\beta \approx 1.75$이다.

2.4절 흰 띠를 지나는 빛의 투과

2.4.1 빛이 띠에 들어가는 점의 좌표 z의 함수로 빛의 세기를 측정한 결과를 표 6에 나타내고 아래에 그렸다.

표 6.

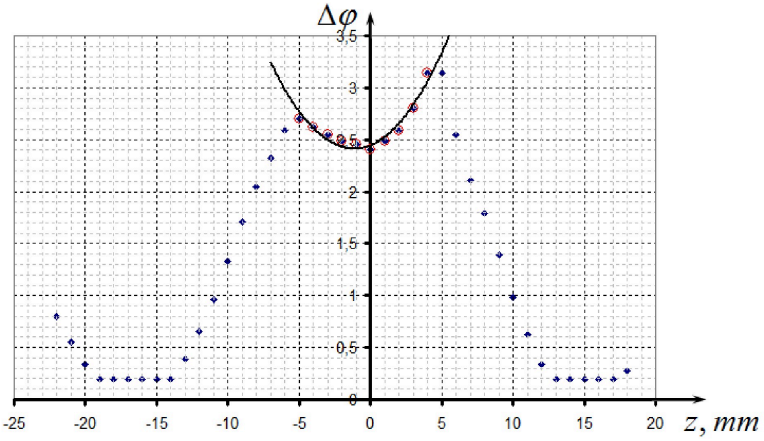
x, mm	*U, mV*	$\Delta\varphi'$	$\Delta\varphi$	*z, mm*
40	16	0,794	5,489	-22
41	8	0,554	5,729	-21
42	3	0,336	5,947	-20
43	1	0,194	6,090	-19
44	1	0,194	6,090	-18
45	1	0,194	6,090	-17
46	1	0,194	6,090	-16
47	1	0,194	6,090	-15
48	1	0,194	6,090	-14
49	4	0,389	5,894	-13
50	11	0,653	5,630	-12
51	23	0,964	5,319	-11
52	41	1,335	4,948	-10
53	61	1,711	4,572	-9
54	78	2,046	4,237	-8
55	90	2,322	3,962	-7
56	99	2,588	3,696	-6
57	102	2,706	2,706	-5
58	100	2,624	2,624	-4
59	98	2,553	2,553	-3
60	96	2,489	2,489	-2
61	95	2,459	2,459	-1
62	93	2,401	2,401	0
63	96	2,489	2,489	1
64	99	2,588	2,588	2
65	104	2,805	2,805	3
66	107	3,142	3,142	4
67	107	3,142	3,142	5
68	98	2,553	3,730	6
69	81	2,111	4,173	7
70	65	1,787	4,496	8
71	44	1,392	4,891	9
72	24	0,987	5,296	10
73	10	0,621	5,662	11
74	3	0,336	5,947	12
75	1	0,194	6,090	13
76	1	0,194	6,090	14
77	1	0,194	6,090	15
78	1	0,194	6,090	16
79	1	0,194	6,090	17
80	2	0,274	6,009	18



2.4.2 곡선의 모양으로 보아 $\Delta\varphi_0$는 세기와 위상 이동 사이 관계의 오르막 부분에 있으며, 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\Delta\varphi_0 = 10\pi + 2\arcsin\sqrt{\frac{U_0}{U_{max}}} \approx 33.9.$$

위상 이동의 그래프를 오른쪽 그림에 그렸다. 그래프의 가운데 부분에 관심이 있으므로 "반사된" 부분은 나타내지 않았다. (이 그래프는 참가 학생에게 요구하지 않는다.)



2.4.3 그래프를 보면 가운데 부분은 대략 z의 포물선 함수이다.

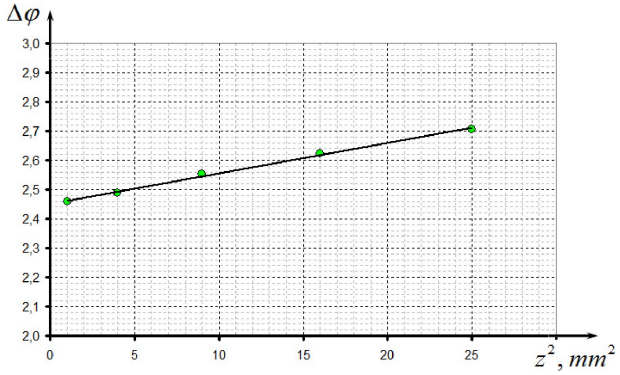
$$\Delta\varphi = az^2 + b. \qquad (10)$$

이 함수의 계수를 정하려면 $\Delta\varphi$를 z^2의 함수로 그리면 된다(오른쪽 그림 참조). 최소제곱법으로 매개변수를 구할 수 있다.

$a = 0.0104\ \text{mm}^{-1}$,

$b = 2.45$.

얻은 b의 값에 10π를 더해야 한다.



식 (9)와 (10)을 비교하면 매개변수들을 띠의 특성으로 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$a = \frac{\Delta\varphi_0}{2n^2R^2}, \quad b = \Delta\varphi_0. \qquad (11)$$

이 식들로부터 띠의 곡률 반지름을 얻는다.

$$R = \frac{1}{n}\sqrt{\frac{b}{2a}}. \qquad (12)$$

얻은 결과를 대입하면 $R = 29\ \text{mm}$이다. 측정의 불확도 때문에 얻은 결과가 꽤 거칠다는 점에 주의하라.