나선 구조에 의한 회절[1]

(총점: 10점)

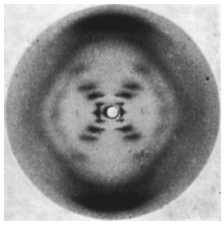


그림 1: 사진 51

서론

로절린드 프랭클린의 실험실에서 찍어 "사진 51"로 널리 알려진 DNA의 X선 회절 사진(그림 1)은 1952년 왓슨과 크릭이 DNA의 이중 나선 구조를 발견하는 바탕이 되었다. 이 실험은 가시광선을 이용하여 나선 구조에 의한 회절 무늬를 이해하는 데 도움을 줄 것이다.

목표

회절을 이용하여 나선 구조의 기하학적 매개변수를 결정한다.

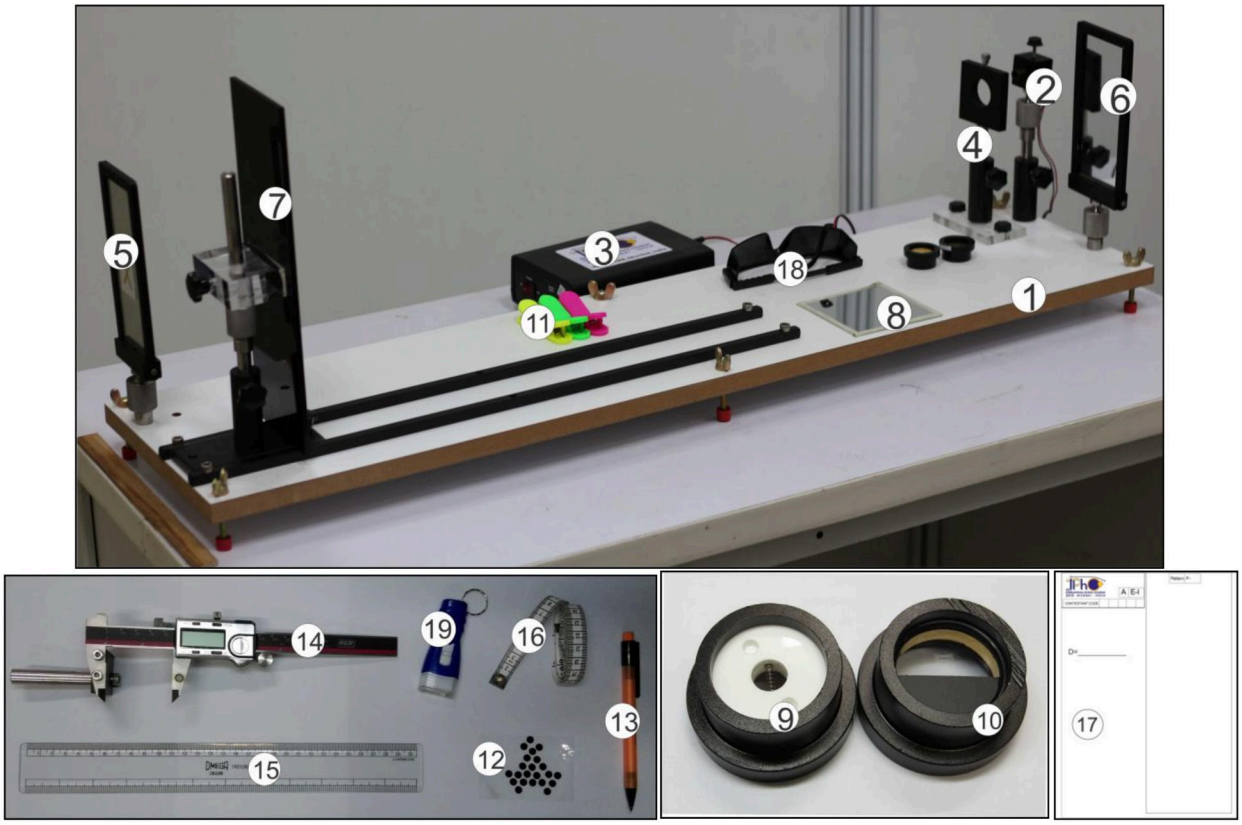


그림 2: E-I의 장치

장치 목록

[1]	나무 받침대	[11]	플라스틱 집게
[2]	받침대에 고정된 레이저 광원	[12]	검은색 원형 스티커
[3]	레이저 광원용 직류 정전압 전원 장치	[13]	샤프펜슬
[4]	받침대가 달린 시료 홀더	[14]	받침이 달린 디지털 캘리퍼
[5]	왼쪽 반사경(앞면 코팅 거울)	[15]	플라스틱 자(30 cm)
[6]	오른쪽 반사경(앞면 코팅 거울)	[16]	줄자(1.5 m)
[7]	받침대가 달린 스크린(10 cm × 30 cm)	[17]	무늬 표시 용지
[8]	평면거울(10 cm × 10 cm)	[18]	레이저 보안경
[9]	시료 I(나선형 용수철)	[19]	건전지 손전등
[10]	시료 II(유리판에 인쇄한 이중 나선 모양 무늬)		

주: 품목 [1], [3], [14], [15], [16], [18]은 실험 E-II에서도 쓰인다.

[1] *Praveen Pathak(HBCSE-TIFR, 뭄바이), Charudatt Kadolkar(IIT, 구와하티), Manish Kapoor(Christ Church College, 칸푸르)가 이 문제의 주 저자이다. 학술위원회, 학술개발그룹, 국제위원회의 기여에 감사드린다.*

장치 설명

나무 받침대 [1]: 한 쌍의 안내 레일, 레이저, 반사경, 스크린, 시료 받침이 단단히 고정되어 있다.

받침대에 고정된 레이저 광원 [2]: 파장 $\lambda = 635$ nm (1 nm $= 10^{-9}$ m)인 레이저 광원이 금속 받침에 고정되어 있고, 이 받침은 볼 조인트(그림 3의 [20])로 바닥에 물려 있어 X-Y-Z 방향으로 조정할 수 있다. 레이저 몸체는 돌려서 위쪽 고정 나사로 고정할 수 있다. 앞쪽 렌즈 뚜껑(그림 3의 빨간 화살표)을 돌려 빔의 초점을 맞추면 또렷하고 선명한 회절 무늬를 얻을 수 있다.

직류 정전압 전원 장치 [3]: 앞면에는 세기 스위치(high/low), 레이저 광원 연결 소켓, USB 소켓 세 개가 있다. 뒷면에는 전원 스위치와 전원 소켓이 있다(그림 4의 작은 그림).

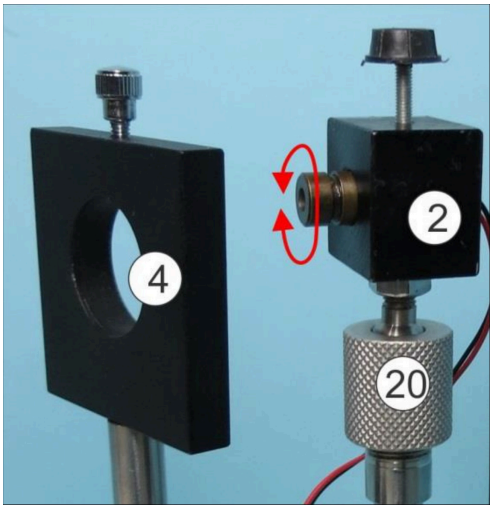


그림 3: 레이저 광원과 시료 홀더.
[20] 볼 조인트.



그림 4: 직류 정전압 전원 장치

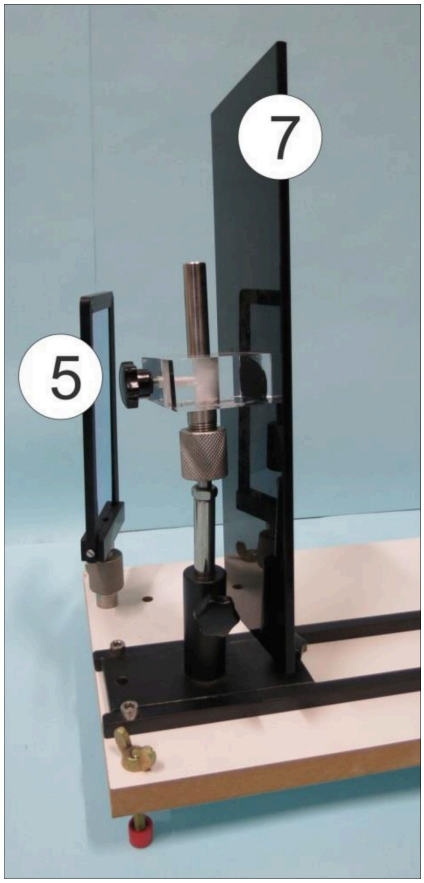


그림 5: 왼쪽 반사경과 스크린

받침대가 달린 시료 홀더 [4]: 위쪽 고정 나사로 시료를 끼워 고정한다(그림 3). 시료 홀더는 수평·수직으로 움직이거나 돌릴 수 있다.

왼쪽 반사경 [5]: 이 반사경은 받침대에 고정되어 있다(그림 5). X 표시가 된 면은 쓰지 마시오.

오른쪽 반사경 [6]: 이 반사경은 받침대에 고정되어 있으며 떼어 낼 수 있다(실험 E-II에서 떼어 낸다). X 표시가 된 면은 쓰지 마시오.

받침대가 달린 스크린 [7]: 스크린은 볼 조인트와 바닥에 얹혀 있어 모든 방향으로 돌려 조정할 수 있다(그림 5). 스크린은 필요에 따라 그림 2나 그림 6처럼 고정할 수 있다.

시료 I [9]: 흰색 아크릴판을 써서 원형 받침에 고정한 나선형 용수철.

시료 II [10]: 유리판에 인쇄한 이중 나선 모양 무늬로, 원형 받침에 고정되어 있다.

받침이 달린 디지털 캘리퍼 [14]: 디지털 캘리퍼가 받침에 고정되어 있다(받침은 E-II에서 필요하다). 켜기/끄기 스위치, 읽음값을 0으로 되돌리는 스위치, mm/inch 선택 스위치(mm에 둘 것), 고정 나사, 오른쪽 턱을 움직이는 손잡이가 있다. 디지털 캘리퍼는 무늬 표시 용지 위에서 측정하는 데 쓸 수 있다.

무늬 표시 용지 [17]: 주어진 무늬 표시 용지는 반으로 접어 플라스틱 집게로 스크린에 물릴 수 있다. 회절 무늬는 반드시 직사각형 칸 안에 표시하시오.

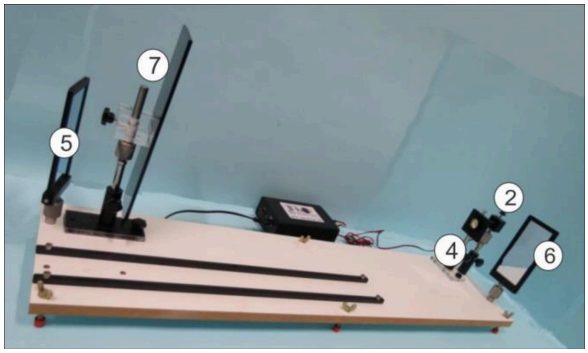


그림 6: 그림 2와 비교한 스크린의 다른 배치

이론

파장이 λ인 레이저 빔이 지름 a인 원통형 도선에 수직으로 입사하면, 도선에 수직인 방향으로 회절된다. 스크린에서 관찰되는 세기 무늬는 그림 7과 같다.

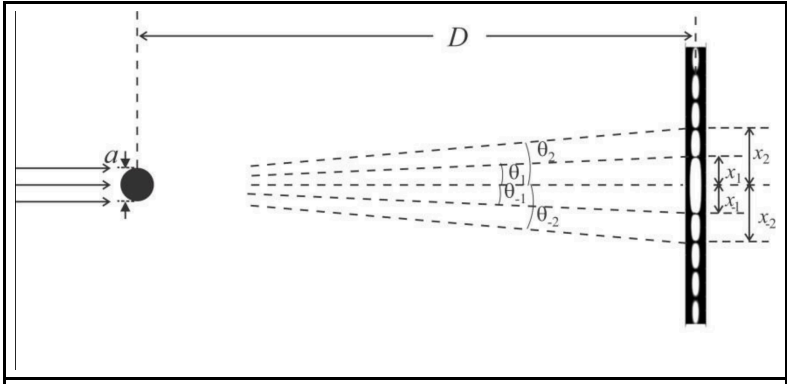


그림 7: 지름 a인 원통형 도선 하나에 의한 회절 무늬의 개략도.

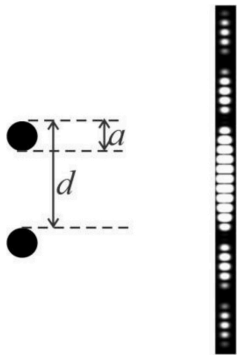


그림 8: 원통형 도선 두 개에 의한 회절 무늬의 개략도

입사 방향과 이루는 각 θ의 함수로서 세기 분포는 다음과 같다.

$$I(\theta) = I(0)\left[\frac{\sin\beta}{\beta}\right]^2 \qquad \text{여기서 } \beta = \frac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$$

가운데 점은 밝고, 그 밖의 각에서는 $\sin\beta\,(\beta \neq 0)$가 0이 될 때 세기가 사라진다. 따라서 세기 분포는 다음 각 θ_n에서 n번째 극소를 가진다.

$$\sin\theta_n = \pm n\frac{\lambda}{a} \qquad\qquad n = 1, 2, 3, 4, 5\ \ldots$$

여기서 $\pm$는 가운데 점($\theta = 0$)의 양쪽을 뜻한다.

서로 거리 d만큼 떨어진 나란한 같은 도선 두 개에 의한 회절 무늬(그림 8)는 두 무늬(도선 하나에 의한 회절과 두 도선에 의한 간섭)의 결합이다. 합성 세기 분포는 다음과 같다.

$$I(\theta) = I(0)\cos^2\delta\left[\frac{\sin\beta}{\beta}\right]^2$$

여기서 $\delta = \dfrac{\pi d \sin\theta}{\lambda}$, $\beta = \dfrac{\pi a \sin\theta}{\lambda}$이다.

도선에서 먼 거리 D에 놓인 스크린에서 극소의 위치는 회절에 의해 $x_{\pm n} = \pm n\frac{\lambda D}{a}$, 간섭에 의해 $x_{\pm m} = \pm\left(m - \frac{1}{2}\right)\frac{\lambda D}{d}$ 에서 관찰된다(여기서 $m, n = 1, 2, 3, 4, 5\ \ldots$). 마찬가지로 같은 도선 네 개의 묶음(그림 9)에 대해서는 알짜 세기 분포가 각 도선에 의한 회절과 도선 쌍에 의한 간섭의 결합이 되므로 a, d, s에 의존한다. 다시 말해 세 가지 서로 다른 세기 무늬가 결합된 것이 관찰된다.

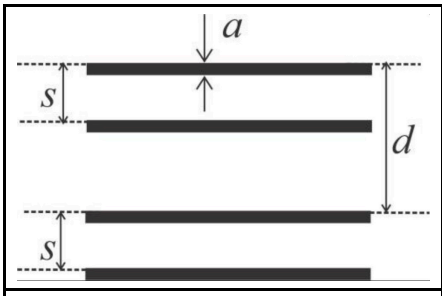


그림 9: 도선 네 개의 묶음

처음 조정

1. 레이저 광원을 켜고 레이저 점이 스크린에 떨어지도록 두 반사경을 조정한다.
2. 플라스틱 자를 이용하여 레이저 빔이 나무 받침대와 나란하도록 레이저 받침과 반사경을 조정한다.
3. 레이저 점이 스크린 가운데 근처에 떨어지는지 확인한다.
4. 레이저 광원을 끈다. 무늬 표시 용지를 스크린에 물린다.
5. 주어진 평면거울을 플라스틱 집게로 스크린에 물리고 레이저를 다시 켠다.
6. 레이저 빔이 지나온 길을 되돌아 레이저 광원으로 돌아가도록 스크린을 조정한다. 정렬이 끝나면 거울을 떼어 낸다.
7. 칸막이 방의 조명은 필요에 따라 켜거나 꺼도 된다.

실험

파트 A: 나선형 용수철의 기하학적 매개변수 결정[2]

시료 I은 그림 10(a)처럼 굵기가 균일하게 a_1인 도선으로 만든 반지름 R, 피치 P인 나선형 용수철이다. 수직으로 입사하여 볼 때 그 투영은 굵기가 같은 나란한 도선 묶음 두 개가 서로 거리 d_1만큼 떨어지고 서로 $2\alpha_1$의 각을 이루는 것과 같다(그림 10(b)).

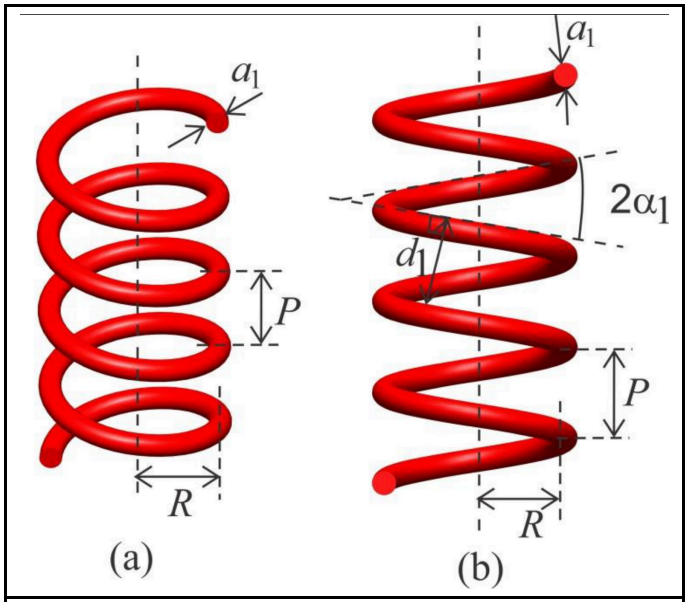


그림 10: (a) 나선형 용수철의 전형적인 모습 (b) 수직 입사로 볼 때의 개략도

[2] *참고문헌: G. Braun, D. Tierney and H. Schmitzer, Phys. Teach.* ***49****, 140 (2011).*

- 용수철이 연직이 되도록 시료 I을 시료 홀더에 끼운다.
- 무늬 표시 용지 위에 또렷하고 선명한 X자 모양 회절 무늬를 얻는다.
- 이를 위해 다음을 조정해도 된다.
  - 레이저 빔 초점(렌즈 뚜껑을 돌린다)
  - 빔 방향(레이저 몸체를 돌려 용수철이 두 바퀴만 비추어지도록 한다)
  - 레이저 세기(전원 장치의 high/low 스위치)
  - 주변 조명(칸막이 방의 조명을 켜거나 끈다)

가운데 극대가 아주 밝으면 산란을 줄이기 위해 무늬 표시 용지에 검은색 원형 스티커를 붙여도 된다.

과제	설명	배점
A1	무늬 표시 용지 위에서 가운데 점의 양쪽에 있는 세기 극소의 위치를 (주어진 연필 [13]으로) 알맞게 표시하여 a_1과 d_1을 결정하라. 무늬 표시 용지에는 P-1, P-2 등으로 이름을 붙여라.	**0.7**
A2	디지털 캘리퍼로 알맞은 거리를 재어 a_1을 결정하기 위한 표 A1에 기록하라.	**0.5**
A3	알맞은 그래프를 그려 그래프 A1이라 이름 붙이고, 그 기울기로부터 a_1을 결정하라.	**0.7**
A4	알맞은 거리를 재어 d_1을 결정하기 위한 표 A2에 기록하라.	**0.8**
A5	알맞은 그래프를 그려 그래프 A2라 이름 붙이고, 그 기울기로부터 d_1을 결정하라.	**0.6**
A6	X자 모양 무늬로부터 각 α_1을 결정하라.	**0.2**
A7	P를 d_1과 α_1로 나타내고 P를 계산하라.	**0.2**
A8	R을 P와 α_1로 나타내고 R을 계산하라(a_1은 무시한다).	**0.2**

파트 B: 이중 나선 모양 무늬의 기하학적 매개변수 결정

그림 11(a)는 이중 나선의 두 바퀴를 보여 준다. 그림 11(b)는 이 이중 나선을 수직으로 입사하여 볼 때의 2차원 투영이다. 굵기가 a_2인 각 나선은 $2\alpha_2$의 각을 이루며 바퀴 사이의 수직 거리는 d_2이다. 두 나선 사이의 간격은 s이다. 시료 II는 유리판에 인쇄한 이중 나선 모양 무늬(그림 12)로, 그 회절 무늬는 이중 나선의 회절 무늬와 비슷하다. 이 파트에서는 시료 II의 기하학적 매개변수를 결정한다.

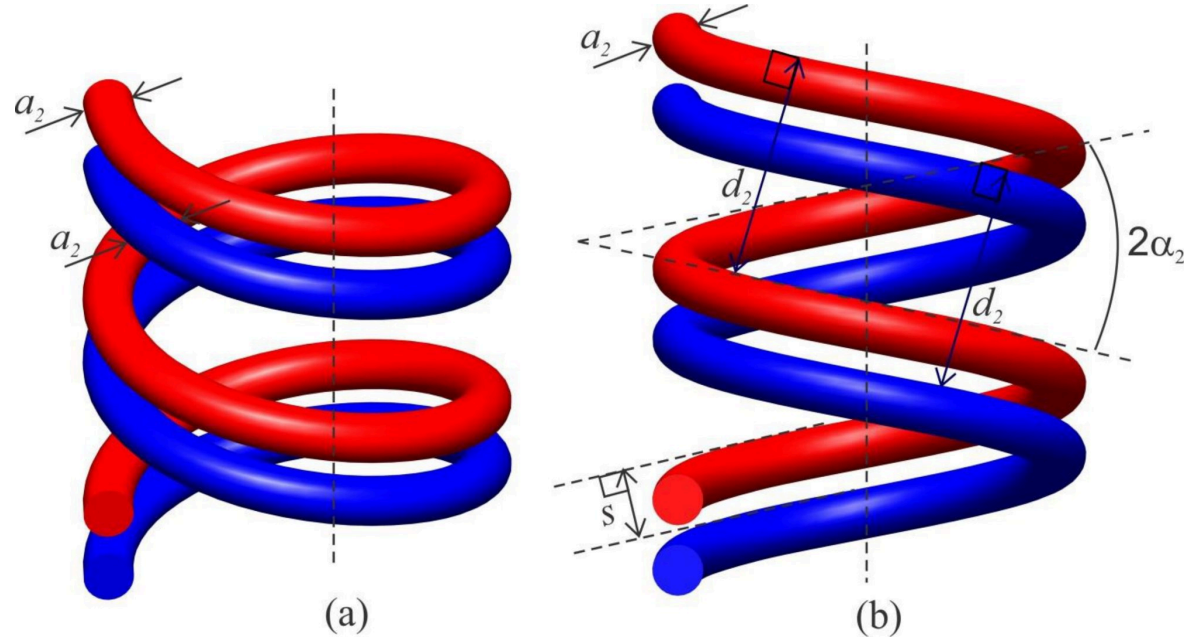


그림 11: (a) 이중 나선형 용수철의 전형적인 모습 (b) 수직 입사로 볼 때의 개략도.

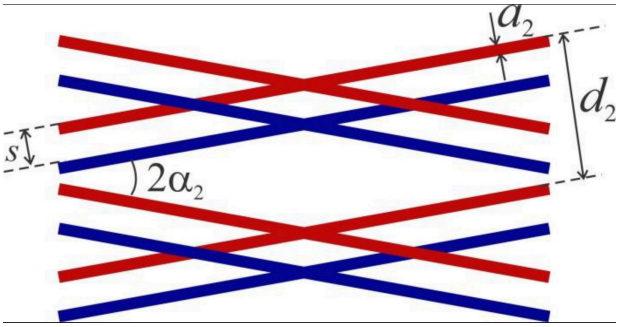


그림 12: 시료 II의 이중 나선 모양 무늬

- 시료 II를 시료 홀더에 끼운다.
- 새 무늬 표시 용지를 스크린에 붙인다.
- 스크린에 또렷하고 선명한 X자 모양 회절 무늬를 얻는다.

과제	설명	배점
B1	가운데 점의 양쪽에 있는 극소의 위치를 알맞게 표시하여 a_2, s, d_2를 결정하라. 무늬 표시 용지를 여러 장 써도 된다.	**1.1**
B2	알맞은 거리를 재어 a_2를 결정하기 위한 표 B1에 기록하라.	**0.5**
B3	알맞은 그래프를 그려 그래프 B1이라 이름 붙이고, 그 기울기로부터 a_2를 결정하라.	**0.5**
B4	알맞은 거리를 재어 s를 결정하기 위한 표 B2에 기록하라.	**1.2**
B5	알맞은 그래프를 그려 그래프 B2라 이름 붙이고, 그 기울기로부터 s를 결정하라.	**0.5**
B6	알맞은 거리를 재어 d_2를 결정하기 위한 표 B3에 기록하라.	**1.6**
B7	알맞은 그래프를 그려 그래프 B3이라 이름 붙이고, 그 기울기로부터 d_2를 결정하라.	**0.5**
B8	X자 모양 무늬로부터 각 α_2를 결정하라.	**0.2**