

IPhO 2018
Lisbon, Portugal

Confidential

실험 문제 1 풀이

종이 트랜지스터

(Elvira Fortunato, Luís Pereira, Rui Igreja, Paul Grey, Inês Cunha, Diana Gaspar, Rodrigo Martins)

2018년 7월 23일

v1.4

풀이 개요:

파트 A. 회로 치수 정하기 (2.4점)

A.1

옴의 법칙을 쓰면 전압 분배기를 흐르는 전류는 $I = V_{\text{in}}/(R_x + R_y)$ 이고 $V_{\text{out}} = R_y I$ 이다. 따라서

A.1 0.2pt

$$V_{\text{out}} = V_{\text{in}} \frac{R_y}{R_x + R_y}$$

A.2

A.2 각 측정에서의 불확도: ±0.01 Ω 0.5pt

#	R_{T1}	R_{T2}	R_{T3}
1	122.3	125.3	125.3
2	122.3	125.4	125.4
3	122.3	125.3	125.4
4	122.2	125.2	125.5
5	122.3	125.4	125.4
6	122.3	125.4	125.3
7	122.2	125.4	125.4
8	122.2	125.3	125.4
9	122.2	125.4	125.4
10	122.2	125.4	125.5
$\bar{R}$	122.25	125.35	125.40
σ_R	0.05	0.07	0.07

Confidential

A.3

A.3 길이 l, 너비 w, 두께 t 인 직육면체 도체의 저항은 다음과 같이 주어진다 0.3pt

$$R = \rho \frac{l}{w\,t}$$

정사각형 모양의 박막에서는 $l = w$ 이므로

$$R = \rho \frac{l}{w\,t} = \frac{\rho}{t} = R_{\square}.$$

A.4

면저항의 ($1/\sigma^2$ 로 가중한) 가중 평균값은 $\bar{R} = 123.94 \pm 0.04\ \Omega$ 이고 $\rho = R_{\square} t$ 이다.

A.4 $\bar{R} = 123.94 \pm 0.04\ \Omega$ 0.4pt
$\rho = 2.5 \pm 0.1 \times 10^{-3}\ \Omega$ m.

A.5

A.5 직사각형 박막에서는 $R = R_{\square} \frac{l}{w}$ 이므로 0.5pt

$$R_1 = R_2 = R_{\square}(1 + 1/0.9 + 1/0.8 + 1/0.7 + 1/0.6 + 1/0.5 + 1/0.4 + 1/0.3) = 14.2897 R_{\square}$$

측정값:

$$R_1 = 1776 \pm 1\,\Omega \quad k_1 = 14.33$$
$$R_2 = 1787 \pm 1\,\Omega \quad k_2 = 14.42$$
$$\bar{\kappa} = 14.3 \pm 0.1$$

이론값과의 비교: 평균값은 주어진 오차 막대 안에서 이론값과 잘 맞는다.

Confidential

A.6

A.6 저항 측정의 불확도: ±1 Ω. 0.3pt

저항 R_1:

접점	R_x/Ω	R_y/Ω
Z	1776	0
A	1708	165
B	1578	296
C	1421	452
D	1239	607
E	1033	829
F	768	1072
G	439	1394
V	0	1782

저항 R_2:

접점	R_x/Ω	R_y/Ω
Z	1791	0
H	1428	411
I	1120	737
J	882	996
K	670	1200
L	498	1396
M	341	1555
N	188	1719
W	0	1793

Confidential

A.7

A.7 0.3pt

접점	V_{out}/V	접점	V_{out}/V
Z	0	–	—
A	-0.208	H	0.664
B	-0.435	I	1.171
C	-0.699	J	1.593
D	-1.003	K	1.939
E	-1.337	L	2.24
F	-1.756	M	2.51
G	-2.29	N	2.77
V	-2.99	W	3.00

Confidential

파트 B. JFET 트랜지스터의 특성 곡선 (4.5점)

B.1

B.1 $I_{\text{DS}} = 11.84 \pm 0.01$ mA 0.2pt

B.2

B.2 I_{DS} 전류 (mA): 0.8pt

게이트/드레인	Z	H	I	J	K	L	M	N	W
Z	0	1.58	2.18	2.82	3.60	4.75	6.45	9.43	11.87
A	0	1.52	2.13	2.67	3.47	4.53	6.04	7.82	8.78
B	0	1.45	2.00	2.63	3.29	4.21	5.15	5.77	6.09
C	0	1.28	1.79	2.23	2.59	2.85	2.99	3.08	3.16
D	0	0.65	0.76	0.81	0.85	0.89	0.92	0.94	0.96
E	0	0.03	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.06	0.07
F	0	0	0	0	0	0	0	0	0
G	0	0	0	0	0	0	0	0	0
V	0	0	0	0	0	0	0	0	0

B.3

무부하 전압은

$$V_{\mathrm{out}} = V_{\mathrm{in}} \frac{R_y}{R_x + R_y}$$

이고 부하가 걸린 전압은

$$V_{\mathrm{out}}^{\mathrm{L}} = V_{\mathrm{in}} \frac{R'_y}{R_x + R'_y},$$

이다. 여기서 R'_y 는 R_y 와 R_{L} 의 병렬 연결에 대한 등가 저항이다:

$$R'_y = \frac{R_y R_{\mathrm{L}}}{R_y + R_{\mathrm{L}}}.$$

따라서,

$$f = \frac{\frac{R'_y}{R_x + R'_y}}{\frac{R_y}{R_x + R_y}} = \frac{(R_x + R_y) R'_y}{(R_x + R'_y) R_y} = \frac{(R_x + R_y) \frac{R_{\mathrm{L}}}{R_y + R_{\mathrm{L}}}}{R_x + R_y \frac{R_{\mathrm{L}}}{R_y + R_{\mathrm{L}}}}$$

$\eta = 1/(1 + \frac{R_y}{R_{\mathrm{L}}})$ 로 나타내면 인자 f 는 다음과 같이 쓸 수 있다

$$f = \frac{(R_x + R_y)\eta}{R_x + R_y \eta}$$

Confidential

$R_{\mathrm{L}} \gg R_y$ 이면 $\eta \to 1$ 이고 $f \to 1$ 이며, $R_{\mathrm{L}} \ll R_y$ 이면 $\eta \to 0$ 이고 $f \to 0$ 이다.

B.3 0.2pt

$$f = \frac{(R_x + R_y)\eta}{R_x + R_y\eta}$$

B.4

B.4 0.7pt

게이트: A $\quad V_{\mathrm{GS}} = 0\ \mathrm{V}$ $\quad R_{\mathrm{DS}} = 50.0$

드레인	$V_{\mathrm{out}}/\mathrm{V}$	$V_{\mathrm{out}}^{L}/\mathrm{V}$	$V_{\mathrm{DS}}/\mathrm{V}$	$I_{\mathrm{DS}}/\mathrm{mA}$	rI/V	f
Z	0,000	0,000	0,000	0,00	0,000	1,000
H	0,664	0,105	0,089	1,58	0,016	0,158
I	1,171	0,139	0,117	2,18	0,022	0,119
J	1,593	0,181	0,153	2,82	0,028	0,114
K	1,939	0,237	0,201	3,60	0,036	0,122
L	2,240	0,315	0,267	4,75	0,048	0,140
M	2,510	0,443	0,379	6,45	0,065	0,177
N	2,770	0,724	0,630	9,43	0,094	0,261
W	3,000	3,000	2,881	11,87	0,119	1,000

Confidential

B.4 cont.

게이트: B $V_{GS} = -0.208\,\text{V}$ $R_{DS} = 58.73$ 0.7pt

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	0.118	0.102	1.52	0.015	0.177
I	1.171	0.157	0.136	2.13	0.021	0.134
J	1.593	0.204	0.177	2.67	0.027	0.128
K	1.939	0.267	0.233	3.47	0.035	0.138
L	2.240	0.353	0.308	4.53	0.045	0.158
M	2.510	0.495	0.435	6.04	0.060	0.197
N	2.770	0.799	0.721	7.82	0.078	0.289
W	3.000	3.000	2.912	8.78	0.088	1.000

게이트: C $V_{GS} = -0.435\,\text{V}$ $R_{DS} = 72.54$

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	0.136	0.122	1.45	0.015	0.205
I	1.171	0.183	0.163	2.00	0.020	0.157
J	1.593	0.239	0.213	2.63	0.026	0.150
K	1.939	0.312	0.279	3.29	0.033	0.161
L	2.240	0.411	0.369	4.21	0.042	0.184
M	2.510	0.572	0.520	5.15	0.052	0.228
N	2.770	0.907	0.850	5.77	0.058	0.328
W	3.000	3.000	2.939	6.09	0.061	1.000

Confidential

B.4 cont. 0.7pt

게이트: D $V_{GS} = -0.699$ V $R_{DS} = 99.86$

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	0.170	0.157	1.28	0.013	0.256
I	1.171	0.232	0.214	1.79	0.018	0.198
J	1.593	0.303	0.281	2.23	0.022	0.190
K	1.939	0.395	0.369	2.59	0.026	0.204
L	2.240	0.516	0.487	2.85	0.029	0.230
M	2.510	0.708	0.678	2.99	0.030	0.282
N	2.770	1.089	1.059	3.08	0.031	0.393
W	3.000	3.000	2.968	3.16	0.032	1.000

게이트: E $V_{GS} = -1.003$ V $R_{DS} = 176.3$

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	0.245	0.238	0.65	0.007	0.369
I	1.171	0.346	0.338	0.76	0.008	0.295
J	1.593	0.454	0.446	0.81	0.008	0.285
K	1.939	0.586	0.578	0.85	0.009	0.302
L	2.240	0.754	0.745	0.89	0.009	0.337
M	2.510	1.004	0.994	0.92	0.009	0.400
N	2.770	1.451	1.441	0.94	0.009	0.524
W	3.000	3.000	2.990	0.96	0.010	1.000

Confidential

B.4 cont. 1.2pt

게이트: F $V_{GS} = -1.337$ V $R_{DS} = 1111$

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	0.526	0.523	0.03	0.003	0.791
I	1.171	0.857	0.853	0.04	0.004	0.732
J	1.593	1.149	1.144	0.05	0.005	0.721
K	1.939	1.431	1.426	0.05	0.005	0.738
L	2.240	1.719	1.714	0.05	0.005	0.767
M	2.510	2.039	2.034	0.05	0.005	0.812
N	2.770	2.430	2.424	0.06	0.006	0.877
W	3.000	3.000	2.993	0.07	0.007	1.000

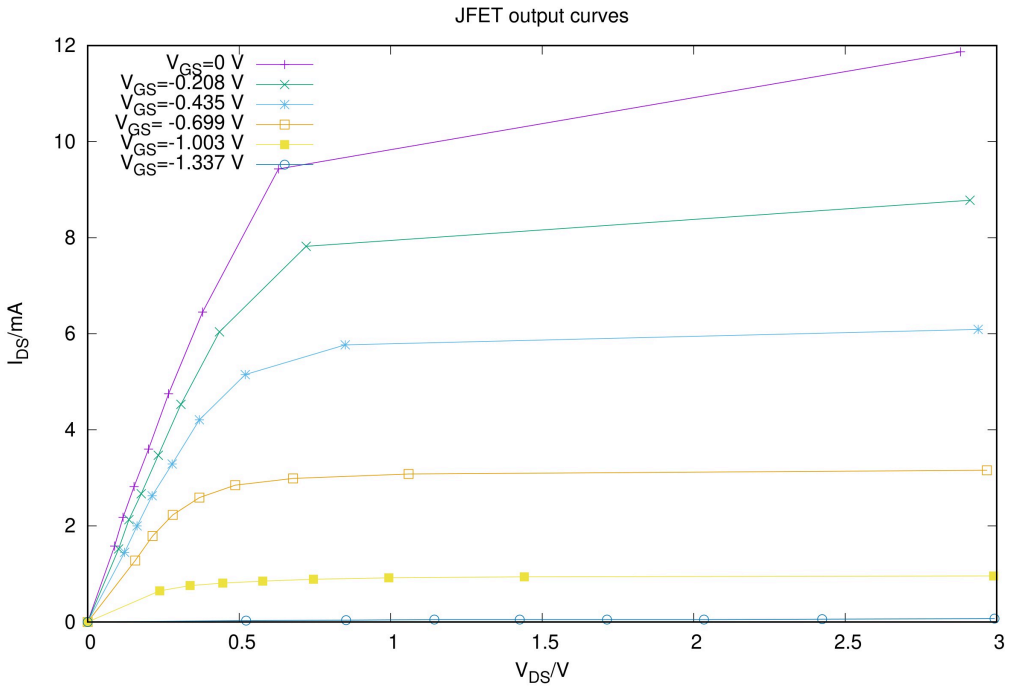
게이트: G $V_{GS} = -1.756$ V $R_{DS} = \infty$

드레인	V_{out}/V	V_{out}^{L}/V	V_{DS}/V	I_{DS}/mA	rI/V	f
Z	0.000	0.000	0.000	0.00	0.000	1.000
H	0.664	-0.288	-0.288	0.00	0.000	-0.434
I	1.171	-0.325	-0.325	0.00	0.000	-0.278
J	1.593	-0.415	-0.415	0.00	0.000	-0.260
K	1.939	-0.562	-0.562	0.00	0.000	-0.290
L	2.240	-0.800	-0.800	0.00	0.000	-0.357
M	2.510	-1.325	-1.325	0.00	0.000	-0.528
N	2.770	-3.675	-3.675	0.00	0.000	-1.327
W	3.000	3.000	3.000	0.00	0.000	1.000

Confidential

B.5

B.5 출력 곡선: 0.5pt



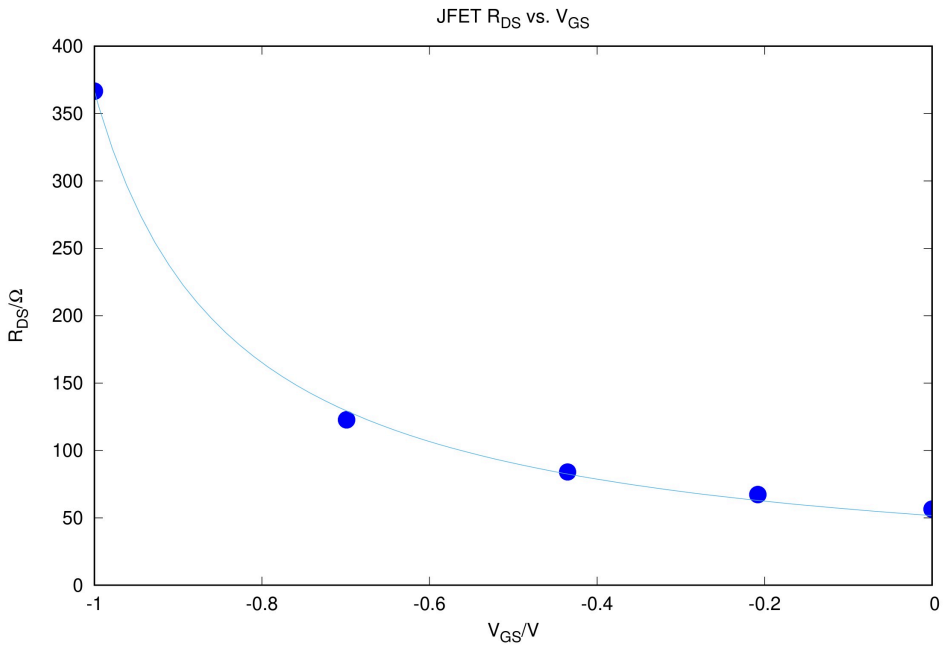
B.6

R_{DS} 값은 (작은 V_{DS} 전압에서) 출력 곡선의 선형 영역 기울기로부터 얻는다.
그래프 $R_{\mathrm{DS}}(V_{\mathrm{GS}})$ 의 마지막 점은 선형 영역의 점이 모자라 오차 막대가 크므로 무시한다.
그래프의 실선은 $R_{\mathrm{DS}} = R^0_{\mathrm{DS}}(1 - V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}})$ 에 맞춘 결과로, $R^0_{\mathrm{DS}} = 52(2)\ \Omega$, $V_{\mathrm{P}} = -1.18(1)$ V 를 준다.

Confidential

B.6 0.5pt

V_{GS}/V	R_{DS}/Ω
0	56.5 ±2
-0.208	67.4 ±2
-0.435	84.1 ±4
-0.699	122.84 ±4
-1.003	366.6 ±4
-1.337	1111 ±100



Confidential

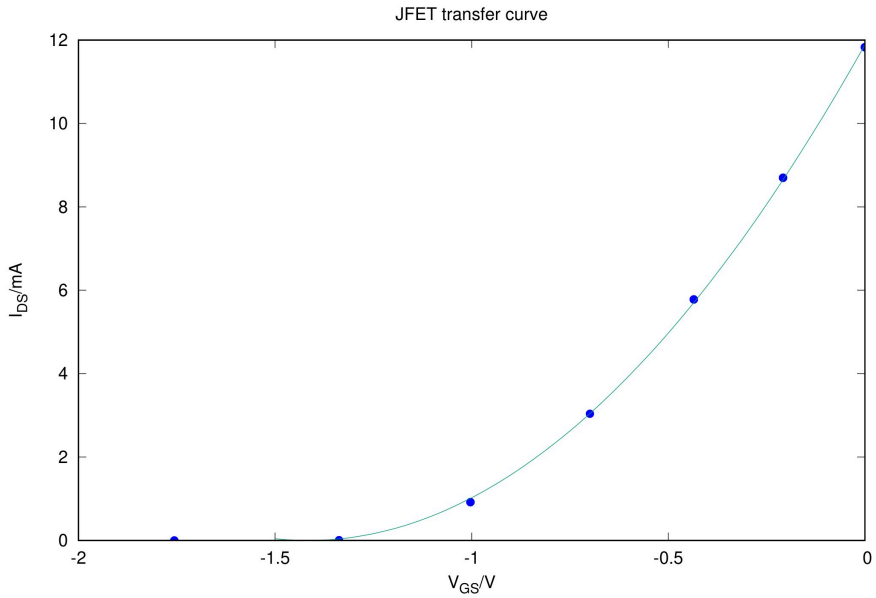
B.7

자료는 $V_{\mathrm{DS}} = +3$ V 에서 얻었다. 실선은 다음 함수로 자료를 맞춘 결과이다

$$I_{\mathrm{DS}} = I_{\mathrm{DSS}}(1 - V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}})^2.$$

맞춘 변수는 $I_{\mathrm{DSS}} = 11.89 \pm 0.06$ mA 와 $V_{\mathrm{P}} = -1.42 \pm 0.02$ V 이다.

B.7 0.3pt



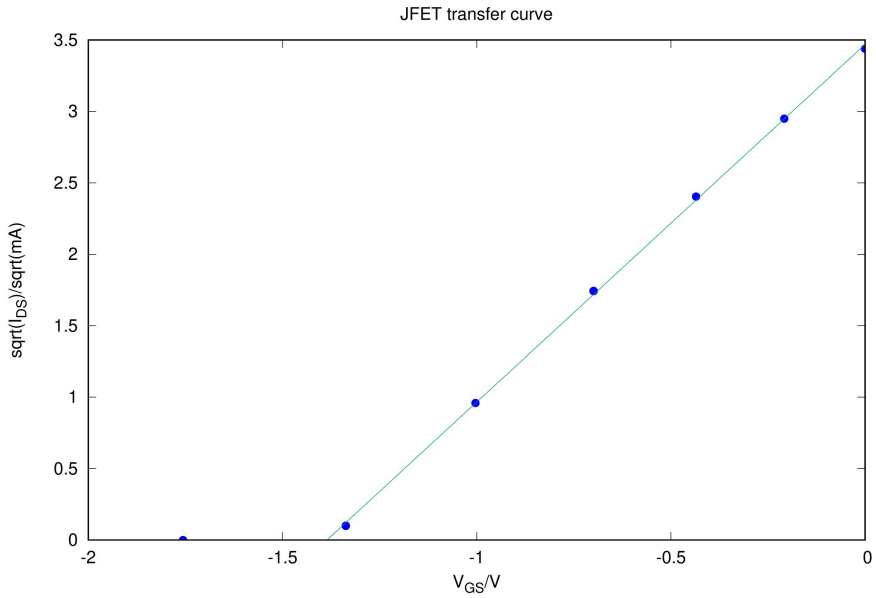
B.8

다음 식으로부터

$$I_{\mathrm{DS}} = I_{\mathrm{DSS}}(1 - V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}})^2$$

$\sqrt{I_{\mathrm{DS}}}$ 를 V_{GS} 의 함수로 그리면 기울기가 $a = -\sqrt{I_{\mathrm{DS}}}/V_{\mathrm{P}}$ 인 직선이 되고, 이 직선은 x축과 V_{P} 에서 만난다.

Confidential



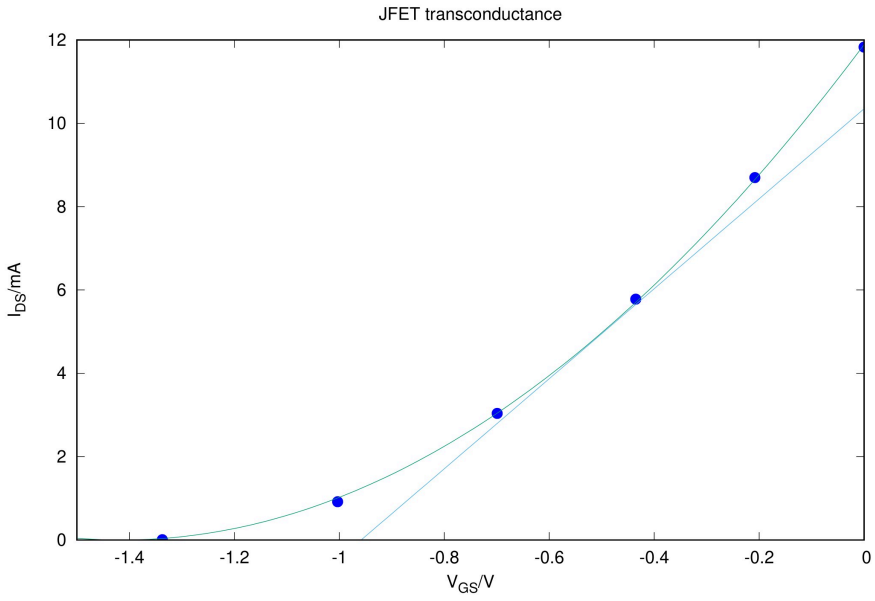
$f(x) = a\,x + b$ 로 선형 맞춤하면 $a = 2.50(2)$, $b = 3.47(2)$ 를 얻는다. 따라서 $V_\mathrm{P} = -b/a = -1.39(2)$ V 이고 $I_\mathrm{DSS} = 4.23^2 = 12.0(2)$ mA 이다.

B.8	$V_\mathrm{P} = -b/a = -1.39(2)$ V $I_\mathrm{DSS} = 4.23^2 = 12.0(2)$ mA.	0.4pt

B.9

트랜스컨덕턴스는 주어진 점에서 전달 곡선의 기울기이다. 전달 곡선 그래프에서 가로좌표가 -0.50 V 인 점에 접선을 긋고 그래프에서 기울기를 읽으면 $g = 10.8(1)\ \mathrm{m}^{-1}$ 을 얻는다.

Confidential



다음 식으로부터

$$I_{\mathrm{D}} = I_{\mathrm{DSS}}(1 - V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}})^2,$$

$$g = \frac{\partial I_{\mathrm{DS}}}{\partial V_{\mathrm{GS}}} = 2I_{\mathrm{DSS}}(1 - V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}})\left(-\frac{1}{V_{\mathrm{P}}}\right) = \frac{2I_{\mathrm{DSS}}}{V_{\mathrm{P}}}(V_{\mathrm{GS}}/V_{\mathrm{P}} - 1).$$

값을 넣으면,

$$g = 10.8\ \mathrm{m}^{-1}$$

이 값은 그래프 방법으로 얻은 값과 잘 맞는다.

B.9	$g_{\text{측정}} = 10.8(1)\ \mathrm{m}^{-1}$ $g_{\text{모형}} = 10.8\ \mathrm{m}^{-1}$	0.4pt

Confidential

파트 C: 종이 박막 트랜지스터 (2.0점)

C.1

C.1 0.8pt

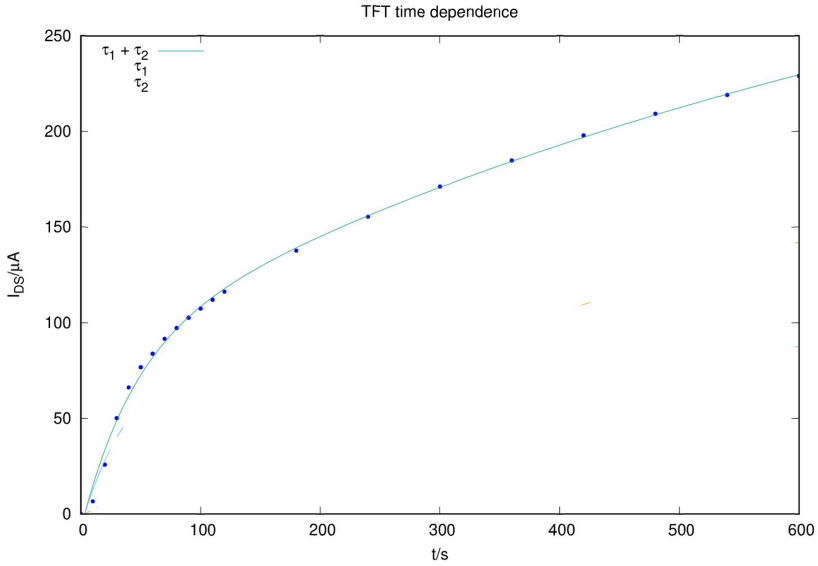
t/s	$I_{\mathrm{DS}}/\mu\mathrm{A}$	t/s	$I_{\mathrm{DS}}/\mu\mathrm{A}$
0	0	110	112,0
10	6.6	120	116.2
20	25.8	180	137.7
30	50.1	240	155.4
40	66.2	300	171.2
50	76.7	360	184.4
60	83.8	420	197.9
70	91.6	480	209.2
80	97.2	540	219.1
90	102.6	600	220.0
100	107.4	-	-

C.2

자료는 축전기의 충전과 비슷하며, 더 큰 시간 상수를 갖는 둘째 축전기의 충전에 해당하는 거의 선형인 성분이 겹쳐 있다.

$A(1-\exp(-t/\tau_1))+B(1-\exp(-t/\tau_2))$ 에 대한 최소제곱 맞춤도 함께 나타냈으며, 자료가 이 모형으로 잘 맞춰짐을 보여 준다. 더 짧은 시간 상수는 $\tau_1 = 43(8)$ s 이고, 더 긴 시간 상수 τ_2 는 대략 20배 크다.

Confidential

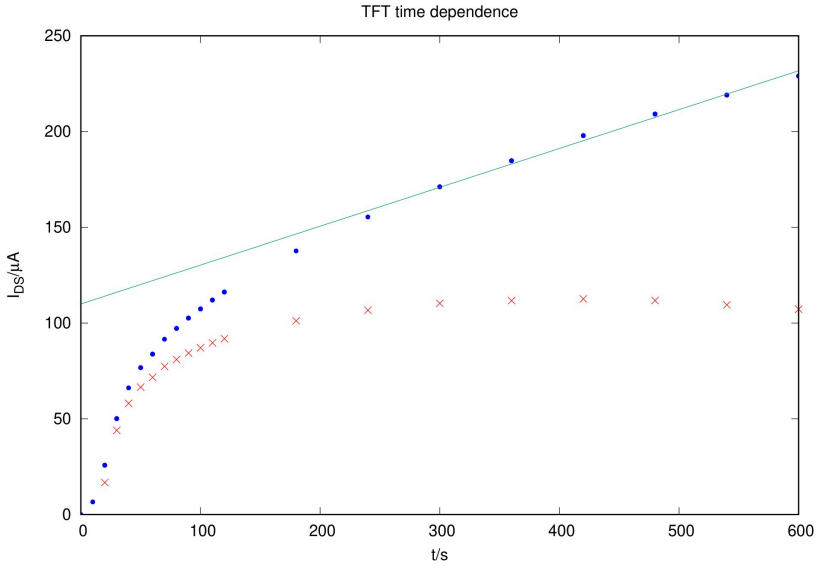


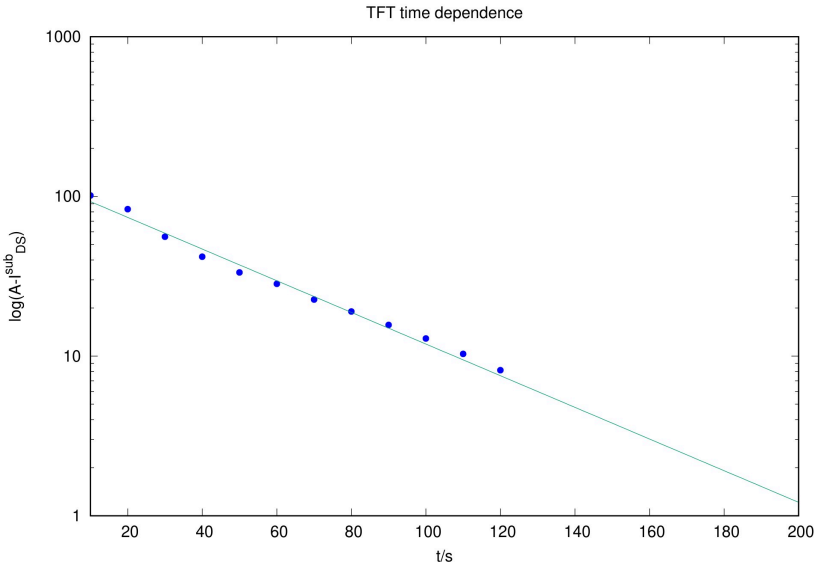
$I_{\mathrm{DS}}^{\mathrm{sub}} = A(1 - \exp(-t/\tau_1))$ 를 긴 시간 상수 성분을 뺀 자료라고 하자. $\log(A - I_{\mathrm{DS}}^{\mathrm{sub}})$ 의 로그 그래프는 기울기가 $-1/\tau_1$ 인 직선이 되어야 한다. 짧은 τ_1 성분의 포화 전류인 상수 A 는 위 그래프에서 쉽게 어림할 수 있다.

직선의 기울기는 $m = -0.023(1)$ 이고, 이로부터 $\tau_1 = 44(3)$ s 를 얻는다. τ_2 성분을 빼는 과정의 오차를 고려하지 않았으므로 오차 막대는 과소평가되어 있다.

Confidential

C.2 1.2pt





$\tau_1 = 44(3)$ s.

Confidential

파트 D. 인버터 회로 (1.0점)

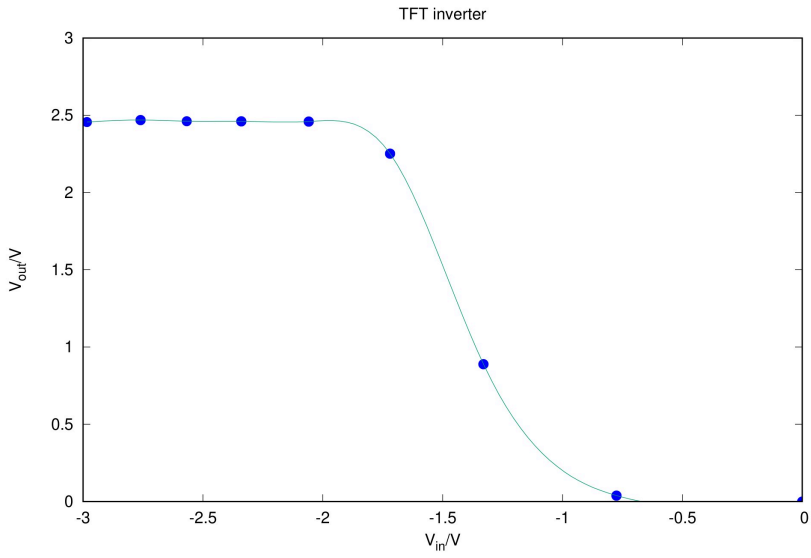
D.1

D.1 $R_{\mathrm{L}} = 198\ \mathrm{k\Omega}$ 0.5pt

t	$V_{\mathrm{in}}/\mathrm{V}$	$V_{\mathrm{out}}/\mathrm{V}$
	-2.983	2.456
	-2.760	2.470
	-2.567	2.461
	-2.340	2.461
	-2.058	2.460
	-1.719	2.252
	-1.330	0.889
	-0.775	0.039

D.2

D.2 0.5pt



Confidential