위데만-프란츠 법칙 – 풀이

파트 A: 금속의 전기전도도 (1.5점)

A.1 (1.0점)

자석 낙하 시간:

번호	구리 [s]	알루미늄[s]	황동 [s]
1	17.77	9.23	6.1
2	17.96	9.39	5.83
3	18.16	9.22	6.04
4	18.15	9.37	5.86
5	17.76	9.36	6.16
6	18.2	9.44	5.92
7	17.67	9.65	5.9
8	17.9	9.18	6.08
9	17.67	9.41	5.86
10	18.36	8.96	5.99
평균	17.96	9.32	5.97

A.2 (0.5점)

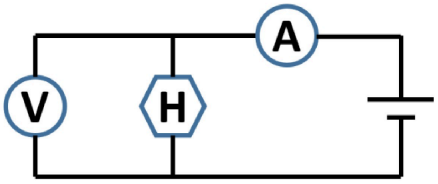
	구리	알루미늄	황동
전기전도도 $\left[\frac{1}{\Omega m}\right]$	5.97×10^7	2.98×10^7	1.60×10^7

파트 B: 구리의 열전도도 (3.0점)

B.1 (0.1점)

봉 1의 온도 : **22.76 [C]**

B.2 (0.5점)



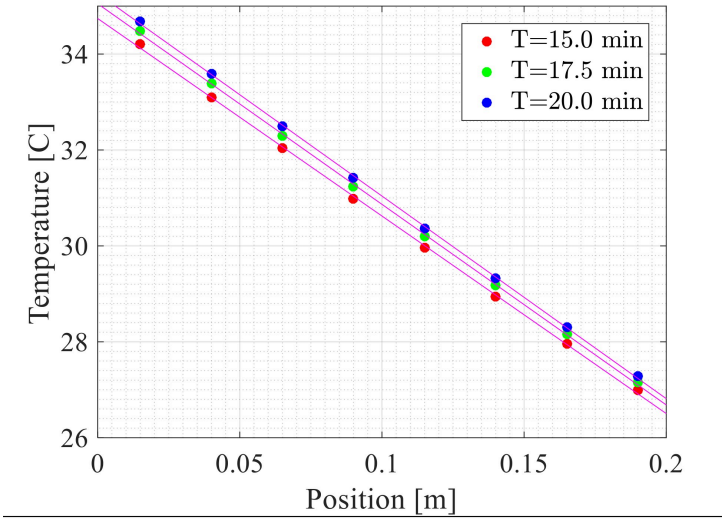
B.3 (0.1점)

$P = I \cdot V = 5.51\,[\mathrm{W}]$

B.4 (0.5점)

Time [S]	T1 [C]	T2 [C]	T3 [C]	T4[C]	T5 [C]	T6 [C]	T7 [C]	T8 [C]
900	26.98	27.96	28.95	29.96	30.98	32.03	33.10	34.20
1050	27.16	28.16	29.17	30.20	31.240	32.30	33.38	34.48
1200	27.29	28.30	29.33	30.37	31.42	32.49	33.58	34.68

B.5 (1.0점)



B.6 (0.5점)

$$\kappa_0 = -\frac{P}{A\frac{\Delta T}{\Delta x}} = -\frac{5.51\,[W]}{\pi \cdot \left(10^{-2}\,[m]\right)^2 \cdot \left(-41.8\,\left[\frac{K}{m}\right]\right)} = 420\left[\frac{W}{mK}\right]$$

$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = \frac{31.04\,[C] - 30.62\,[C]}{5 \cdot 60\,[s]} = 1.4 \cdot 10^{-3}\left[\frac{K}{s}\right]$$

B.7 (0.3점)

더 큰 값

실제 κ_{cu} 에 비해 κ_0 이 **더 큰 값**이라고 예상하는 데에는 두 가지 이유가 있다:

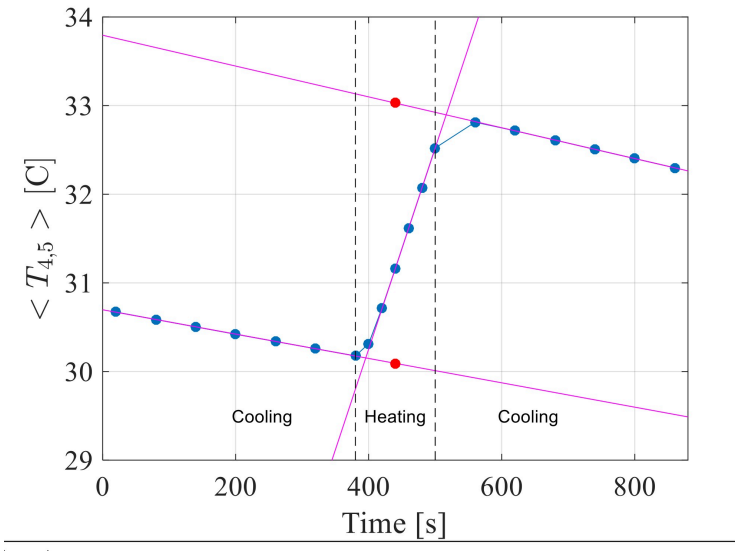
1. 공급된 열출력의 일부가 옆면 벽을 통해 손실된다. 따라서 봉의 단면을 통한 열전달은 더 작다.
2. 계가 정상 상태가 아니므로 ($\frac{\Delta T}{\Delta t} \neq 0$), 그에 해당하는 출력을 히터가 공급한 출력에서 빼야 한다.

파트 C: 열손실과 구리의 열용량 (4.0점)

C.1 (1.0점)

$Time\,[s]$	$T_1\,[C]$	$T_2\,[C]$	$T_3\,[C]$	$T_4\,[C]$	$T_5\,[C]$	$T_6\,[C]$	$T_7\,[C]$	$T_8\,[C]$	$T_{av}\,[C]$
20				30.67	30.67				30.67
80				30.59	30.59				30.59
140				30.50	30.50				30.50
200				30.42	30.42				30.42
260				30.34	30.34				30.34
320				30.26	30.26				30.26
380				30.18	30.18				30.18
400				30.38	30.25				30.31
420				30.87	30.56				30.72
440				31.37	30.96				31.16
460				31.85	31.38				31.61
480				32.32	31.82				32.07
500				32.78	32.26				32.52
560				32.88	32.75				32.81
620				32.73	32.70				32.72
680				32.61	32.61				32.61
740				32.51	32.51				32.51
800				32.40	32.40				32.40
860				32.30	32.30				32.30

C.2 (1.0점)



C.3 (1.0점)

이 파트의 목적은 파트 B의 결과를 1차까지 보정하는 것이다. 따라서 10% 정확도 이내의 모든 풀이를 인정한다(채점 기준 참조).

풀이 1 (기울기 이용):

$$P_{loss} = c_p \cdot m \cdot \left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Cooling}$$

$$P_{in} = c_p \cdot m \cdot \left(\left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Heating} - \left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Cooling} \right)$$

여기서 $\left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Cooling}$ 는 두 냉각 기울기의 평균이다.

$$c_p \cdot m = \frac{5.5\,[W]}{\left(2.27 \cdot 10^{-2}\left[\frac{K}{s}\right] + 1.6 \cdot 10^{-3}\left[\frac{K}{s}\right]\right)}$$

풀이 2 (도약 이용):

$$P_{loss} = c_p \cdot m \cdot \left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Cooling}$$

$$P_{in} \cdot \Delta t = c_p \cdot m \cdot \Delta T$$

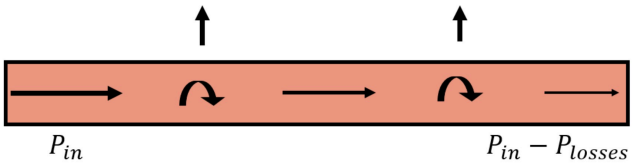
여기서 $\left.\frac{\partial T_{av}}{\partial t}\right|_{Cooling}$ 는 두 냉각 기울기의 평균이고, ΔT 는 가열 시간 구간의 절반 지점에서 외삽한 온도 도약이다.

$$c_p \cdot m = \frac{P_{in} \cdot \Delta t}{\Delta T} = \frac{5.5\,[W] \cdot 120\,[s]}{2.94\,[K]} = 224\left[\frac{J}{K}\right]$$

$c_p \cdot m = 226\left[\frac{J}{K}\right] \Rightarrow c_p = 390\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$ 이는 옳은 값에서 1% 벗어난다. $P_{loss} = 226\left[\frac{J}{K}\right] \cdot 1.4 \cdot 10^{-3}\left[\frac{K}{s}\right] = 0.32\,[W]$	$c_p = 386\left[\frac{J}{kg \cdot K}\right]$ 이 옳은 값이다. $P_{loss} = 224\left[\frac{J}{K}\right] \cdot 1.4 \cdot 10^{-3}\left[\frac{K}{s}\right] = 0.31\,[W]$

C.4 (1.0점)

온도 기울기는 국소 열흐름에 비례한다.



1차 근사로 평균 온도 기울기는 평균 열흐름에 비례한다. 따라서 온도 기울기는 다음에 비례한다

$P_{in} - \frac{1}{2}P_{losses}$:

$$\kappa = \frac{P_{in} - \frac{1}{2}P_{absorb} - \frac{1}{2}P_{loss}}{A \cdot (\Delta T/\Delta x)} = \frac{P_{in} - \frac{1}{2}c_p \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{1}{2}\dot{Q}_{loss}}{A \cdot \Delta T/\Delta x} = \kappa_0 \cdot \frac{P_{in} - \frac{1}{2}c_p \cdot m \cdot \frac{\Delta T}{\Delta t} - \frac{1}{2}\dot{Q}_{loss}}{P}$$

$$\kappa = 420\left[\frac{W}{mK}\right] \cdot \frac{5.51\,[W] - \frac{1}{2} \cdot 226\left[\frac{J}{K}\right] \cdot 1.4 \cdot 10^{-3}\left[\frac{K}{s}\right] - \frac{1}{2} \cdot 0.32\,[W]}{5.51\,[W]} = 396\left[\frac{W}{mK}\right]$$

이는 예상값 $385\left[\frac{W}{mK}\right]$ 에 비해 2.5% 의 오차를 준다. 우리는 1% 의 계통 오차를 예상한다 (부록 참조).

파트 D: 여러 금속의 열전도도 (1.0점)

D.1 (0.1점)

$T = 22.65\,[C]$

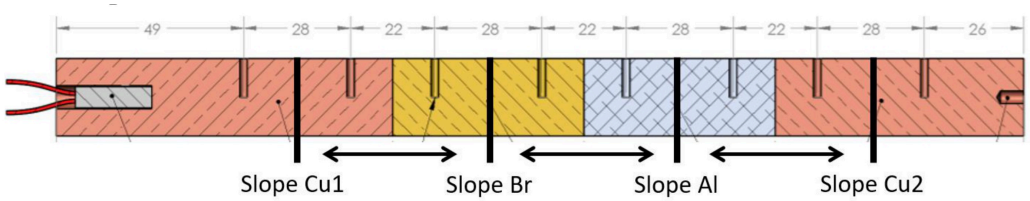
D.2 (0.2점)

측정 시각: $1041\,[s]$

$T_1\,[C]$	$T_2\,[C]$	$T_3\,[C]$	$T_4\,[C]$	$T_5\,[C]$	$T_6\,[C]$	$T_7\,[C]$	$T_8\,[C]$
41.68	40.51	38.51	34.65	32.47	30.71	29.63	28.62

$\Delta T_{cu1}/\Delta x$	$\Delta T_{Br}/\Delta x$	$\Delta T_{Al}/\Delta x$	$\Delta T_{cu2}/\Delta x$
$41.79\,\left[\frac{K}{m}\right]$	$137.86\,\left[\frac{K}{m}\right]$	$62.86\,\left[\frac{K}{m}\right]$	$36.07\,\left[\frac{K}{m}\right]$

D.3 (0.7점)



$$\kappa_{Brass} = \kappa_{Copper} \cdot \frac{\frac{2}{3}(\Delta T_{cu1}/\Delta x) + \frac{1}{3}(\Delta T_{cu2}/\Delta x)}{\Delta T_{Br}/\Delta x} = 115\left[\frac{W}{mK}\right]$$

$$\kappa_{Aluminum} = \kappa_{Copper} \cdot \frac{\frac{1}{3}(\Delta T_{cu1}/\Delta x) + \frac{2}{3}(\Delta T_{cu2}/\Delta x)}{\Delta T_{Al}/\Delta x} = 239\left[\frac{W}{m \cdot K}\right]$$

파트 E: 위데만-프란츠 법칙 (0.5점)

E.1 (0.5점)

	구리	알루미늄	황동
$\sigma\,[\Omega^{-1}m^{-1}]$ 전기전도도	5.97×10^{7}	2.98×10^{7}	1.60×10^{7}
$\kappa\left[\frac{W}{Km}\right]$ 열전도도	396	239	115
$L\left[\frac{W\Omega}{K^2}\right]$ 로렌츠 계수	2.21×10^{-8}	2.67×10^{-8}	2.40×10^{-8}