Q1-1

Korean (Korea (Republic of))

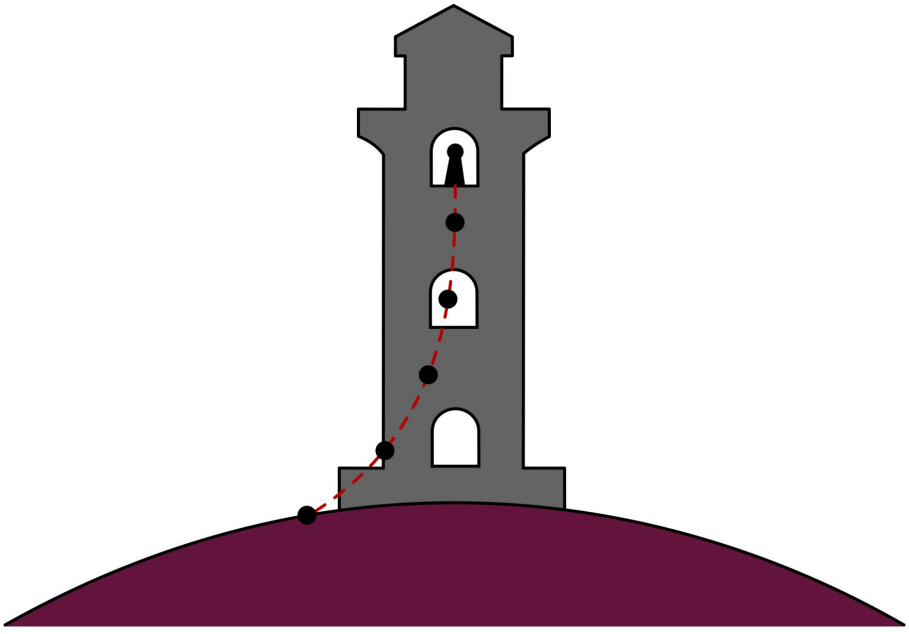
행성 (12점)

당신은 어쩌다 여기에 왔는지도 모른 채 낯선 외계 행성에 있는 자신을 발견한다. 가장 먼저 하려는 일은 지금 있는 행성에 대해 더 알아내는 것이다. 갈릴레오가 공을 떨어뜨리는 실험을 했다는 것이 떠올라, 이에 착안하여 높이 $H = 2000\ \mathrm{m}$ 인 완전히 연직인 탑을 세운다. 이 탑이 있으므로 이제 탑의 임의의 높이 h (지면과, 놓기 직전 공의 아랫면 사이로 잰다)에서 공을 떨어뜨릴 수 있다. 쓸 수 있는 재료의 한계 때문에 반지름 $5\ \mathrm{cm} \le r \le 50\ \mathrm{cm}$, 밀도 $0.1\ \mathrm{g/cm^3} \le \rho \le 10\ \mathrm{g/cm^3}$ 인 공만 떨어뜨릴 수 있다.

공을 떨어뜨릴 때마다 정지 상태에서 놓으며, 떨어지는 데 걸리는 시간 t 와, 공이 떨어진 지점과 공을 놓은 지점 바로 아래 지점 사이의 수평 거리 s 를 잴 수 있다.

실험을 시작하기 전에 이 행성에 대해 다음 사실들을 관찰하였다.

- 태양의 움직임으로 보아 당신은 이 행성의 적도 어딘가에 있다.
- 이 행성에는 대기가 있다. 공기 밀도는 그로 인한 부력을 무시할 수 있을 만큼 작다.
- 지면 온도는 $T_0 = 20\ ^\circ\mathrm{C}$ 이다.
- 적도를 따라 바람이 부는 것으로 보이며, 이 바람은 탑의 높이 전체에 걸쳐 균일하다. 바람 속도에 탑이 미치는 영향은 무시하라.



문제 상황을 과장하여 그린 그림.

모의실험 프로그램 설명

이 명령줄 프로그램은 공을 떨어뜨리는 높이 h, 공의 반지름 r, 밀도 ρ 를 입력하면 낙하 시간 t 와 탑 밑면으로부터의 편향 s 를 측정하는 실험을 모의한다. 모든 입력 변수 값은 해당 안내가 나온 뒤 키보드로 입력하며, Enter 키를 눌러 확정한다.

시작하려면 안내가 나올 때 다음 인증 키를 입력하라.

```
Enter Valid Authorization Key:  12345678.888
```

잘못된 값을 입력하면 프로그램이 시험 모드로 들어가며, 프로그램을 다시 시작해야 한다.

Experiment

Q1-2

Korean (Korea (Republic of))

프로그램의 한 모의실험 주기의 전형적인 출력은 다음과 같다.

```
  0 <    h (m)     < 2000 |        h (m): 90
  5 <    r (cm)    < 50   |       r (cm): 13
0.1 < rho (g/cm^3) < 10.0 | rho (g/cm^3): 2
...
t (s) = 3.5, s (m) = 0.1
================================================
  0 <    h (m)     < 2000 |        h (m):_
```

먼저 높이 h 를 m 단위로(0에서 2000 사이의 수), 다음으로 공의 반지름 r 을 cm 단위로(5에서 50 사이의 수), 마지막으로 공의 밀도 ρ 를 g/cm^3 단위로(0.1에서 10 사이의 수) 입력한다. 각 입력은 Enter 키로 확정한다. 그러면 프로그램이 t 를 s 단위로, s 를 m 단위로 출력한다.

그다음 프로그램은 다시 탑의 높이를 묻는 것으로 돌아간다.

실험 범위를 벗어난 값을 입력하면 오류 메시지가 나오고,

```
Value Out Of Bounds!
```

잘못 답한 안내로 되돌아간다.

높이 입력 h 는 1 m 단위로, r 는 1 cm 단위로, ρ 는 0.01 g/cm^3 단위로 반올림된다(더 정밀한 수를 입력하려 해 봐야 소용없다).

실험 결과에는 실제 상황에서의 제한된 정밀도를 모의하기 위해 무작위 오차가 들어 있다. 오차의 크기는 출력의 요동을 관찰하여 알아낼 수 있다.

프로그램을 끝내야 할 때에는 언제든 Ctrl+C를 누르라.

상수 및 유용한 관계식

중력 상수 $G = 6.67 \times 10^{-11}\ \mathrm{m^3\,kg^{-1}\,s^{-2}}$.

이상 기체 상수 $R = 8.314\ \mathrm{J\,mol^{-1}\,K^{-1}}$, $0\ ^\circ\mathrm{C} = 273.15\ \mathrm{K}$.

단면적이 A 이고 속력이 v 인 공이 밀도 ρ_a 인 공기 속에서 받는 공기 항력은 다음과 같다.

$$F_d = 0.24 A \rho_a v^2.$$

단열 대기의 밀도 분포는 다음과 같이 주어지며,

$$\rho_a(h) = \rho_{a0}\left(1 - \frac{\gamma - 1}{\gamma}\frac{\mu g h}{R T_0}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} = \rho_{a0}\left(1 - \frac{h}{H_0}\right)^{\frac{1}{\gamma - 1}},$$

이는 $T = 0\ \mathrm{K}$ 가 되는 대기 상단까지 유효하다. 여기서 γ 는 단열 계수, μ 는 공기(즉 행성 대기를 이루는 기체)의 몰질량, g 는 중력 가속도, h 는 지면으로부터의 높이이다.

파트 A. 행성의 성질 (3.0점)

Q1-3

Korean (Korea (Republic of))

A.1	적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성의 중력 가속도 g 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	2.0pt

A.2	적도를 따라 탑에서 멀어지며 걸어가 보니 $L = 230\ \mathrm{km}$ (자신과 탑 꼭대기 사이의 거리로 잰다) 떨어진 곳까지 탑이 보인다. 이 행성의 반지름 R 은 얼마인가? 당신의 키는 탑의 높이보다 훨씬 작다고 가정해도 된다.	0.5pt

A.3	이 행성의 질량 M 을 어림하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라. M 의 어림값의 정확도에 가장 크게 기여하는 물리적 효과는 무엇인가? 답안지에서 해당하는 효과에 표시하라.	0.5pt

파트 B. 대기의 성질 (6.5점)

B.1	적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성 표면에서의 바람 속력 u 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	2.0pt

B.2	자료를 추가로 모으거나 앞의 자료를 다시 이용하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려, 이 행성 표면에서의 공기 밀도 ρ_{a0} 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	1.0pt

B.3	대기가 단열 계수 $\gamma = 1.4$ 인 단열 대기라고 가정하고, 적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 대기의 두께 H_0 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	3.0pt

B.4	공기의 몰질량 μ 와 탑 밑면에서의 기압 p_0 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	0.5pt

파트 C. 하루의 길이 (2.5점)

C.1	적절한 측정을 수행하고 주어진 공간에 알맞은 그래프를 그려 이 행성에서 하루의 길이 T_p 를 구하라. 결과의 불확도 분석도 제시하라.	2.5pt