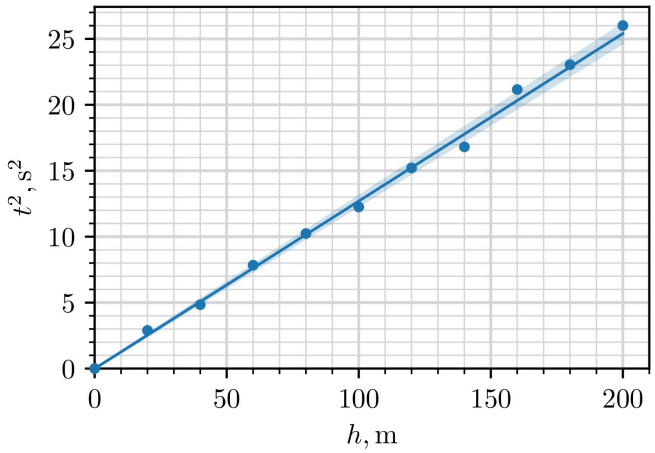
E1: 행성 — 풀이

A.1: 공기 마찰과 행성 곡률의 효과가 가장 작아지도록 낮은 높이에서 공을 떨어뜨리면 중력 가속도 g 를 구할 수 있다. 또한 공기 마찰의 효과를 줄이기 위해 공의 반지름과 밀도를 될 수 있는 대로 크게 잡는다. 즉 $r = 50\ \mathrm{cm}$, $\rho = 10\ \mathrm{g/cm^3}$ 로 둔다. 그러면 낙하 높이는 $h = gt^2/2$ 로 주어지므로, t^2 대 h 그래프의 기울기에서 g 를 구할 수 있다. 그래프에서 기울기 $2/g = 0.127\ \mathrm{s^2/m}$ 와 그 오차 $\Delta(2/g) = 0.004\ \mathrm{s^2/m}$ 를 읽으면 $g = 15.7\ \mathrm{m/s^2}$, $\Delta g = 0.5\ \mathrm{m/s^2}$ 이다.

$r = 50\ \mathrm{cm},\ \rho = 10\ \mathrm{g/cm^3}$			
h(m)	s(m)	t(s)	t^2(s^2)
0	0.0	0.0	0.0
20	0.0	1.7	2.9
40	0.0	2.2	4.8
60	0.0	2.8	7.8
80	0.1	3.2	10.2
100	0.1	3.5	12.2
120	0.2	3.9	15.2
140	0.0	4.1	16.8
160	0.1	4.6	21.2
180	0.1	4.8	23.0
200	0.1	5.1	26.0



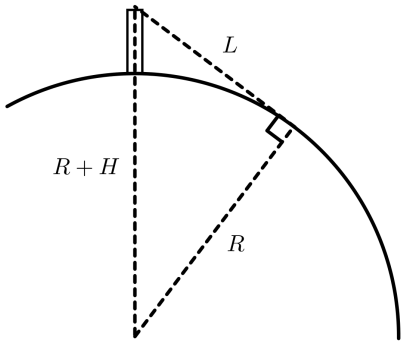
채점 기준:

이론	$h = gt^2/2$	0.20점
자료	h 만 바꿈	0.05점
	r 를 최대로	0.05점
	ρ 를 최대로	0.05점
	표에 단위가 있음	0.05점
	h 가 대체로 고르게 분포	0.05점
	$h_{\max} < 300\ \mathrm{m}$	0.05점
	$h_{\max} - h_{\min} > 100\ \mathrm{m}$	0.05점
	유도량의 계산이 옳음	0.05점
	측정 7회 이상	0.30/0.30
	측정 6회	0.25/0.30
	측정 5회	0.20/0.30
	측정 4회 이하	0.10/0.30
작도	전체적인 그래프	0.30점
	점들이 영역의 60%를 채우지 못함	−0.10점
	축 이름 없음	−0.05점
	축 단위 없음	−0.05점
	작도 실수 1개	−0.05/−0.10
	작도 실수 2개 이상	−0.10/−0.10
직선 맞춤	그래프에 직선을 그림	0.05점
	직선이 원점을 지남	0.05점
	기울기를 단위와 함께 계산	0.10점
	기울기의 불확도를 계산	0.10점
값	$15.0\ \mathrm{m/s^2} \le g \le 16.4\ \mathrm{m/s^2}$	0.20/0.20
	$14.3\ \mathrm{m/s^2} \le g \le 17.1\ \mathrm{m/s^2}$	0.10/0.20
	값에 단위가 있음	0.05점
	$\Delta g \le 0.7\ \mathrm{m/s^2}$	0.20/0.20
	$\Delta g \le 1.4\ \mathrm{m/s^2}$	0.10/0.20
	오차에 단위가 있음	0.05점
	합계	**2.0점**

점수는 (음의 점수를 포함하여) 모두 더한다. 다만 회색 배경으로 묶인 부분에서는 절댓값이 가장 큰 항목 하나만 택한다.

A.2: 탑 꼭대기에서 얼마나 멀리 볼 수 있는지는 아래 그림의 직각삼각형을 통해 행성의 반지름과 연결된다. 이 삼각형에 피타고라스 정리를 적용하면 $(R+H)^2 = L^2 + R^2$ 이므로

$$R = \frac{L^2 - H^2}{2H} = 13\,200\ \mathrm{km}.$$



채점 기준:

이론	기하 관계가 옳음(그림이든 암묵적 가정이든)	0.20점
	식이 옳음	0.20점
값	값이 옳음	0.10점
	합계	**0.5점**

A.3: 뉴턴의 중력 법칙으로부터 $g = GM/R^2$ 이므로

$$M = \frac{gR^2}{G} = 4.2 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}.$$

오차를 제곱합으로 더하면 다음을 얻는다.

$$\Delta M = \frac{\Delta g}{g} M = 0.2 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}.$$

중력 가속도의 추정값에는 행성의 자전에 의한 원심력의 기여가 들어 있다. 이 때문에 표면에서의 가속도가 줄어들고, 따라서 행성 질량의 추정값도 줄어든다.

채점 기준:

이론	식이 옳음	0.10점
	현상이 옳음	0.20점
값	$3.9 \times 10^{25}\ \mathrm{kg} \le M \le 4.5 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}$	0.10/0.10
	$3.6 \times 10^{25}\ \mathrm{kg} \le M \le 4.8 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}$	0.05/0.10
	값의 단위 없음	−0.05점
	$\Delta M \le 0.3 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}$	0.10/0.10
	$\Delta M \le 0.6 \times 10^{25}\ \mathrm{kg}$	0.05/0.10

	오차의 단위 없음	−0.05점
	합계	**0.5점**

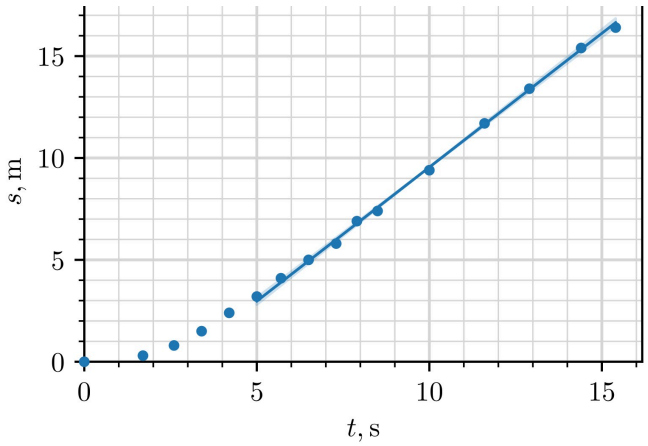
값이나 오차에 대해 전체 점수가 음수가 될 수는 없다(예를 들어 값이 범위를 완전히 벗어나고 단위도 틀린 경우).

B.1: 일반적으로 중력 가속도의 변화가 작으면(여기서는 $H \ll R$ 이므로 그러하다) 물체는 공기 항력에 대한 반응으로 알짜 가속도가 0이 되는 종단 속도에 이르는 경향이 있다. 공기의 기준틀에서 이는 물체가 어떤 종단 속력 v_t 로 곧장 아래로 떨어지는 것에 해당한다. 그러면 실험실 기준틀에서 물체의 수평·연직 속력은 각각 u 와 v_t 이다.

u 를 구하려면 종단 속도에 되도록 빨리 이르는 물체를 떨어뜨린 뒤, 변위 s 가 낙하 시간 t 와 어떻게 관계되는지 관찰하면 된다. 종단 속도에 이르면 $s = s_0 + ut$ 를 기대할 수 있으며, 여기서 s_0 는 종단 속도에 이르기까지의 변위를 담고 있다. 공기 항력의 효과를 최대로 하려면 반지름과 밀도를 최소로 해야 하므로 $\rho = 0.1\ \mathrm{g/cm^3}$, $r = 5\ \mathrm{cm}$ 로 둔다. s 대 t 를 그리면 기울기가 $u = 1.31\ \mathrm{m/s}$ 이고 오차는 $\Delta u = 0.04\ \mathrm{m/s}$ 이다.

$r = 5\ \mathrm{cm},\ \rho = 0.1\ \mathrm{g/cm^3}$

h(m)	s(m)	t(s)
0	0.0	0.0
20	0.3	1.7
40	0.8	2.6
60	1.5	3.4
80	2.4	4.2
100	3.2	5.0
120	4.1	5.7
140	5.0	6.5
160	5.8	7.3
180	6.9	7.9
200	7.4	8.5
240	9.4	10.0
280	11.7	11.6
320	13.4	12.9
360	15.4	14.4
400	16.4	15.4



채점 기준:

이론	종단 속도에 되도록 빨리 이르게 한다는 착상	0.15점
	$s = s_0 + ut$	0.10점
자료	h 만 바꿈	0.05점
	r 를 최소로	0.05점
	ρ 를 최소로	0.05점
	표에 단위가 있음	0.05점
	h 가 대체로 고르게 분포	0.05점
	$h_{\max} \geq 300\ \mathrm{m}$	0.05점
	$h_{\max} - h_{\min} \geq 300\ \mathrm{m}$	0.05점
	측정 7회 이상	0.30/0.30
	측정 6회	0.25/0.30
	측정 5회	0.20/0.30
	측정 4회 이하	0.10/0.30
작도	전체적인 그래프	0.30점
	점들이 영역의 60%를 채우지 못함	−0.10점
	축 이름 없음	−0.05점
	축 단위 없음	−0.05점
	작도 실수 1개	−0.05/−0.10
	작도 실수 2개 이상	−0.10/−0.10
직선 맞춤	그래프에 직선을 그림	0.10점
	기울기를 단위와 함께 계산	0.10점
	기울기의 불확도를 계산	0.10점
값	$1.25\ \mathrm{m/s} \leq u \leq 1.37\ \mathrm{m/s}$	0.20/0.20
	$1.19\ \mathrm{m/s} \leq u \leq 1.43\ \mathrm{m/s}$	0.10/0.20
	값에 단위가 있음	0.05점
	$\Delta u \leq 0.06\ \mathrm{m/s}$	0.20/0.20
	$\Delta u \leq 0.12\ \mathrm{m/s}$	0.10/0.20
	오차에 단위가 있음	0.05점
	합계	**2.0점**

B.2: 측정을 지표면 가까이에서만 하면 공기 밀도가 균일하다고 꽤 좋은 근사로 가정할 수 있다. 그러면 앞과 비슷한 논리로 $h = h_0 + v_{t0}t$ 를 기대할 수 있으며, 여기서 h_0 는 종단 속도에 이르기까지의 부분을 담고 있다.

종단 속도에서는 항력이 중력과 균형을 이룬다.

$$mg = 0.24 A \rho_a v_t^2.$$

$m = 4\pi\rho r^3/3$ 와 $A = \pi r^2$ 를 쓰면

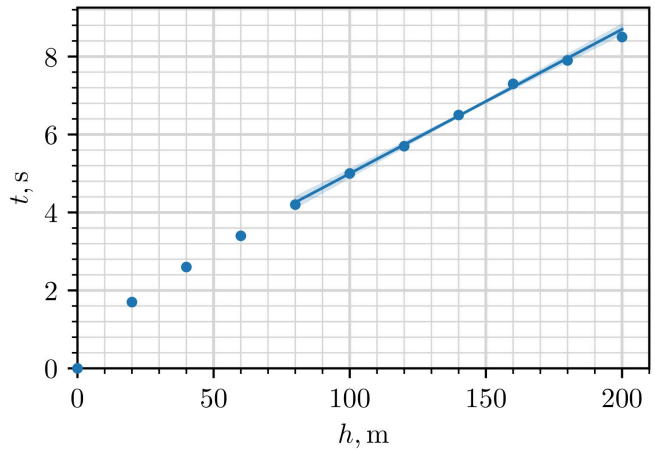
$$v_t(\rho_a) = \sqrt{\frac{4\rho r g}{3 \cdot 0.24 \rho_a}}.$$

지표면에서는 $v_{t0} = v_t(\rho_a = \rho_{a0})$ 이다. 앞 문항의 측정값을 이용해 t 대 h 를 그리면 기울기가 $1/v_{t0} = 0.037\ \mathrm{s/m}$, 그 오차가 $\Delta(1/v_{t0}) = 0.002\ \mathrm{s/m}$ 이다. 따라서 $v_{t0} = 27.0\ \mathrm{m/s}$, $\Delta v_{t0} = \Delta(1/v_{t0})/v_{t0}^2 = 2\ \mathrm{m/s}$ 이다. 이제

$$\rho_{a0} = \frac{4\rho r g}{3 \cdot 0.24 v_{t0}^2} = 0.60\ \mathrm{kg/m^3}.$$

이고, 오차는

$$\Delta\rho_{a0} = \frac{2\Delta v_{t0}}{v_{t0}}\rho_{a0} = 0.07\ \mathrm{kg/m^3}.$$



채점 기준:

이론	$h = h_0 + v_{t0}t$	0.05점
	종단 속도의 식	0.10점
	ρ_{a0} 의 최종 표현	0.05점
자료	앞 문항의 자료를 다시 이용	0.05점
	$h_{\max} \le 200$ m	0.05점
	측정 6회 이상	0.05점
작도	전체적인 그래프	0.25점
	점들이 영역의 60%를 채우지 못함	−0.05점
	축 이름 없음	−0.05점
	축 단위 없음	−0.05점
	작도 실수 1개	−0.05/−0.10
	작도 실수 2개 이상	−0.10/−0.10
직선 맞춤	그래프에 직선을 그림	0.05점
	기울기를 단위와 함께 계산	0.05점
	기울기의 불확도를 계산	0.10점
값	$0.52\ \mathrm{kg/m^3} \le \rho_{a0} \le 0.68\ \mathrm{kg/m^3}$	0.10/0.10
	$0.44\ \mathrm{kg/m^3} \le \rho_{a0} \le 0.76\ \mathrm{kg/m^3}$	0.05/0.10
	$\Delta\rho_{a0} \le 0.08\ \mathrm{kg/m^3}$	0.10/0.10
	$\Delta\rho_{a0} \le 0.16\ \mathrm{kg/m^3}$	0.05/0.10
	값과 오차 모두에 단위가 있음	0.05점
	합계	**1.0점**

B.3: 대기의 단열 분포 때문에 위로 올라갈수록 온도와 공기 밀도는 낮아지고 종단 속도는 커진다. 종단 속도가 가장 작은 공(즉 밀도와 반지름이 최소인 공)의 낙하 시간을 여러 높이에서 비교하면 각 높이에서의 종단 속도를 어림할 수 있다. 이는 공기 밀도, 나아가 대기의 높이를 직접 알아내는 수단이 된다.

공이 즉시 종단 속도에 이른다면, 높이 h_1 과 $h_2 > h_1$ 에서 떨어뜨렸을 때의 낙하 시간 차이는 단순히 $h_1 < h < h_2$ 구간에서 생긴다. 두 경우 모두 $h < h_1$ 인 구간에서 같은 시간 동안 떨어지기 때문이다(종단 속도는 높이에만 의존한다). 그러면 $h_2 - h_1 \ll h_1$ 일 때 다음과 같이 어림할 수 있다.

$$v_t\left(\frac{h_1+h_2}{2}\right) \approx \frac{h_2-h_1}{t(h_2)-t(h_1)}. \qquad (1)$$

실제로 공은 종단 속도에 즉시 이르지 않는다. 그러나 좋은 근사로 이 효과를 무시할 수 있음이 밝혀진다. 대략적인 자릿수 어림으로, 지표면 높이에서 공은 즉시 이르는 경우에 비해 $v_{t0}/(2g) = 0.8$ s 의 시간 차를 겪는다. 이 차이는 더 높은 곳에서 떨어뜨릴수록 커지지만, 탑의 위쪽에서 대기가 지나치게 희박해지지만 않는다면(이는 나중에 확인할 수 있다) 공의 전체 낙하 시간에 비해 무시할 만하다. 따라서 종단 속도를 식 (1)로 근사한다.

계산된 속도가 측정량에 매우 민감하므로 탑 높이 전체에 걸쳐 측정을 되풀이한다.

$r = 5$ cm, $\rho = 0.1$ g/cm^3						
h(m)	s_1(m)	t_1(s)	s_2(m)	t_2(s)	s_3(m)	t_3(s)
200	7.6	8.4	7.8	8.6	7.8	8.6
400	17.0	15.7	16.9	15.6	17.3	15.7
600	26.1	22.6	25.4	22.2	26.2	22.7
800	33.6	28.5	34.6	29.2	34.3	29.1
1000	41.1	34.3	43.0	35.7	43.3	35.8
1200	51.1	41.9	50.2	41.2	50.0	41.1
1400	57.9	47.2	58.8	47.8	58.7	47.8
1600	65.5	53.0	65.1	52.8	65.3	52.9
1800	70.9	57.1	72.2	58.2	71.4	57.5
2000	78.5	62.9	79.6	63.8	79.5	63.7

식 (1)을 써서 속도를 담은 표를 따로 만든다. 이때 앞 문항에서 구한 지표면 속도도 함께 넣는다(측정 범위의 중앙이었으므로 $h = 100$ m 로 둔다). 공기 밀도는 다음 식으로 구한다.

$$\rho_a = \frac{4\rho r g}{3 \cdot 0.24 v_t^2}.$$

단열 대기의 밀도 분포로부터

$$\rho_a^{\gamma-1} = \rho_a^{0.4} = \rho_{a0}^{0.4}\left(1 - \frac{h}{H_0}\right).$$

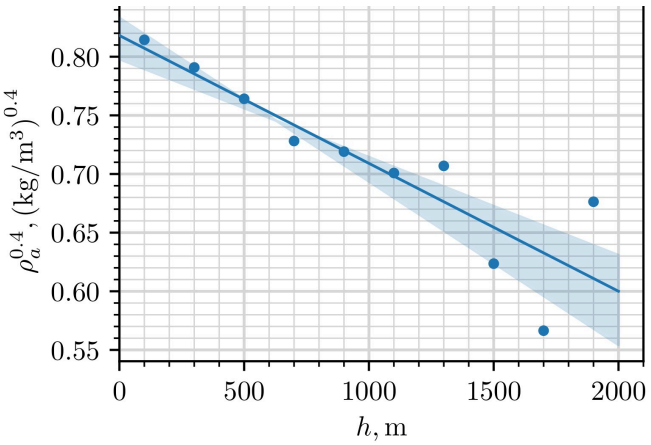
따라서 $\rho_a^{0.4}$ 를 h 에 대해 그리고 직선으로 맞추면 H_0 를 구할 수 있다.

그래프에서 기울기 $a = -\rho_{a0}^{0.4}/H_0 = -1.1 \times 10^{-4}\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}/\mathrm{m}$ 와 절편 $b = \rho_{a0}^{2.5} = 0.82\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}$ 를 읽으면 $H_0 = -b/a = 7500$ m 이다. 오차는 H_0 의 최대·최소 추정에 해당하는, 적절히 고른 두 직선으로부터 계산한다.

$r = 5$ cm, $\rho = 0.1$ g/cm^3			
h(m)	v(m/s)	ρ_a(kg/m³)	$\rho_a^{0.4}$((kg/m³)$^{0.4}$)
100	27.0	0.599	0.814
300	28.0	0.556	0.791
500	29.3	0.510	0.764
700	31.1	0.452	0.728
900	31.6	0.438	0.719
1100	32.6	0.411	0.701
1300	32.3	0.420	0.707
1500	37.7	0.307	0.624
1700	42.6	0.241	0.566
1900	34.1	0.376	0.676

$$\Delta H_0 \approx \frac{1}{2}\left(-\frac{0.80\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}}{-8.4\times10^{-5}\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}/\mathrm{m}} + \frac{0.83\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}}{-1.4\times10^{-4}\ (\mathrm{kg/m^3})^{0.4}/\mathrm{m}}\right) \approx 2000\ \mathrm{m}.$$

또한 탑의 위쪽에서 대기 밀도가 크게 떨어지지 않는다는 우리의 가정이 실제로 성립함을 확인할 수 있다.



덜 정확한 다른 풀이

이 접근에서는 공기 항력이 최대일 때 공이 낙하하는 내내 종단 속도 v_{t0} 로 떨어진다고 가정한다. 그러면

$$\frac{dh}{dt} = v_t(h) = v_{t0} \cdot \left(1 - \frac{h}{H_0}\right)^{-\frac{1}{2(\gamma-1)}}.$$

정리하여 적분하면

$$t \approx \frac{1}{v_{t0}} \int \left(1 - \frac{h}{H_0}\right)^{\frac{1}{2(\gamma-1)}} dh.$$

여기까지는 정확하며, 정확한 풀이와는 "가속되는" 항만큼 다르다. 그 항은 상수이고 높이 올라갈수록 상대적 기여가 작아진다. 이 적분을 근사하기 위해 일차 이항 전개를 하면

$$t \approx \frac{h}{v_{t_0}} \left(1 - \frac{1}{4H_0(\gamma-1)} h\right)$$

$$\frac{t}{h} \approx \frac{1}{v_{t_0}} - \frac{1}{4v_{t_0}H_0(\gamma-1)} h.$$

t/h 대 h 를 그리고 앞과 비슷하게 (절편과 기울기를 계산하여) H_0 를 구하면 $H_0 \approx 6300\ \mathrm{m}$ 를 얻으며, 이는 오차 범위 안에 든다. 다만 근사를 썼기 때문에 이 접근은 3.0점 중 최대 2.0점만 받는다 (아래 채점 기준을 그대로 적용하되 2.0점에서 상한을 둔다).

채점 기준:

이론	유한 차분으로 v_{t0} 를 근사	0.30점
	공이 사실상 즉시 종단 속도에 이르는 이유를 설명	0.15점
	v_{t0} 대 h 를 선형화	0.25점
	H_0 를 기울기/절편으로 표현	0.10점
자료	h 만 바꿈	0.05점
	r 를 최소로	0.05점
	ρ 를 최소로	0.05점
	표에 단위가 있음	0.05점
	h 가 대체로 고르게 분포	0.05점
	$h_{\max} - h_{\min} \geq 1800\ \mathrm{m}$	0.10점
	유도량을 계산	0.20점
	측정 15회 이상(반복 측정 포함)	0.45/0.45
	측정 10–14회	0.30/0.45
	측정 1–9회	0.15/0.45
작도	전체적인 그래프	0.30점
	점들이 영역의 60%를 채우지 못함	−0.10점
	축 이름 없음	−0.05점
	축 단위 없음	−0.05점
	작도 실수 1개	−0.05/−0.10
	작도 실수 2개 이상	−0.10/−0.10
직선 맞춤	그래프에 직선을 그림	0.10점
	기울기를 단위와 함께 계산	0.15점
	기울기의 불확도를 계산	0.15점
값	$5500\ \mathrm{m} \leq H_0 \leq 9500\ \mathrm{m}$	0.20/0.20
	$3500\ \mathrm{m} \leq H_0 \leq 11\,500\ \mathrm{m}$	0.10/0.20
	값에 단위가 있음	0.05점
	$\Delta H_0 \leq 2000\ \mathrm{m}$	0.20/0.20
	$\Delta H_0 \leq 4000\ \mathrm{m}$	0.10/0.20
	오차에 단위가 있음	0.05점
	합계	**3.0점**

B.4: 단열 대기의 식으로부터

$$H_0 = \frac{RT_0}{\mu g} \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

이므로

$$\mu = \frac{RT_0}{H_0 g} \frac{\gamma}{\gamma - 1} = 72\ \mathrm{g\,mol^{-1}} \approx 70\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$$

이고

$$\Delta\mu = \sqrt{\frac{\Delta H_0^2}{H_0^2} + \frac{\Delta g^2}{g^2}}\, \mu = 20\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$$

이다. 이상 기체 법칙으로부터

$$p_0 = \frac{\rho_{a0} RT_0}{\mu} = 20\,000\ \mathrm{Pa}$$

이고

$$\Delta p_0 = \sqrt{\frac{\Delta\mu^2}{\mu^2} + \frac{\Delta\rho_{a0}^2}{\rho_{a0}^2}}\, p_0 = 6000\ \mathrm{Pa}$$

이다.

채점 기준:

이론	μ 의 식이 옳음	0.15점
	p_0 의 식이 옳음	0.15점
값	$45\ \mathrm{g\,mol^{-1}} \leq \mu \leq 95\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$	0.05점
	$\Delta\mu \leq 25\ \mathrm{g\,mol^{-1}}$	0.05점
	$12\,000\ \mathrm{Pa} \leq p_0 \leq 28\,000\ \mathrm{Pa}$	0.05점
	$\Delta p \leq 8000\ \mathrm{Pa}$	0.05점
	합계	**0.5점**

C.1: 우리의 목표는 행성의 자전 각속도 Ω 를 구하는 것이다. 행성의 자전은 원심력과 코리올리 힘을 통해 공의 궤적에 영향을 준다. 그러나 원심력은 $H \ll R$ 이므로 중력 가속도와 분리해 낼 수 없다. 코리올리 힘은 가속도 $\vec{a}_{\mathrm{cor}} = -2\vec{\Omega} \times \vec{v}$ 를 통해 공에 영향을 준다. 이는 공의 속도와 행성 자전축 모두에 수직이다. 따라서 적도 방향을 향하며 낙하 속력에 비례하여 커진다. 그러므로 수평 가속도는 $a_x = 2\Omega v_y + a_{\mathrm{drag}}$ 로 주어진다.

그러면 공기 항력의 효과를 최소로 하고(반지름과 밀도를 최대로) 코리올리 효과가 수평 변위에 충분히 기여하기를 바라는 것이 절차이다. 공기 항력을 무시하면 $a_x = 2\Omega v_y = 2\Omega g t$ 이므로 $v_x = \int a_x dt = \Omega g t^2$, $x = \int v_x dt = \Omega g t^3/3$ 이다. 최종 변위는 $s = g\Omega t_f^3/3$ 이고, 낙하 시간은 $H = g t_f^2/2$ 를 만족한다. 이를 합치면

$$s = \frac{2\Omega}{3} \sqrt{\frac{2H^3}{g}}.$$

반지름과 밀도를 바꾸어 보면 코리올리 힘의 효과가 실제로 수 m 정도로 뚜렷함을 확인할 수 있다. 0에서 2000 m 범위에서 적절한 횟수의 측정을 하고 s 대 $h^{1.5}$ 를 그리면 기울기

$$a = \frac{2\Omega}{3}\sqrt{\frac{2}{g}} = 5.3 \times 10^{-5}\ \mathrm{m}^{-1/2}$$

와 그 오차

$$\Delta a = 1.1 \times 10^{-6}\ \mathrm{m}^{-1/2}$$

를 얻는다. 따라서

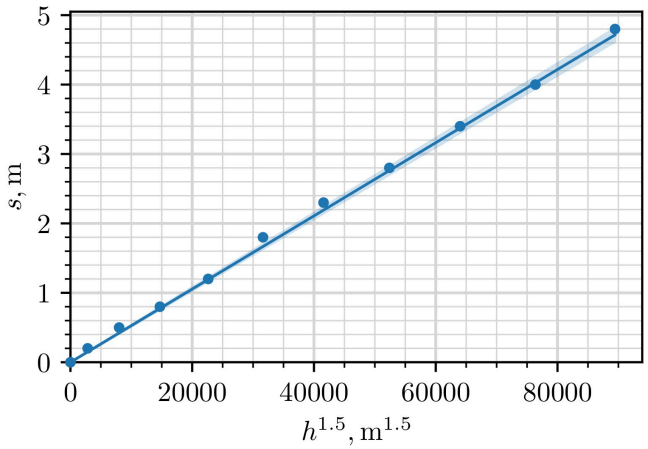
$$T = \frac{2\pi}{\Omega} = \frac{4\pi}{3a}\sqrt{\frac{2}{g}} = 28\,000\ \mathrm{s} \approx 8\ \mathrm{h}$$

이고

$$\Delta T = \sqrt{\left(0.5\frac{\Delta g}{g}\right)^2 + \frac{\Delta a^2}{a^2}}\,T = 0.2\ \mathrm{h}$$

이다.

$r = 50$ cm, $\rho = 10$ g/cm^3		
h(m)	s(m)	$h^{1.5}$(m$^{1.5}$)
0	0.0	0
200	0.2	2800
400	0.5	8000
600	0.8	14700
800	1.2	22600
1000	1.8	31600
1200	2.3	41600
1400	2.8	52400
1600	3.4	64000
1800	4.0	76400
2000	4.8	89400



다른 풀이.

다른 접근은 (가상의 힘을 다룰 필요가 없는) 자전하지 않는 기준틀에서 계를 보는 것이다. 그 기준틀에서 공은 처음에 속력 $v_0 = \Omega(R+H)$ 로 출발한다. 각운동량 보존에 의해 공이 지면으로 떨어질수록 공의 각속도는 커지고 지면(각속도 Ω 로 자전)은 뒤처지기 시작한다. 높이 h 에서 공이 각속도 ω 로 움직일 때 각운동량 보존은 $\omega(R+h)^2 = \Omega(R+H)^2$ 이므로, 공과 지면 사이의 각 지연은

$$\Delta\omega = \omega - \Omega = \Omega\left(\left(\frac{R+H}{R+h}\right)^2 - 1\right) \approx 2\Omega\frac{H-h}{R}$$

이다. 그러면 지면을 따라가는 위치 속도 차는 $v_x = \Delta\omega R = 2\Omega(H-h) = \Omega g t^2$ 이다. 코리올리 힘의 경우와 같은 식을 얻었으므로 그다음은 앞과 같은 방식으로 진행한다.

채점 기준:

이론	$s(h)$ 의 유도	0.80점
	s 대 h 를 선형화	0.10점
자료	h 만 바꿈	0.05점
	r 와 ρ 를 최소로	0.05점
	표에 단위가 있음	0.05점
	h 가 대체로 고르게 분포	0.05점
	$h_{\max} - h_{\min} \geq 1800$ m	0.05점
	유도량을 계산	0.05점
	측정 7회 이상	0.30/0.30
	측정 6회	0.25/0.30
	측정 5회	0.20/0.30
	측정 4회 이하	0.10/0.30
작도	전체적인 그래프	0.30점
	점들이 영역의 60%를 채우지 못함	−0.10점
	축 이름 없음	−0.05점
	축 단위 없음	−0.05점
	작도 실수 1개	−0.05/−0.10
	작도 실수 2개 이상	−0.10/−0.10
직선 맞춤	그래프에 직선을 그림	0.10점
	기울기를 단위와 함께 계산	0.10점
	기울기의 불확도를 계산	0.10점
값	$27\,000\ \mathrm{s} \leq T \leq 29\,000\ \mathrm{s}$	0.20/0.20
	$26\,000\ \mathrm{s} \leq T \leq 30\,000\ \mathrm{s}$	0.10/0.20
	값의 단위 없음	−0.05점
	$\Delta T \leq 1000$ s	0.20/0.20
	$\Delta T \leq 2000$ s	0.10/0.20
	오차의 단위 없음	−0.05점
	합계	**2.5점**