위상 계단에 의한 회절 (10점)

장비 상자



그림 1: 장비 상자

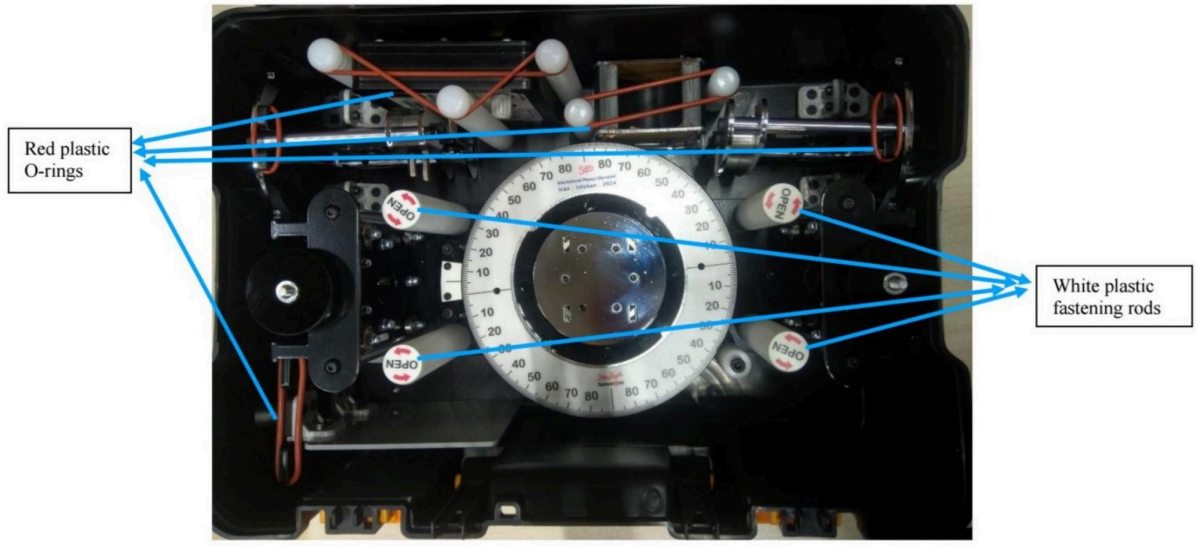


그림 2: 상자 안, 위에서 본 모습

장치를 꺼내려면 위쪽에 표시된 방향으로 흰색 플라스틱 고정봉을 돌려 풀어야 한다. 그러면 그림 3과 같이 주 플랫폼을 상자에서 빼낼 수 있다. 그런 다음 그림 2에 표시된 빨간 플라스틱 O링을 제거하고 상자 안의 다른 부품들을 하나씩 꺼낸다. 기구를 꺼낼 때에는 금속 부분이나 바깥면을 잡아라.

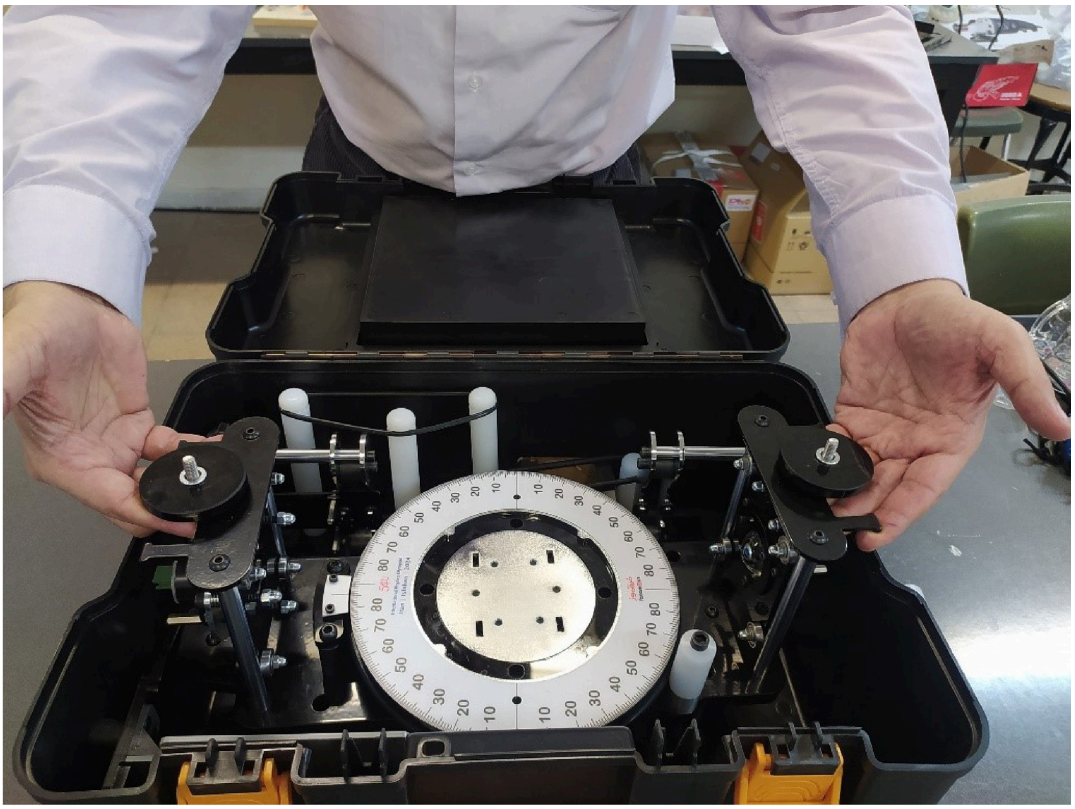


그림 3: 상자에서 주 플랫폼 꺼내기

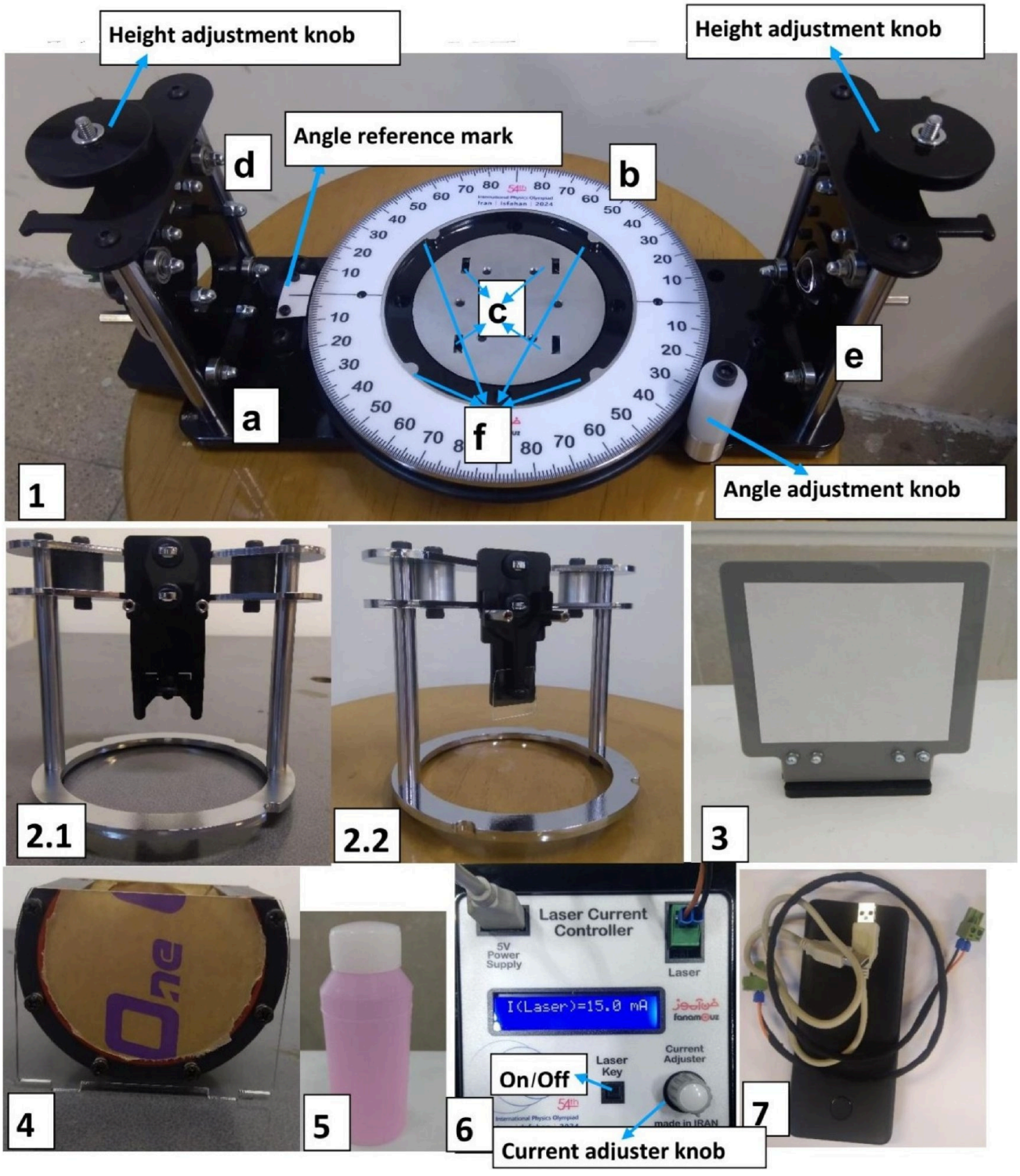


그림 4: 실험 장치와 그 부품들

장치 (상세)

1. 실험 장치의 주 플랫폼은 다음으로 이루어진다.
   (a) 수평 받침대.
   (b) 흰색 회전 각도기: 옆에 있는 흰색 플라스틱 손잡이로 돌릴 수 있다. 금속판 위의 기준 표시로 각도를 읽을 수 있다(그림 4-1 참조).
   (c) 미지 액체의 용기를 놓을 수 있도록 정사각형 구멍 네 개가 있는 원판.
   (d) 빨간 레이저와 (e) 회절 무늬를 확대하는 볼록 렌즈: 플랫폼 양쪽 벽에 설치되어 있으며, 위쪽 손잡이를 돌려 높이를 조절할 수 있다.
   (f) 유리 조각 거치대를 고정하는, 각도기 안쪽 벽의 돌기 네 개.

2. 거치대 S1 (2.1)과 S2 (2.2): 각 거치대는 각도기와 동심인 원형 금속판 위에 서며, 돌기 네 개 (그림 4-1f)가 이를 고정한다. S1 거치대에는 얇은 현미경 슬라이드를 잡는 검은 부품이 있다. 슬라이드의 아래 가장자리는 완전히 열려 있어 레이저 빛을 비출 수 있다. S2 거치대는 S1과 거의 같으나 두꺼운 현미경 슬라이드를 잡는다는 점만 다르다.

3. 관측 스크린: 장치로부터 임의의 거리에 놓을 수 있다.

4. 미지 액체 용기: 보호용 접착 종이를 떼어 낸 뒤 각도기 가운데의 정사각형 구멍 위에 놓을 수 있다 (그림 4-1c). 용기 벽이 회절 무늬에 미치는 영향은 무시할 수 있다.

5. 책상 위 병 안의 분홍색 액체는 굴절률을 모른다.

6. 레이저 전자 기판: 레이저를 기판에 (그리고 기판을 보조 배터리에) 연결하면 켤 수 있다. 기판의 On/Off 스위치로 레이저를 켜고 끈다. 레이저 빛의 세기는 기판의 전류 조절 손잡이를 돌려 조절할 수 있다. 눈이 편안한 정도로 레이저 세기를 맞춰라.

7. 보조 배터리와 전선.

다음 사항에 유의하라.

1. 유리 렌즈와 현미경 슬라이드는 절대 만지지 마라. 지문이 실험 결과에 영향을 줄 수 있고, 슬라이드는 꽤 얇아서 쉽게 깨진다.

2. 미지 액체를 마시지 마라.

3. 레이저를 직접 들여다보지 마라.

이론

투명한 슬라이드의 가장자리에 레이저 빔을 비추면, 슬라이드를 통과하는 부분과 통과하지 않는 부분 사이에 위상차가 생긴다. 이 위상차 때문에 회절 무늬가 생기며, 그 줄무늬는 슬라이드의 가장자리와 나란하다 (그림 5 참조).

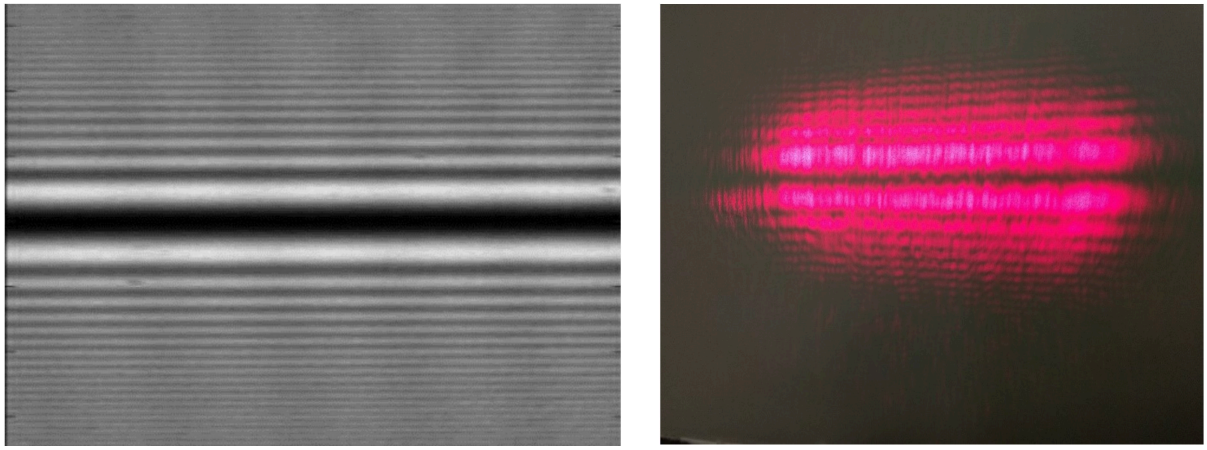


그림 5: 이론적인 회절 무늬(왼쪽)와 실험실에서 관측한 회절 무늬(오른쪽).

빔의 진행 방향을 z 방향으로 잡고(그림 6 참조), 우선 슬라이드가 x-y 평면에 있으며 그 수평 가장자리가 x 축과 일치한다고 하자(즉 그림 6의 각이 0이다). 이 경우 빔의 두 부분 사이의 위상차는 분명히 다음과 같다.

$$\phi_0 = \frac{2\pi h}{\lambda}(n - N) \tag{1}$$

여기서 h 는 슬라이드의 두께, λ 는 레이저 빔의 파장, N 은 주위 매질의 굴절률, n 은 투명한 슬라이드의 굴절률이다.

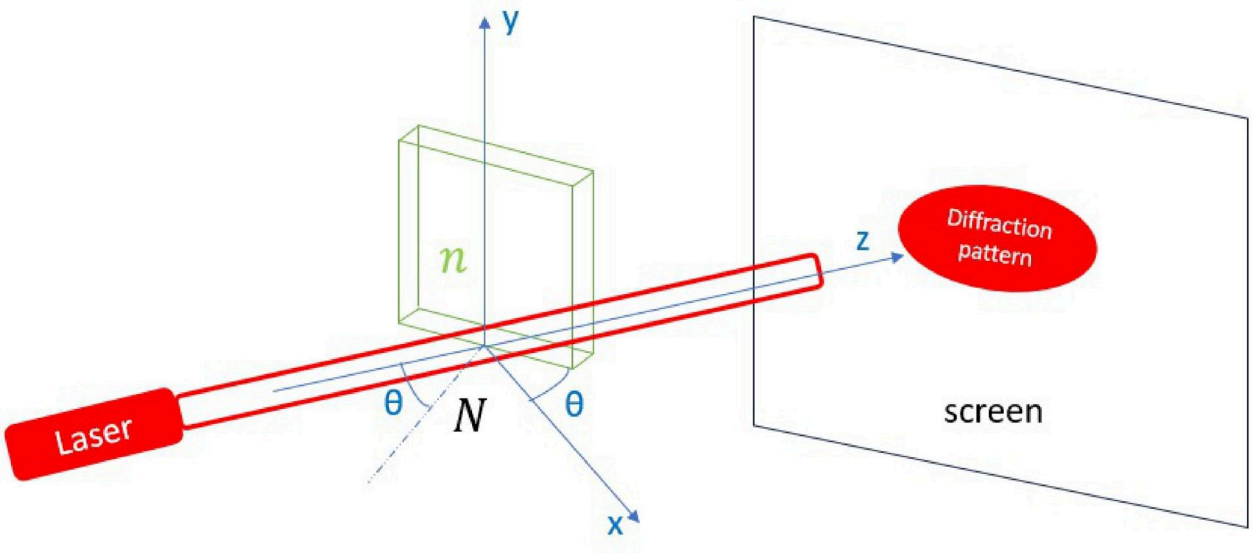


그림 6: 레이저 빔, 슬라이드, 스크린의 개략도.

슬라이드를 y 축 둘레로 돌려 슬라이드 면의 법선이 입사 빔과 각 θ 를 이루게 하면, 간단한 계산으로 위상차에 대한 다음 식을 얻는다.

$$\phi = \frac{2\pi h}{\lambda}\left(\sqrt{n^2 - N^2 \sin^2\theta} - N\cos\theta\right) \tag{2}$$

따라서 위상차는 θ 의 함수이다. 이 각을 연속적으로 바꾸면 위상차가 연속적으로 커지고 무늬의 모양이 변하지만, 위상차가 2π 에 이르면 무늬는 처음 모양으로 되돌아온다. 이 한 주기를 줄무늬 이동(fringe shift) 한 번이라고 부른다. 그림 7은 한 번의 줄무늬 이동의 여러 단계를 보여 준다.

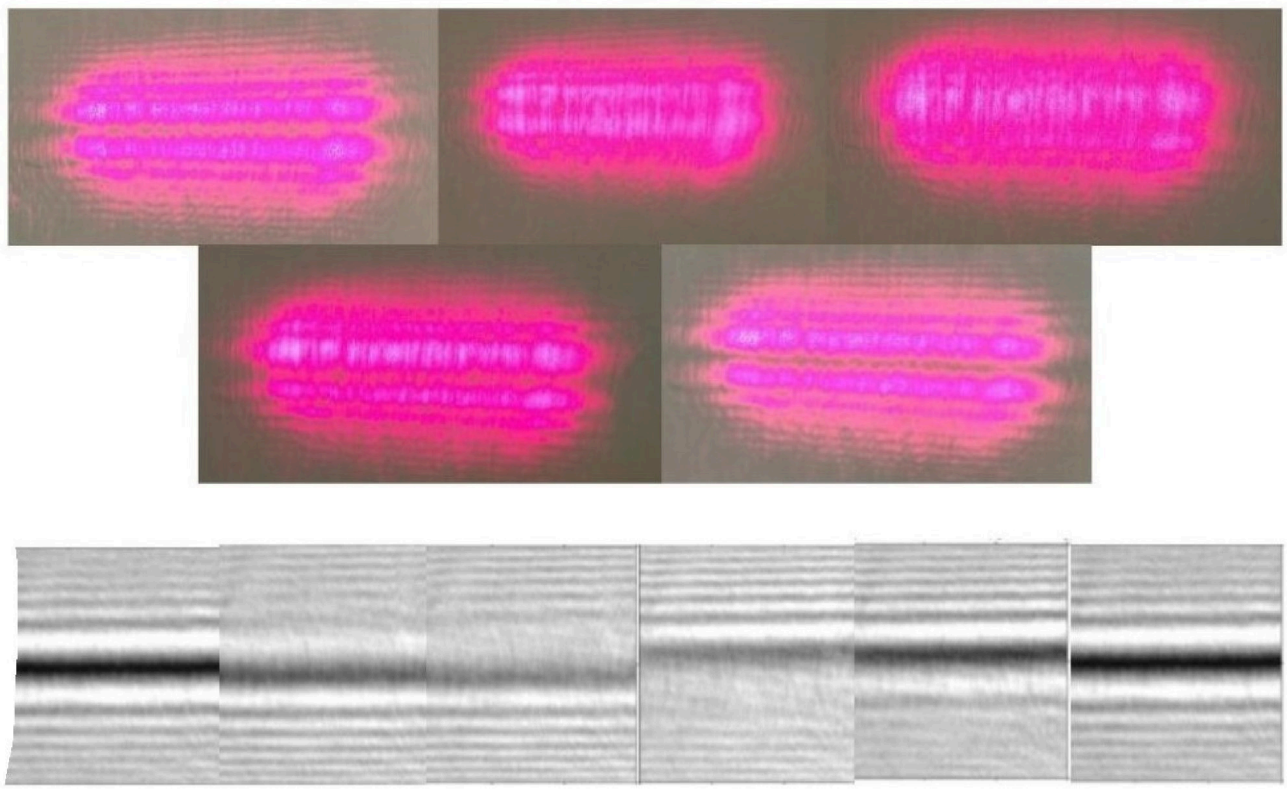


그림 7: 실험실의 스크린에서 관측한, 그리고 이론적으로 예측한 줄무늬 이동의 여러 단계 (왼쪽에서 오른쪽으로, 각 그림의 위상차는 φ, $\varphi + 4\pi/9$, $\varphi + 6\pi/9$, $\varphi + 10\pi/9$, $\varphi + 14\pi/9$, $\varphi + 2\pi$ 이다).

$\theta = 0$ 에서 시작하여 각을 점점 키울 수 있다. $\theta = \theta_m$ 만큼의 회전에 해당하는 m 번의 줄무늬 이동 뒤에는 다음이 성립한다.

$$\phi = \frac{2\pi h}{\lambda}\left(\sqrt{n^2 - N^2 \sin^2\theta_m} - N\cos\theta_m\right) = 2\pi m + \phi_0 \tag{3}$$

또는

$$m = \frac{h}{\lambda}\left(\sqrt{n^2 - N^2 \sin^2\theta_m} - N\cos\theta_m\right) - \frac{\phi_0}{2\pi} \tag{4}$$

중요한 참고 사항:

1. 각 파트의 최종 결과에 대해서만 불확도를 계산하면 된다(답안지에 $\pm$ 기호가 있는 경우에는 오차를 계산하여 보고해야 한다).

2. 제공된 계산기를 사용하여 곡선의 기울기와 세로축 절편을 구할 수 있다.

3. 참고:
   회귀 r 은 1과 −1 사이의 수로, 자료가 직선에 얼마나 잘 맞는지를 나타낸다. $|r| = 1$ 이면 자료가 완전히 한 직

선 위에 있다는 뜻이다.
계산기의 선형 모드로 기울기 (B) 와 절편 (A) 를 계산하는 경우, 그 불확도를 계산하기 위해 아래 식을 쓸 수 있다.

$$\Delta B = B\sqrt{\frac{1}{(n-2)}\left(\frac{1}{r^2}-1\right)}$$

$$\Delta A = \Delta B\sqrt{\overline{x^2}}$$

여기서 n 은 얻은 자료점의 개수이고 $\overline{x^2}$ 은 X 제곱의 평균이다.
기울기와 절편의 불확도는 반드시 위 식으로만 계산해야 한다.

파트 A: 얇은 슬라이드(S1)의 두께 (2.0점)

다음 문항에서는 유리 부품(S1, S2)의 굴절률을 1.51로, 공기의 굴절률을 1.00으로 잡는다. 빨간 레이저의 파장은 650 nm로 잡고, 이 값들의 불확도는 무시한다.

레이저를 켜라. 각도기 위에 S1 거치대를 놓고, 레이저가 현미경 슬라이드의 아래 가장자리에 비치도록 레이저의 높이를 조절하라. 그런 다음 스크린에 회절 무늬가 보일 때까지 렌즈의 높이를 조절하라(이 높이는 레이저 빔의 높이와 거의 같아야 한다). 회절 무늬의 줄무늬가 수평임에 유의하라. 그림 8은 파트 A의 실험 장치를 보여 준다. 이제 각도기를 천천히 돌리면서 줄무늬 이동을 관찰하라.



그림 8: 작동 중인 실험 장치 (파트 A)

A-1	0도에서 시작하여 각도기를 돌려 70도까지 올려라. 줄무늬 이동 횟수를 세면서 각 줄무늬 이동 번호 m 에 해당하는 각 θ_m 을 적어라. 최소 25개의 자료점을 얻어 표를 채워라.	0.8 pt

A-2	적절한 그래프를 그려라.	0.3 pt

A-3	기울기 (B) 와 세로축 절편 (A) 을 구하라.	0.1 pt

A-4	기울기를 이용하여 얇은 슬라이드의 두께를 구하라.	0.8 pt

파트 B: 두꺼운 슬라이드(S2)의 두께 (1.6점)

S1 거치대 대신 S2 거치대를 사용하여 파트 A의 장치로 돌아가라.

B-1	θ 가 0도에서 20도 사이인 범위에서 문항 A-1을 반복하고 최소 15개의 자료점을 기록하라.	0.6 pt
B-2	식 (4)의 θ_m 이 충분히 작다고 가정하고, 그 관계식을 θ_m^2 차수까지 전개하여 줄무늬 이동 번호와 θ_m^2 사이의 선형 관계를 구하라 ($N = 1.00$ 으로 가정하라).	0.1 pt
B-3	적절한 그래프를 그려라.	0.2 pt
B-4	기울기와 세로축 절편을 구하라.	0.1 pt
B-5	기울기를 이용하여 두꺼운 슬라이드의 두께를 구하라.	0.6 pt

파트 C: 두꺼운 현미경 슬라이드(S2)로 N 구하기 (1.6점)

미지 액체를 용기에 부어라. 용기를 각도기 가운데에 놓고, 현미경 슬라이드가 액체에 잠기도록 S2 거치대를 각도기 위에 조심스럽게 다시 놓아라. 레이저 빔이 슬라이드와 주위 액체의 경계에 비치도록 레이저와 현미경 슬라이드의 높이를 조절하라. 다시 스크린에 회절 무늬가 나타날 것이다.

C-1	문항 B-1을 반복하라 (20도까지 15개의 자료점).	0.6 pt
C-2	임의의 N 에 대해 문항 B-2를 반복하라.	0.1 pt
C-3	적절한 그래프를 그려라.	0.2 pt
C-4	기울기와 세로축 절편을 구하라.	0.1 pt
C-5	미지 액체의 굴절률 (N) 을 구하라.	0.6 pt

파트 D: 얇은 현미경 슬라이드(S1)로 N 구하기 (4.8점)

미지 액체 안에 S2 대신 S1 거치대를 넣어라.

D-1	이 경우에 대해 문항 A-1을 반복하라 (70도까지 25개의 자료점).	0.7 pt
D-2	간단한 계산으로 식 (1)과 (4)에서 ϕ_0 를 소거하여 $N(n-N)+uN=w$ 와 같은 관계식을 얻어라. u 와 w 를 m, n, h, λ, θ 로 나타내라.	0.8 pt

D-3	계산기를 사용하여 u 와 w 를 결정하라.	1.2 pt

D-4	w 를 u 에 대해 그려라.	0.3 pt

D-5	앞의 그래프에서 선형인 영역을 찾아 그 곡선의 기울기와 세로축 절편을 계산하라.	0.2 pt

D-6	먼저 기울기를 이용하여 굴절률 (N_B) 를 구하고, 그다음 세로축 절편을 이용하여 굴절률 (N_A) 를 구하라.	1.6 pt