지구 자기장 측정 (10점)

개요

이 문제의 목표는 지구 자기장의 수평 성분을 측정하는 것이다. 먼저 이른바 구이 저울(Gouy balance)을 이용해 자석의 특성을 파악한 뒤, 그 자석으로 지구 자기장을 측정한다.

이 문제 전체에서 불확도는 개별 실험점이 아니라 피팅(fit)으로부터만 구하는 것으로 한다.

장비 목록

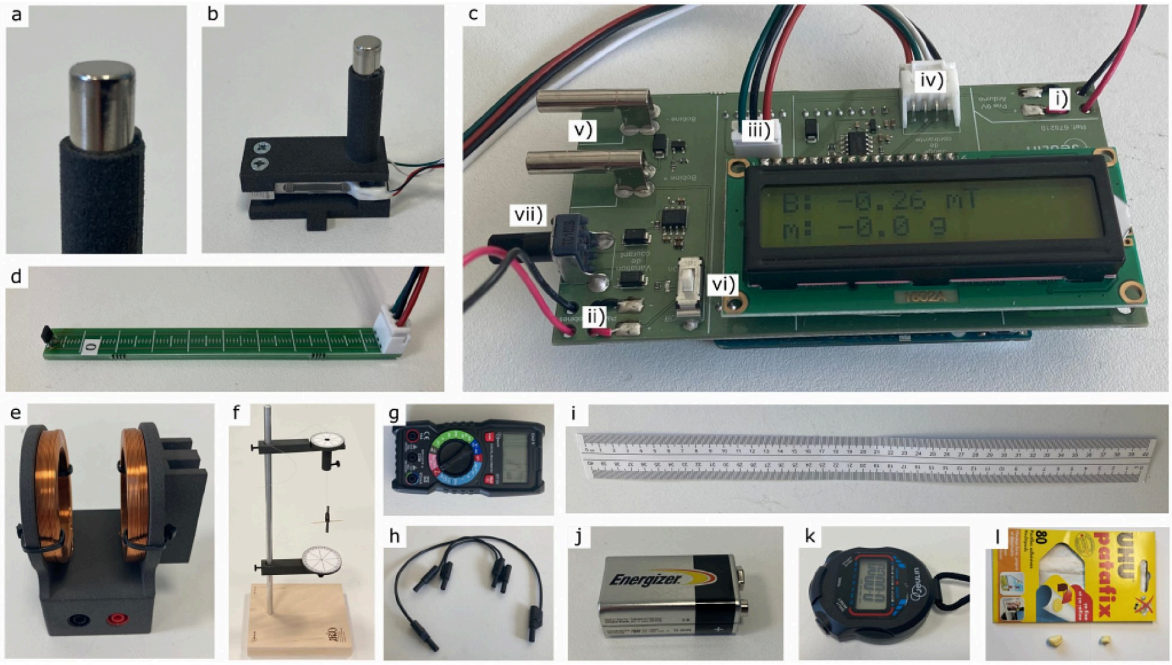


그림 1. 전체 장비 사진.

장비 목록은 아래와 같으며 그림 1에 나타나 있다. 개수가 1보다 클 때는 [ ] 안에 개수를 표시하였다. 작동하지 않는 것으로 보이는 것이 있으면 도움을 요청해야 한다.

- (a) 자석 [3]. 하나는 힘 센서 (b)에 부착되어 있으며 떼어내면 안 된다. 다른 하나는 포드 (f)에 삽입되어 있으며 지시가 있을 때까지 빼내면 안 된다. 마지막 하나는 A.5에서 사용한다. 모든 자석은 동일하다고 가정한다.
- (b) 힘 센서. 아두이노 (c)에 연결되며, 축 방향의 힘을 그램힘("g") 단위 m_f 로 측정한다. 그램힘은 지구 표면의 중력장($g_0 = 9.81\ \mathrm{m \cdot s^{-2}}$)에서 1 g의 질량이 받는 힘이다. 자석 (a) 중 하나가 여기에 부착되어 있다. 전원을 다시 켤 때마다 상황과 무관하게 표시가 0으로 초기화된다. **이 센서에 200 g을 넘는 힘을 가해서는 안 된다.** 포장을 조심해서 뜯어야 한다.
- (c) 디지털 디스플레이가 달린 아두이노. 코일 (e)에 전원을 공급하고 힘과 자기장을 측정하여 각각 그램힘("g")과 mT 단위로 바로 표시한다. 아두이노에 전원을 공급하는 전지 (j)는 단자 (i)에, 코일 (e)에 전원을 공급하는 전지 (j)는 단자 (ii)에 연결해야 한다(극성에 주의). 힘 센서 (b)와 자기장 센서 (d)는 각각 단자 (iv)와 (iii)에, 코일 전원 케이블은 단자 (v)에 연결한다. 스위치 (vi)가 코일 전원 회로를 닫으며(LED로 표시), 그 전류는 (vii)에서 조절할 수 있다.
- (d) 자 눈금이 달린 자기장 센서. 아두이노 (c)에 연결되며 자의 방향 $\vec{e_z}$ 를 따르는 자기장 B_z 를 mT 단위로 측정한다.

- (e) 반(反)헬름홀츠 배치(서로 반대 방향으로 감긴)의 코일. 자기장을 만들려면 이 코일을 전류계 (g)와 직렬로, 그리고 아두이노 (c)에 연결해야 한다.
- (f) 나무 받침 위의 금속 스탠드. 자석 (a)이 처음부터 들어 있는 매달린 포드와 각도 눈금이 있다. 이 장치의 자세한 조립법은 아래에 설명한다.
- (g) 멀티미터. 10 A 범위의 전류계로만 사용한다. 사용하지 않고 두면 꺼지므로 "OFF" 위치로 돌렸다가 다시 켜야 한다. 멀티미터 케이스에 함께 들어 있는 두 개의 케이블은 사용하지 않는다.
- (h) 전선 [3].
- (i) 40 cm 자.
- (j) 9 V 전지 [3]. 용량은 300 mA·h 정도이다.
- (k) 스톱워치.
- (l) 접착 점토. 문제 전체에서 사용할 수 있다.

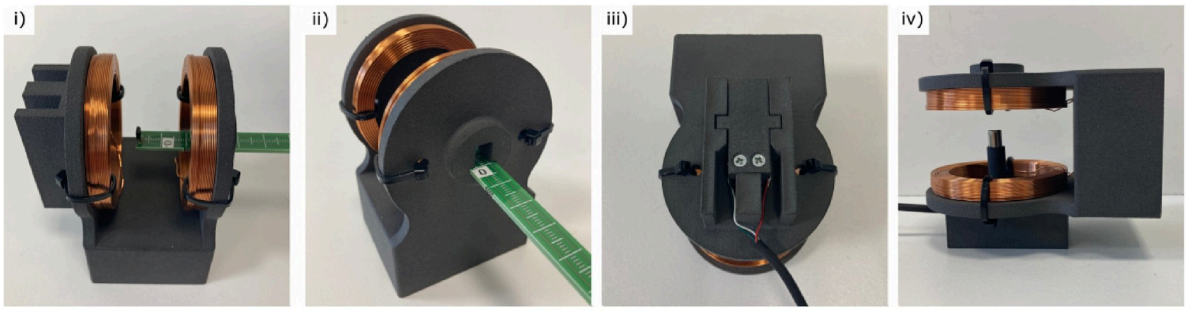


그림 2. 반헬름홀츠 코일 안에서의 센서 사용.

아두이노와 연결된 센서의 사용 (그림 2)

자기장 센서 (d)는 (i)와 같이 코일 (e) 안에서 미끄러지며 코일 축 위의 자기장을 측정할 수 있다. 센서의 $z = 0$ 위치는 (ii)에 표시되어 있고, 코일 안쪽으로 들어갈수록 z 가 증가한다.

힘 센서 (b)는 (iii)와 같이 코일 안에 넣은 뒤, (iv)와 같이 코일을 돌려 변환기가 수직이 되도록 한다. 이때 전선을 마련된 홈을 통해 배선해야 한다.

장비 (f)의 설치 (그림 3) — 파트 B를 시작하기 직전에만 조립하며, 34 cm 실을 사용한다

- 금속 기둥 (f0a)을 플라스틱 발이 달린 나무판 (f0b)에 꽂아 스탠드 (f0)를 만든다.
- 부품 (f1)은 아래쪽에 위치하며 포드의 각도를 표시한다. 나사 (f4)로 팔 (f1b)을 금속 기둥에 설치한 뒤, 두 번째 나사 (f4)로 부품 (f1a)를 그 위에 고정한다.
- 부품 (f2)는 위쪽에 위치하며 포드를 지지하는 실을 잡아 준다. 나사 (f4)로 팔 (f2b)을 금속 기둥에 설치한 뒤, 부품 (f2a)를 그 위에 끼운다.
- 포드 (f3)를 만들려면, 자석 (a)이 이미 들어 있는 지지 부품 (f3a)에 관성 막대 (f3b)와 이쑤시개 (f3c)를 꽂는다. 포드를 지지하는 실을 부품 (f2a)에 넣고 나사 (f4)로 고정한다. 부품 (f2a)를 돌리면 실이 매달린 각도가 바뀐다. 이쑤시개로 포드의 각도 위치를 정밀하게 측정할 수 있다.

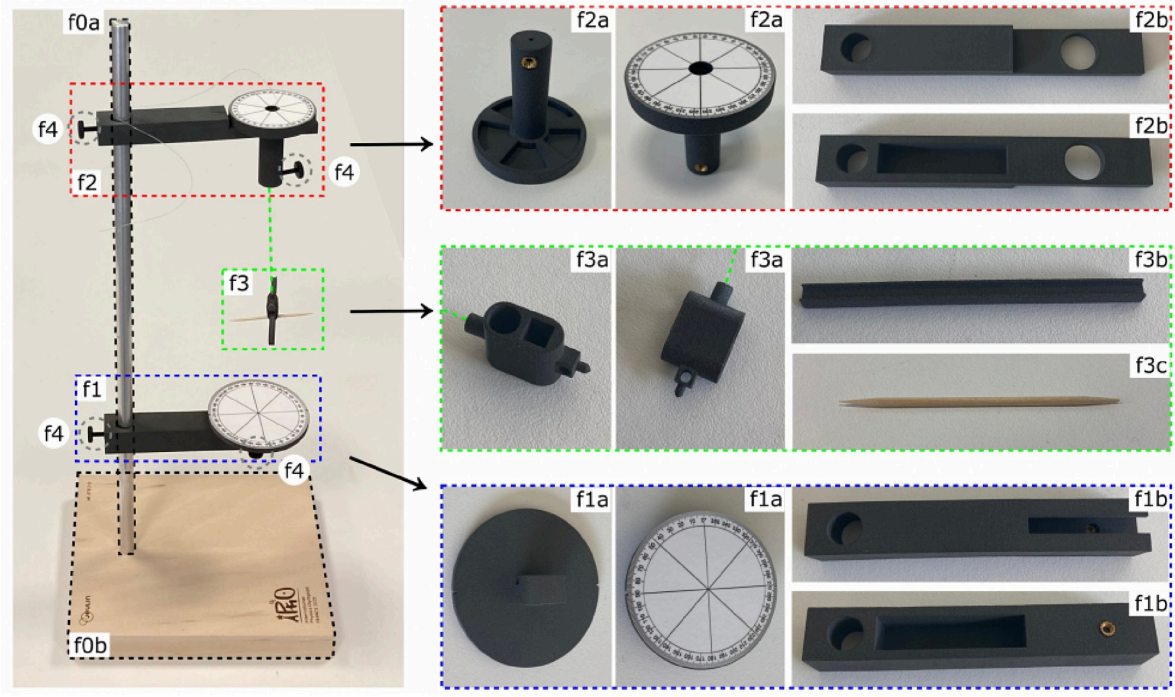


그림 3. 금속 스탠드에 포드를 설치하는 방법. 부품 (f1a), (f1b), (f2a), (f2b), (f3a)는 서로 다른 두 각도에서 보인다. 동일한 플라스틱 나사 (f4)는 네 개이다.

풀이:

풀이에 제시된 수치 결과는 하나의 일관된 측정 세션에서 얻은 것이다. 채점 기준에 사용된 측정 범위는 여러 검증자의 측정을 반영한 것이다.

채점 기준: 연구하는 법칙이 비례 관계일 때 응시자가 선형 피팅을 원점을 지나도록 강제하더라도 감점하지 않는다.

파트 A. 구이 저울과 자기 모멘트

모형화

자석을 자기 모멘트 $\vec{m}$ 의 자기 쌍극자로 다룰 수 있다고 가정한다. 자기 모멘트 $\vec{m} = m\vec{e_z}$ 인 쌍극자가 자기장 $\vec{B} = B(z)\vec{e_z}$ 속에서 받는 힘은 다음과 같다.

$$\vec{F}(z) = m\frac{dB(z)}{dz}\vec{e}_z. \qquad (1)$$

반헬름홀츠 코일에 전류 i 가 흐를 때, 회전축의 단위벡터 $\vec{e_z}$ 를 따르는 자기장 $\vec{B}$ 는 다음과 같다.

$$\vec{B}(z) = \alpha\, i\,(z - z_0)\vec{e_z}. \qquad (2)$$

이 식은 장치의 중심 $z = z_0$ 부근에서만 유효하다.

코일 안의 자기장

A.1	실험에 사용되는 전지 하나의 전형적인 사용 가능 시간 τ 를, 2 A 정도의 전류가 흐를 때에 대해 수치로 추정하라.	0.2pt

풀이:

9 V 전지의 용량은 $Q = I \cdot \Delta t = 300\ \mathrm{mA \cdot h}$ 이다. 전류 $I = 2\ \mathrm{A}$ 를 사용하면 사용 시간은 $0.3 \times 3600/2 \approx 540\ \mathrm{s} \approx 9\ \mathrm{min}$ 이다.

A.1.1. $6 \leq \tau \leq 12$ min (또는 $360 \leq \tau \leq 720$ s) 구간의 값 하나	0.2

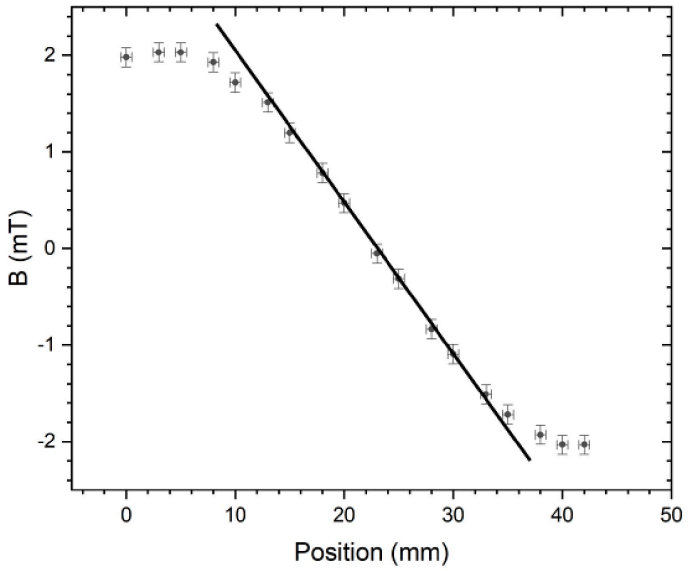
이 결과는 이후 실험 절차를 설계할 때 반드시 고려해야 한다. 코일은 파트 A에서만 사용한다는 점에 유의하라. 필요하면 여분의 전지를 받을 수 있다.

그림 2와 같이 자기장 센서를 코일 안에 넣는다. 코일 안 센서 위치의 확인도 이 그림을 참조하라.

A.2	전류를 $i_0 \simeq 1.0\ \mathrm{A}$ 로 고정하고, 코일 축 위 센서의 위치 z 에 대한 자기장 B_z 를 측정하여 그래프로 나타내라. 자기장이 실험적으로 위치에 대해 선형인 가장 큰 영역 $[z_{\min}, z_{\max}]$ 를 찾아라.	0.8pt

풀이:

아래 그래프는 $i_0 = 1.0\ \mathrm{A}$ 에서 얻은 것이다. 장치의 중심부에는 자기장이 위치의 선형 함수인 영역이 있다. 장치의 가장자리에서는 두 코일에 가까워지면서 자기장이 포화되는 것을 볼 수 있다. 그림에서 선형 영역은 $[0.015;\ 0.032]\ \mathrm{m}$ 이다.

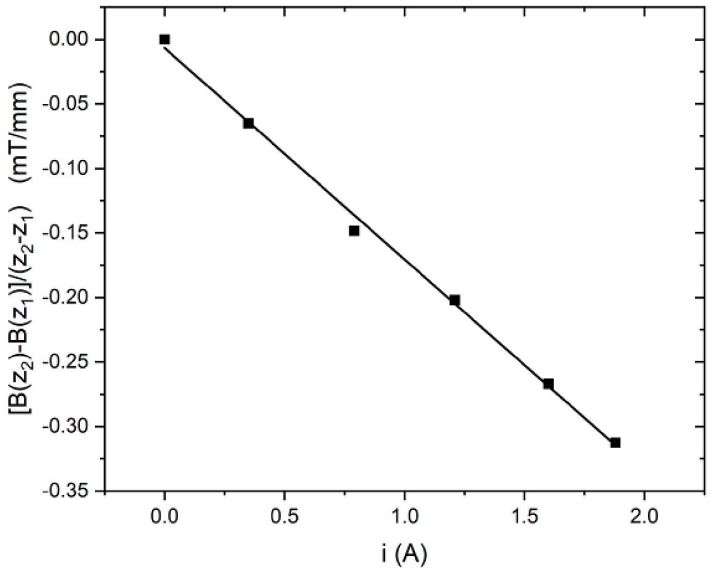


A.2.1: 6점 이상 측정. $B \in [-12; 12]$ mT, $z \in [0; 60]$ mm.	0.1
A.2.2: 8점 이상 측정. $B \in [-12; 12]$ mT, $z \in [0; 60]$ mm.	0.1
A.2.3: 그래프 (축, 단위).	0.1
A.2.4: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프. 최소 5점.	0.1
A.2.5: 왼쪽 $[12; 18]$ mm에서 선형성 이탈을 보이는 실험 그래프.	0.1
A.2.6: 오른쪽 $[29; 35]$ mm에서 선형성 이탈을 보이는 실험 그래프.	0.1
A.2.7: $z_{\min} \in [12; 18]$ mm.	0.1
A.2.8: $z_{\max} \in [29; 35]$ mm.	0.1

A.3	이 선형 영역 안의 두 위치 (z_1, z_2) 에 센서를 놓고, 식 (2)가 주는 $\vec{B}$ 의 전류 의존성을 확인하는 곡선을 그려라. 그리고 α 의 값을 불확도와 함께 결정하라.	0.9pt

풀이:

선형 영역의 중심은 약 23 mm이다. 두 위치 $z_1 = 13\ \text{mm}$ 와 $z_2 = 33\ \text{mm}$ 에서 여러 전류값에 대해 자기장을 측정한다. 이로부터 자기장의 기울기 $\dfrac{B(z_2) - B(z_1)}{z_2 - z_1}$ 를 전류의 함수로 계산할 수 있다.



선형 관계를 얻는다. 남아 있는 y 절편은 센서가 정확히 영점 조정되지 않았기 때문일 수 있다. 기울기의 전형적인 값은 $\boxed{\alpha = 0.150 \pm 0.007\ \text{T} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{A}^{-1}}$ 이다.

A.3.1: 두 위치에서 각각 3회 이상(총 6회) B 측정. $B \in [-25; 25]$ mT, $I \in [-3; 3]$ A.	0.1
A.3.2: 두 위치에서 각각 5회 이상(총 10회) B 측정. $B \in [-25; 25]$ mT, $I \in [-3; 3]$ A.	0.1
A.3.3: 그래프 (축, 단위).	0.1
A.3.4: 적절한 기울기 양의 확인 및 계산. $B(z)/(z - z_0)$ 또는 $(B(z_2) - B(z_1))/(z_2 - z_1)$, 또는 이를 i 로 나눈 양.	0.1
A.3.5: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프.	0.1
A.3.6: α 값(단위 포함)이 $[0.11; 0.19]$ T/m/A	0.1
A.3.7: α 값(단위 포함)이 $[0.13; 0.17]$ T/m/A	0.1
A.3.8: $\delta\alpha$ 값(단위 포함)이 $[0.001; 0.02]$ T/m/A	0.1
A.3.9: $\delta\alpha$ 값(단위 포함)이 $[0.003; 0.01]$ T/m/A	0.1

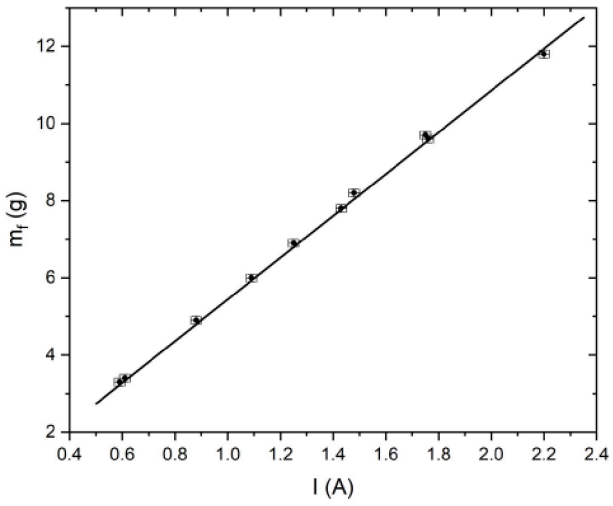
구이 저울

자기장 센서를 코일에서 빼내고, 그림 2에 설명된 대로 힘 센서를 조심스럽게 코일 안에 넣는다. 특히 전선을 홈에 배치하는 데 주의한다.

A.4	전류 i 에 대한 그램힘 m_f 를 실험적으로 측정하라. 적절한 그래프를 그려 자석의 자기 모멘트 m_m 의 값을 불확도와 함께 결정하라.	0.8pt

풀이:

전류 i 를 바꾸어 가며 유효 질량을 측정하면 다음을 얻는다.



곡선의 기울기는 5.48 gram-force/A 이며, 이는 $(53.7 \pm 0.8) \times 10^{-3}\ \mathrm{N/A}$ 에 해당한다. 최종적으로 자기 모멘트는 $m_m = \dfrac{53.7 \times 10^{-3}}{0.150} = 0.358\ \mathrm{A \cdot m^2}$ 이다. 불확도는 $\dfrac{\delta m}{m} = \dfrac{\delta p}{p} + \dfrac{\delta \alpha}{\alpha} = 0.05$ 로부터 얻는다.

자기 모멘트는 $\boxed{m_m = 0.36 \pm 0.02\ \mathrm{A \cdot m^2}}$ 이다.

A.4.1: 6회 이상 측정. $m_f \in [-20; 20]$ g, $I \in [-3; 3]$ A.	0.1
A.4.2: 8회 이상 측정. $m_f \in [-20; 20]$ g, $I \in [-3; 3]$ A.	0.1
A.4.3: 그래프 (축, 단위).	0.1
A.4.4: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프.	0.1
A.4.5: m_m 값(단위 포함)이 $[0.25; 0.45]$ A·m²	0.1
A.4.6: m_m 값(단위 포함)이 $[0.30; 0.40]$ A·m²	0.1
A.4.7: δm_m 값(단위 포함)이 $[0.003, 0.07]$ A·m²	0.1
A.4.8: δm_m 값(단위 포함)이 $[0.01, 0.03]$ A·m²	0.1

힘을 뉴턴(N) 단위로 측정한 것도 인정한다.

자기 모멘트의 다른 측정 방법

쌍극자 근사에서, 자기 모멘트 m_m 인 자석이 회전축 z 위에 만드는 자기장은

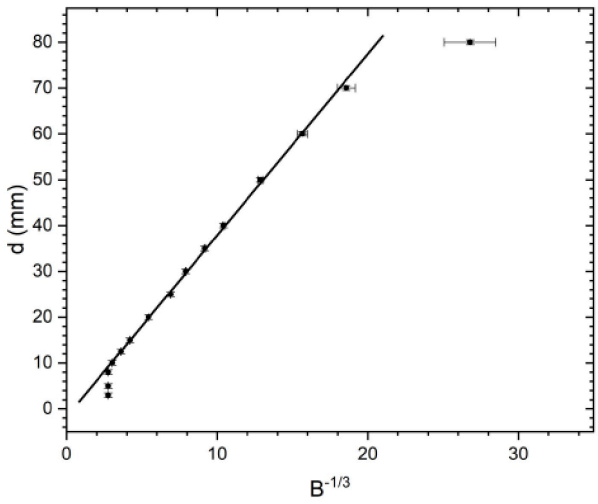
$$B_z(z) = \frac{\mu_0 m_m}{2\pi (z - z_*)^3}, \qquad (3)$$

여기서 z_* 는 반드시 자석의 기하학적 중심은 아니며, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T \cdot m \cdot A^{-1}}$ 이다.

A.5	자유 자석의 회전축을 따라 거리 z 에 대한 자기장 B_z 를 측정하라. 식 (3)의 모형을 검증하는 곡선을 그리고 실험적 이탈을 보여라. 이로부터 m_m 의 새로운 값을 불확도와 함께 구하라.	1.3pt

풀이:

세 번째 자석을 눈금자에 붙여 자기장 B 를 직접 측정한다. 홀 센서를 직접 사용해도 된다. 측정 결과는 아래와 같으며, 위치를 $B^{-1/3}$ 의 함수로 나타내었다.



기울기는 $\left(\frac{\mu_0 m_m}{2\pi}\right)^{1/3} = (4.1 \pm 0.1) \times 10^{-3}\ \mathrm{m \cdot T^{1/3}}$ 이며, 따라서 자기 모멘트의 새로운 값은 $\boxed{m_m = 0.31 \pm 0.01\ \mathrm{A \cdot m^2}}$ 이다.

A.5.1: 6회 이상 측정. $B \in [-100; 100]$ mT, $d \in [0; 40]$ cm.	0.1
A.5.2: 8회 이상 측정. $B \in [-100; 100]$ mT, $d \in [0; 40]$ cm.	0.1
A.5.3: 그래프 (축, 단위).	0.1
A.5.4: 적절한 양의 확인 및 계산. $z = f(B^{-1/3})$ 또는 관련된 양.	0.2
A.5.5: 근접장(작은 z)을 제외한 유효 영역의 확인.	0.1
A.5.6: 디지털 양자화에 제한되지 않는(큰 z) 유효 영역의 확인.	0.1
A.5.7: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프.	0.2
A.5.8: m_m 값(단위 포함)이 $[0.25; 0.45]$ A·m²	0.1
A.5.9: m_m 값(단위 포함)이 $[0.30; 0.40]$ A·m²	0.1
A.5.10: δm_m 값(단위 포함)이 $[0.001, 0.05]$ A·m²	0.1
A.5.11: δm_m 값(단위 포함)이 $[0.005, 0.02]$ A·m²	0.1

A.6	A.4와 A.5에서 얻은 두 결과를 바탕으로 m_m 의 최종 실험값을 불확도와 함께 제시하라.	0.2pt

풀이:

최종 값은 앞선 두 측정의 평균으로 주어지므로 $\boxed{m_m = 0.33 \pm 0.01\ \mathrm{A \cdot m^2}}$ 이다.

A.6.1: m_m 값(단위 포함)이 $[0.30; 0.40]$ A·m²	0.1
A.6.2: δm_m 값(단위 포함)이 $[0.005, 0.03]$ A·m²	0.1

파트 B. 지구 자기장의 결정

모형화

이제 수평면에서 자석의 진동 운동을 연구하여 지구 자기장의 수평 성분 B_e 의 값을 추정한다(그림 3과 그 위의 조립 설명 참조). 자석이 들어 있는 포드 (f3)는 연직축에 대해 두 개의 돌림힘을 받는다.

- 실의 돌림힘. $\Gamma_f = -\dfrac{C_f}{L}(\theta - \theta_0)$ 로 모형화되며, C_f 는 상수, L 은 실이 고정된 두 지점 사이의 전체 길이, θ_0 는 실이 비틀리지 않은 상태의 각도이다.
- 지구 자기장의 돌림힘. 지구 자기장의 각 위치가 각도 θ_e 로 주어질 때 $\Gamma_e = -m_m B_e \sin(\theta - \theta_e)$ 이다.

포드와 자석 전체의 연직축에 대한 알려지지 않은 관성 모멘트를 J 라 하면, 각운동량 정리로부터

$$J\frac{d^2\theta}{dt^2} = \Gamma_f + \Gamma_e = -\frac{C_f}{L}(\theta - \theta_0) - m_m B_e \sin(\theta - \theta_e). \qquad (4)$$

$\sin(\theta - \theta_e) \simeq \theta - \theta_e$ 근사가 유효할 때, 이는 주기 T 의 사인형 진동을 준다. 이 파트에서 접착 점토 (I)은 임의의 모양과 크기로 빚어 다른 장치에 붙일 수 있다.

주의: 외부 자기장의 방해를 피하기 위해, 자석은 금속 물체나 (다른 자석을 포함한) 자기원으로부터 최소 20 cm 이상 떨어뜨려 놓아야 한다.

실험 장치 구성과 첫 측정

B.1부터 B.5까지는 실의 길이를 $L = 34\ \text{cm}$ 로 하고 실이 비틀리지 않도록 한다. 이 설정에서 우선 실의 돌림힘이 지구 자기장의 돌림힘에 비해 무시할 수 있다고 가정하며, 이 가정은 나중에 다시 검토한다.

θ_0 를 θ_e 에 맞추려면, 자석을 뺐을 때 포드 (f3)가 돌지 않도록 부품 (f2a)로 θ_0 를 조정한다. 그런 다음 자석을 다시 포드에 넣고, B.5까지 θ_0 를 바꾸지 않는다.

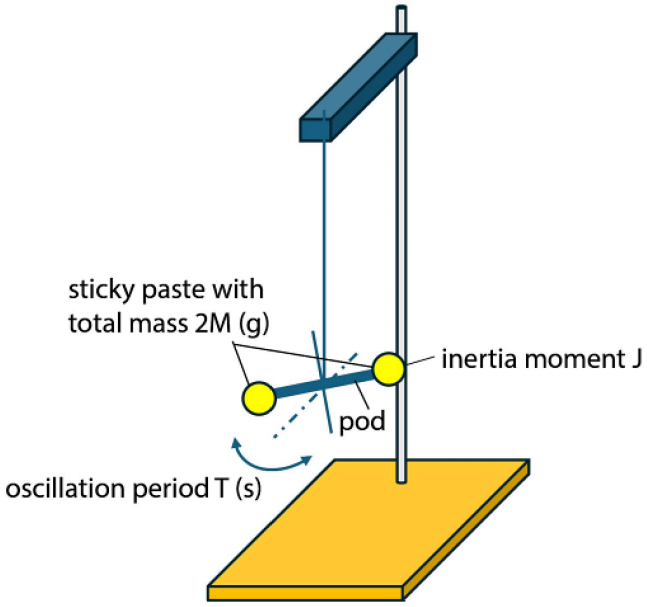
B.1	B_e 를 결정하는 실험 절차를 제안하라. 측정할 여러 양과 그 단위를 도입하라. 이 양들을 자세한 개략도에 나타내고, 문제에 주어진 양들과 식으로 연결하라. 각 양에 대해 절차 전체에서 고정(F)인지 변하는(V) 값인지 밝혀라.	0.3pt

풀이:

아래 그림이 제안하는 실험을 나타낸다. 미소 진동의 주기 T 를 측정한다(여러 주기를 재면 정밀도가 가장 좋다). 포드의 관성 모멘트 J_0 를 모르므로, 포드의 양 끝에 접착 점토를 붙여 관성 모멘트를 $J = J_0 + \Delta J$ 로 바꿀 수 있다. 포드 팔의 길이는 $r_a = 0.04\ \text{m}$ 이다.

미소 각도에서 포드가 만족하는 미분방정식으로부터 $\dfrac{\Delta J}{m_m} = \dfrac{1}{\omega^2}B_e - \dfrac{J_0}{m_m}$ 이다. 주기는 $T = \dfrac{2\pi}{\omega}$ 이고, 총 질량 $2m_a$ 의 접착 점토를 붙였을 때 관성 모멘트의 변화는 $\Delta J = 2m_a r_a^2$ 이다. 따라서

$$\frac{2m_a r_a^2}{m_m} = \frac{T^2}{4\pi^2}B_e - \frac{J_0}{m_m}.$$

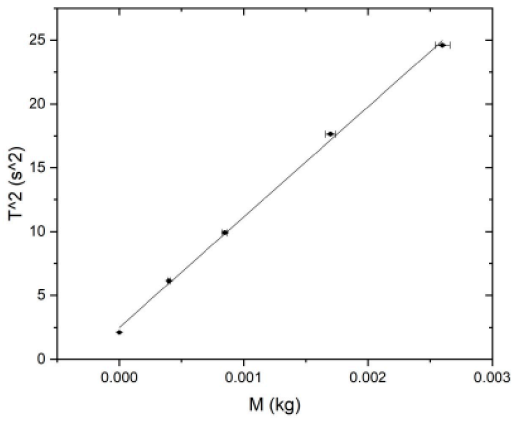


B.1.1: 주기 T (초 단위)와 다른 양들의 함수로서 T 의 표현식.	0.1
B.1.2: 추가 질량 m_a (그램 단위)와 개략도.	0.1
B.1.3: 추가 질량의 반지름 r_a (센티미터 단위)와 개략도.	0.1

대안적인 실험 절차를 고려하기 위해 채점 기준은 다음과 같이 적용된다. a) 응시자가 채점 기준에 이미 나오는 양을 제안하면 그에 해당하는 점수를 받는다. b) 작동하는 임의의 절차를 제안하고 관련된 양을 적절히 도입하면 그 문항의 전체 점수를 받는다. c) 작동하는 절차에 해당하지 않는 추가적인 양에는 점수를 주지 않는다.

B.2	위에서 기술한 절차를 사용하여 그래프를 그리고 B_e 의 첫 번째 값을 불확도와 함께 결정하라.	1.1pt

풀이:



$\frac{2m_a r_a^2}{m_m} = \frac{T^2}{4\pi^2}B_e - \frac{J_0}{m_m}$ 이므로, T^2 을 m_a 에 대해 그리면 기울기 $p = \frac{8\pi^2 r_a^2}{m_m B_e}$ 인 직선이 되어야 한다.

기울기 $p = 8640 \pm 200\ \mathrm{A^{-1}\cdot T^{-1}}$ 를 얻는다. $m_m = 0.31 \pm 0.01\ \mathrm{A\cdot m^2}$ 를 사용하면 $B_e = 47\ \mu\mathrm{T}$ 이다.

상대 불확도는 $\frac{200}{8640} + \frac{0.01}{0.305} \approx 0.06$ 이므로 $\boxed{B_e = (47 \pm 3)\ \mu\mathrm{T}}$ 이다.

B.2.1: 4회 이상 측정.	0.1
B.2.2: 6회 이상 측정.	0.1
B.2.3: 적절한 양의 확인 및 계산. $T^2 = f(J_a)$ 또는 $f(m_a r_a^2)$ 또는 관련된 양.	0.2
B.2.4: 그래프 (축, 단위).	0.1
B.2.5: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프.	0.2
B.2.6: B_e 값(단위 포함)이 $[1;10]\times10^{-5}$ T	0.1
B.2.7: B_e 값(단위 포함)이 $[1.5;7]\times10^{-5}$ T	0.1
B.2.8: δB_e 값(단위 포함)이 $[0.1;1]\times10^{-5}$ T	0.1
B.2.9: δB_e 값(단위 포함)이 $[0.2;0.5]\times10^{-5}$ T	0.1

실의 돌림힘 평가

B.3	$L = 34\ \mathrm{cm}$ 를 유지한 채 자석을 뺀 상태에서 포드의 운동을 연구하여 C_f 의 값을 실험 불확도와 함께 결정하라. 두 가지 계 구성에 대해 각각 한 번씩 주기를 측정하라. C_f 를 측정량과 연결하는 식을 명시하라.	0.7pt

풀이:

자석을 뺀다. 따라서 진동 주기는 실이 비틀리면서 생기는 돌림힘과 관성 모멘트에 의존한다. 받침대의 관성 모멘트는 여전히 알 수 없으므로, 고정된 실 길이에 대해 접착 점토가 없을 때의 주기 T_1 과 접착 점토가 있을 때의 주기 T_2 를 측정할 수 있다. 관련된 식은 다음과 같다.

$$J = \frac{C_f T_1^2}{4\pi^2 L}, \qquad J + 2m_a r_a^2 = \frac{C_f T_2^2}{4\pi^2 L}.$$

$m_a = 0$ 과 $m_a = 2.6\ \mathrm{g}$ 의 두 측정에서 $T_1 = 4.2 \pm 0.2\ \mathrm{s}$, $T_2 = 15.8 \pm 0.2\ \mathrm{s}$ 를 얻으므로

$\boxed{C_f = \frac{8\pi^2 L m_a r_a^2}{T_2^2 - T_1^2}}$ 이고, 따라서 $\boxed{C_f = (5.1 \pm 0.2)\times10^{-7}\ \mathrm{N\cdot m^2/rad}\ (\mathrm{m^3\cdot kg\cdot s^{-2}})}$ 이다.

B.3.1: 변화시킬 매개변수의 선택. m_a 및/또는 r_a 를 통한 J_a.	0.1
B.3.2: T_1 과 T_2 의 측정.	0.1
B.3.3: 측정량의 함수로서 C_f 의 표현식.	0.1
B.3.4: C_f 값(단위 포함)이 $[2;10]\times10^{-7}$ N·m²/rad	0.1
B.3.5: C_f 값(단위 포함)이 $[3;8]\times10^{-7}$ N·m²/rad	0.1
B.3.6: δC_f 값(단위 포함)이 $[0.05;1.0]\times10^{-7}$ N·m²·rad⁻¹	0.1
B.3.7: δC_f 값(단위 포함)이 $[0.1;0.5]\times10^{-7}$ N·m²·rad⁻¹	0.1

B.4 앞선 측정을 이용하여, Γ_f 와 Γ_e 돌림힘의 진폭 인자 C_f/L 과 $m_m B_e$ 가 같아지는 임계 길이 L_c 의 표현식을 제시하고 수치로 구하라. B.2에서 비 $(C_f/L)/(m_m B_e)$ 는 얼마였는가? 다음 구간 중에서 고르라: [0 %, 1 %[; [1 %, 5 %[; [5 %, 20 %[; [20 %, 50 %[; [50 %, ∞%[. 0.3pt

풀이:

두 돌림힘을 같게 놓으면 $\dfrac{C_f}{L_c}=m_m B_e$ 이므로 $\boxed{L_c=\dfrac{C_f}{m_m B_e}=\dfrac{5.1\times10^{-7}}{0.33\times47\times10^{-6}}=3.2\ \text{cm}}$ 이다.

따라서 34 cm에서의 돌림힘과 3.2 cm의 임계 돌림힘의 비는 $3.2/34=9\%$ 이다. 그러므로 답은 [5 %, 20 %[이다.

B.4.1: $L_c=C_f/(m_m B_e)$ 의 옳은 표현식.	0.1
B.4.2: L_c 값(단위 포함)이 $[2.0;6.0]$ cm	0.1
B.4.3: 옳은 구간: [5 %, 20 %[	0.1

정적 측정

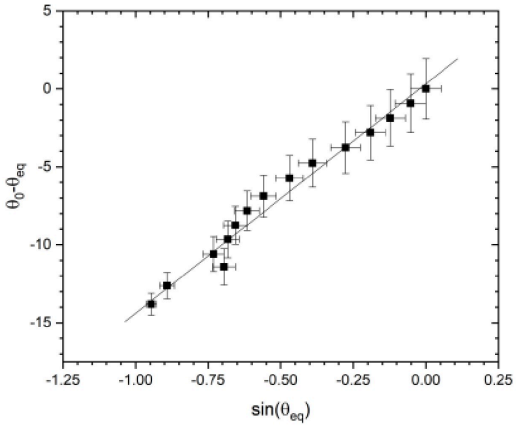
이제 지구 자기장의 정적 측정을 제안한다. 자석을 다시 포드에 넣는다. 그림 3의 부품 (f2a)로 각 위치 θ_0 를 조절하여 실을 비튼다.

B.5 여전히 $L=34$ cm 로 고정한 채, 자석의 평형 위치 θ_{eq} 가 각도 θ_0 에 어떻게 의존하는지 조사하는 적절한 그래프를 그리고, B_e 의 두 번째 값을 불확도와 함께 결정하라. 1.1pt

풀이:

평형 상황에서의 운동 방정식에 따라 $\dfrac{C_f\,(\theta_{eq}-\theta_0)}{L}=-m_m B_e\sin(\theta_{eq}-\theta_e)$ 이다.

따라서 실험 절차는, 고정된 길이 L 에 대해 $\theta_{eq}-\theta_0$ 를 $\sin(\theta_{eq}-\theta_e)$ 의 함수로 그려 실제로 선형인지 확인하고 그 기울기 $p=\dfrac{m_m B_e L}{C_f}$ 를 계산하는 것이다.



측정에서 얻은 기울기는 $L = 0.34\ \mathrm{m}$ 에 대해 $11.1 \pm 1.7\ \mathrm{rad}^{-1}$ 이다. 따라서 지구 자기장은 $B_e = \dfrac{pC_f}{m_m L} = \dfrac{11.1 \times 5.1 \times 10^{-7}}{0.33 \times 0.34} = \boxed{50.5 \pm 8\ \mu\mathrm{T}}$ 이다. 불확도가 비교적 크다는 점에 유의하라.

B.5.1: 그래프 (축, 단위).	0.1
B.5.2: 5회 이상 측정.	0.1
B.5.3: 7회 이상 측정.	0.1
B.5.4: 적절한 양의 확인 및 계산. $(\theta_{eq} - \theta_0) = f(\sin(\theta_{eq} - \theta_e))$ 또는 그 역.	0.2
B.5.5: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 실험 그래프.	0.2
B.5.6: B_e 값(단위 포함)이 $[1.0; 10] \times 10^{-5}$ T	0.1
B.5.7: B_e 값(단위 포함)이 $[1.5; 7] \times 10^{-5}$ T	0.1
B.5.8: δB_e 값(단위 포함)이 $[0.1; 2] \times 10^{-5}$ T	0.1
B.5.9: δB_e 값(단위 포함)이 $[0.6; 1] \times 10^{-5}$ T	0.1

B.6	길이 L 을 바꾸어 다른 두 길이에 대해 앞의 연구를 반복하여, 실 돌림힘의 L 의존성을 확인하라. 모든 의존성을 요약하는 최종 그래프를 사용하여 B_e 의 새로운 값을 불확도와 함께 결정하라.	2.3pt

풀이:

이제 길이를 $L = 26,\ 12,\ 8\ \mathrm{cm}$ 로 바꾼다.

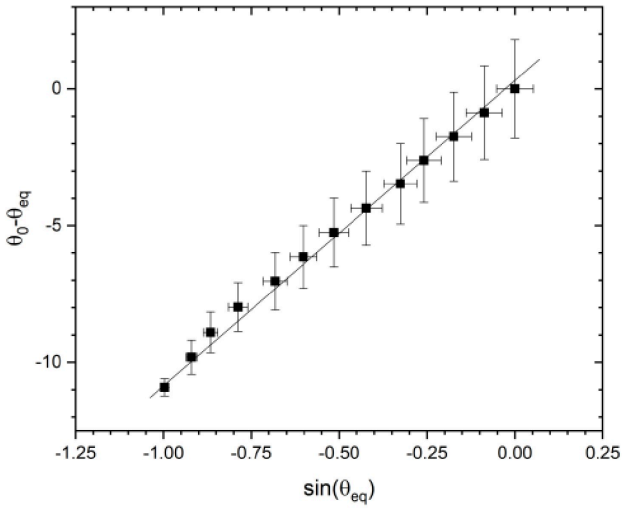


그림 B.6A: $L = 26$ cm.

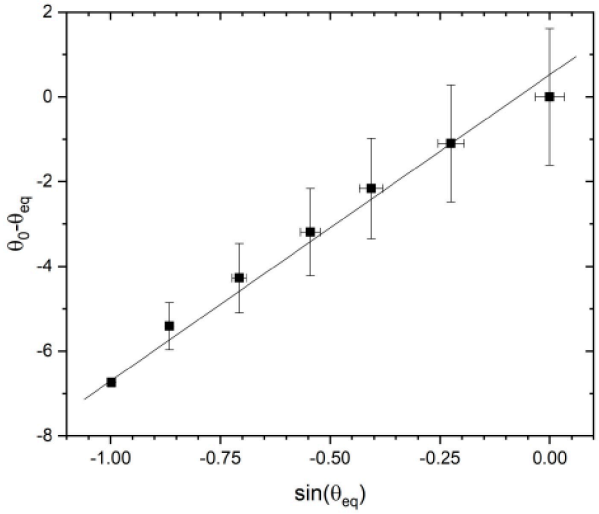


그림 B.6B: $L = 12$ cm.

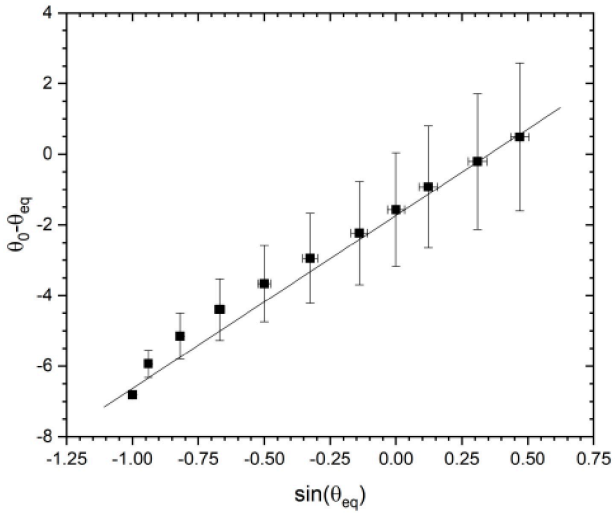
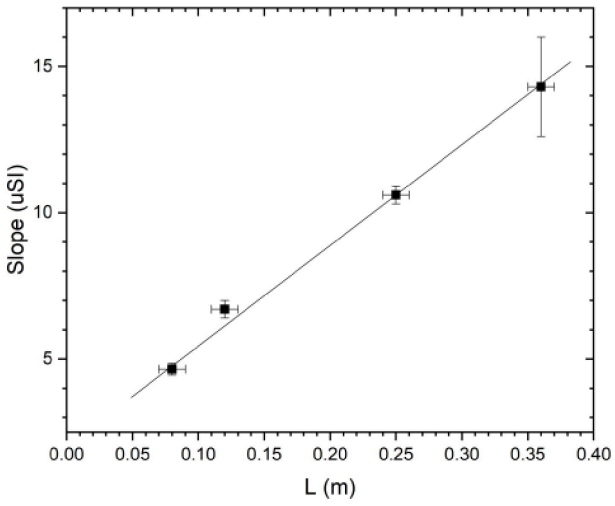


그림 B.6C: $L = 8$ cm.

기울기는 다음과 같다.

- $L = 25\ \text{cm} : p = 10.6 \pm 0.3\ \text{rad}^{-1}$
- $L = 12\ \text{cm} : p = 6.7 \pm 0.3\ \text{rad}^{-1}$
- $L = 8\ \text{cm} : p = 4.6 \pm 0.2\ \text{rad}^{-1}$

따라서 기울기를 L 에 대해 그리면 다음과 같다.



L 에 대한 기울기.

예상대로 그림 B.6D의 기울기는 L 에 비례하며, 그 기울기는 $p' = 27.1 \pm 1.5\ \text{rad}^{-1} \cdot \text{m}^{-1}$ 이다.

B_e 의 새로운 값은 $B_e = \dfrac{p'C_f}{m_m} = \dfrac{5.1 \times 10^{-7} \times 27.1}{0.305} \approx 45.3\ \mu\mathrm{T}$ 로부터 얻는다. 상대 불확도는 $\dfrac{\delta p'}{p'} + \dfrac{\delta C_f}{C_f} + \dfrac{\delta m_m}{m_m} = 0.12$ 이므로 $\boxed{B_e = 45.3 \pm 5\ \mu\mathrm{T}}$ 이다.

B.6.1: 평형 2 : 5회 이상 측정	0.1
B.6.2: 7회 이상 측정	0.1
B.6.3: $(\theta_{eq} - \theta_0) = f(\sin(\theta_{eq} - \theta_e))$ 또는 그 역의 계산	0.1
B.6.4: 그래프 (축, 단위)	0.1
B.6.5: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 그래프	0.2
B.6.6: L_2 에 대한 기울기	0.1
B.6.7: 평형 3 : 5회 이상 측정	0.1
B.6.8: 7회 이상 측정	0.1
B.6.9: $(\theta_{eq} - \theta_0) = f(\sin(\theta_{eq} - \theta_e))$ 또는 그 역의 계산	0.1
B.6.10: 그래프 (축, 단위)	0.1
B.6.11: 올바른 표본 간격으로 선형성을 보이는 그래프	0.2
B.6.12: L_3 에 대한 기울기	0.1
B.6.13: L 에 대한 기울기의 확인 및 계산	0.3
B.6.14: 그래프 (축, 단위)	0.2
B.6.15: $B_e = \dfrac{p'C_f}{m_m}$	0.1
B.6.16: $B_e \in [1.5; 7] \times 10^{-5}$ T	0.2
B.6.17: $\delta B_e \in [0.2; 0.8] \times 10^{-5}$ T	0.1

또 다른 가능한 풀이는 서로 다른 L 에서의 모든 측정을 한 그래프에 나타내는 것이다. 즉 $(\theta_{eq} - \theta_0)$ 를 $L \cdot \sin(\theta_{eq} - \theta_e)$ 에 대해 그리고 그 기울기를 측정하면 된다. 이렇게 하면 채점 기준에 따라 최대 점수를 받을 수 있다.