풀이

A1. 레이저는 주기 $1/f$로 펄스를 낸다. 시료는 속도 v로 움직이므로 결함의 주기는

$$\boxed{\Lambda = \frac{v}{f}}$$

A2. 브래그 공명 파장의 식을 이용하여 결함의 주기를 나타내면

$$\Lambda = \frac{\lambda_B}{2n_c}.$$

이를 A1의 식에 대입하면

$$\boxed{v_0 = \Lambda \cdot f = \frac{\lambda_B f}{2n_c} \approx 0.5345\ \mathrm{mm/s}}$$

A3. 투과 스펙트럼 $T(\lambda)$의 최솟값이 브래그 공명 파장에 해당한다.

$$\boxed{\lambda_B = 1543.58\ \mathrm{nm}}$$

A4. A2의 식에 값을 대입하면

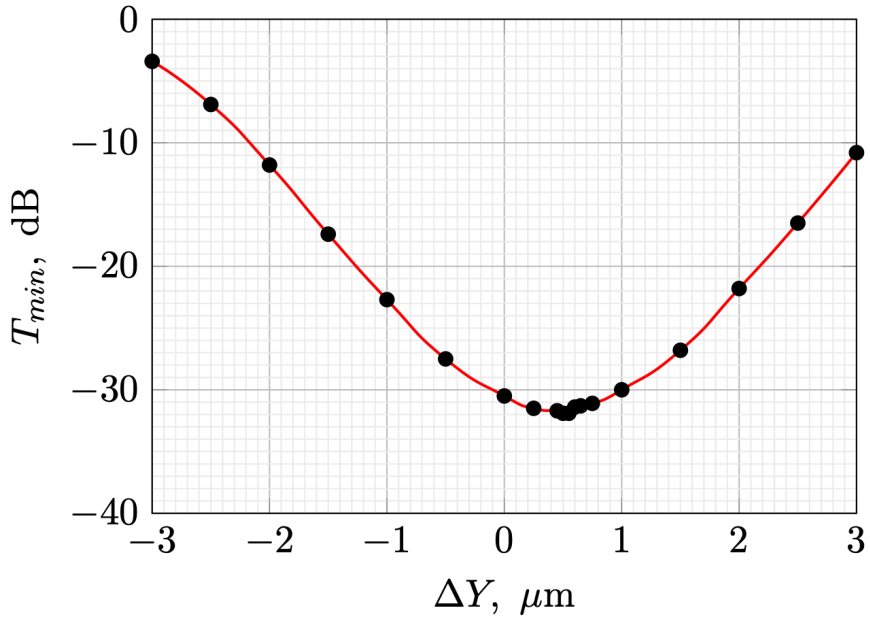
$$\boxed{n_c = \frac{\lambda_B f}{2v_0} = 1.4440}$$

A5. $\lambda_B = 1550\ \mathrm{nm}$를 쓰면

$$\boxed{v_{1550} = \frac{\lambda_B f}{2n_c} = 0.5367\ \mathrm{mm/s}}$$

A6. 주어진 범위에서 0.5 μm 간격으로 의존성을 측정한다. 의존성 $T_{\min}(\Delta Y)$의 극값 부근은 따로 더 촘촘히 조사한다.

ΔY, μm	$T_{\min}$, dB	ΔY, μm	$T_{\min}$, dB
−3.0	−3.41	0.55	−31.9
−2.5	−6.90	0.60	−31.4
−2.0	−11.8	0.65	−31.3
−1.5	−17.4	0.75	−31.1
−1.0	−22.7	1.0	−30.0
−0.5	−27.5	1.5	−26.8
0	−30.5	2.0	−21.8
0.25	−31.5	2.5	−16.5
0.45	−31.7	3.0	−10.8
0.5	−31.9		

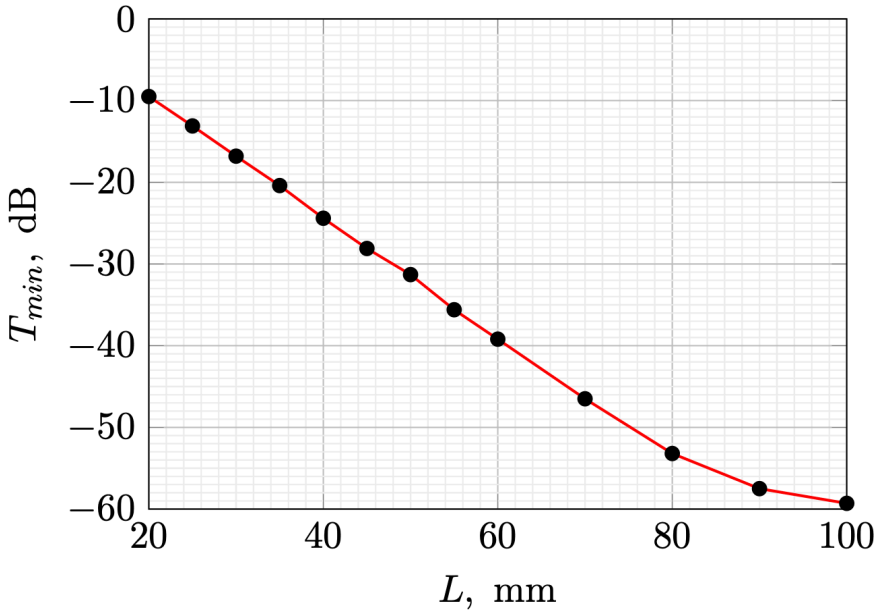


A7. ΔY_0는 앞 문항에서 측정한 의존성의 최솟값에 해당한다.

$$\boxed{\Delta Y_0 = 0.50\ \mu\text{m}}$$

A8. $L \in [20, 100]$ mm 범위에서 의존성을 측정한다. 이 범위는 투과 최소가 뚜렷하게 나타나는 L의 범위이다.

L, mm	$T_{\min}$, dB	L, mm	$T_{\min}$, dB
20	−9.5	55	−35.6
25	−13.1	60	−39.2
30	−16.8	70	−46.5
35	−20.4	80	−53.2
40	−24.4	90	−57.5
45	−28.1	100	−59.3
50	−31.3		



L이 클 때의 비선형 거동은 배경광 때문이다. 그래프에서 선형 구간의 기울기는

$$\boxed{k = -0.742\ \text{dB/mm}}$$

B1. $a'(z)$의 식을 z로 미분하고 둘째 식의 $b'(z)$를 대입하면

$$a''(z) = i\varkappa b'(z) = \varkappa^2 a(z).$$

$$\boxed{a''(z) - \varkappa^2 a(z) = 0}$$

B2. 두 성분의 경계 조건을 쓰자. z축 양의 방향으로 진행하는 파동은 $a(0) = a_0$이다. 광섬유의 오른쪽 끝에서는 반사파의 진폭이 0이므로, z축 음의 방향으로 진행하는 파동은 $b(L) = 0$이다.

B1의 미분 방정식의 특수해를 $a(z) = Ce^{\lambda z}$로 두고 대입하면 특성 방정식 $\lambda^2 - \varkappa^2 = 0$, $\lambda = \pm\varkappa$를 얻으므로 일반해는

$$a(z) = Ae^{\varkappa z} + Be^{-\varkappa z}.$$

문제에 주어진 관계를 이용하면

$$b(z) = \frac{1}{i\varkappa}\, a'(z) = -i\left(Ae^{\varkappa z} - Be^{-\varkappa z}\right).$$

경계 조건을 대입하면

$$b(L) = 0 \;\Rightarrow\; B = Ae^{2\varkappa L}, \qquad a(0) = a_0 \;\Rightarrow\; A = \frac{a_0}{1 + e^{2\varkappa L}},$$

$$t' a_0 = a(L) = Ae^{\varkappa L} + Be^{-\varkappa L} = \frac{2a_0 e^{\varkappa L}}{1 + e^{2\varkappa L}} = \frac{a_0}{\cosh(\varkappa L)}.$$

정의에 의해 $T = |t'|^2$이므로

$$\boxed{T = \frac{1}{\cosh^2(\varkappa L)}}$$

B3. *첫 번째 방법*: 쌍곡선 함수의 근사를 쓴다. A8 그래프의 선형 부분의 기울기는

$$T[\mathrm{dB}] = 10\log_{10}\frac{1}{\cosh^2(\varkappa L)}, \qquad \frac{d}{dL}\big(T[\mathrm{dB}]\big) = -\frac{20}{\ln 10}\,\varkappa\tanh(\varkappa L).$$

투과 계수로 나타내면 $\tanh(\varkappa L) = \sqrt{1 - 1/\cosh^2(\varkappa L)} = \sqrt{1 - T}$이다. 선형 구간에서 투과 계수의 최댓값이 하한 $\tanh(\varkappa L) \approx 0.942$를 주므로, 쌍곡탄젠트를 근사적으로 1로 둔다:

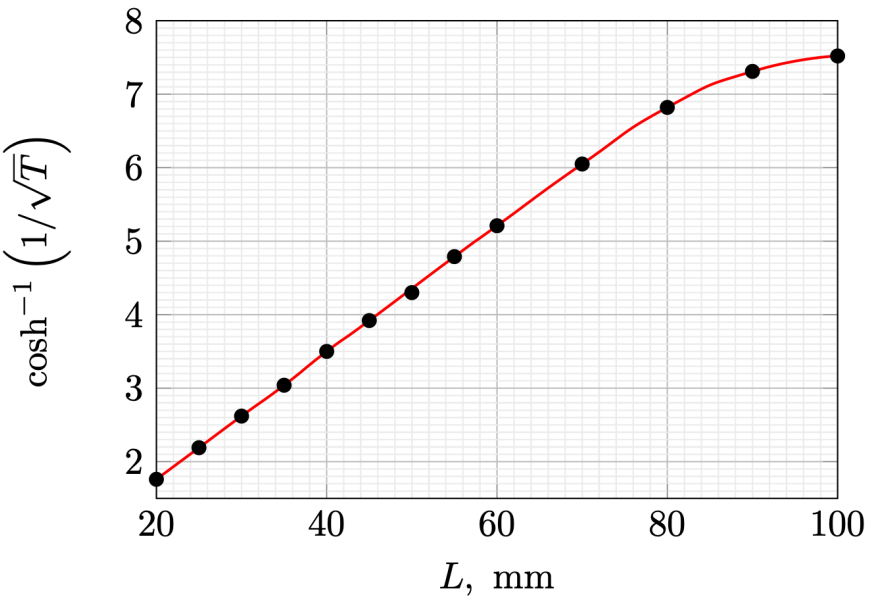
$$\frac{d}{dL}\big(T[\mathrm{dB}]\big) \approx -\frac{20}{\ln 10}\varkappa.$$

$\cosh(\varkappa L) \approx e^{\varkappa L}/2$, 즉 $e^{2\varkappa L} \gg 1$로 두어도 같은 결과 $T[\mathrm{dB}] \approx -\frac{20}{\ln 10}(\varkappa L - \ln 2)$를 얻는다. 선형 구간에서 $e^{2\varkappa L} > e^{2\cdot 85.4\cdot 0.02} = 30.45 \gg 1$이므로 이 근사는 타당하다. A8의 기울기를 대입하면

$$\boxed{\varkappa_0 = 85.4\ \mathrm{m}^{-1}}$$

두 번째 방법: 근사 없이, B2에서 얻은 의존성 $T(L)$을 $\cosh^{-1}(1/\sqrt{T}) = \varkappa L$로 선형화한다. 여기서 T는 절대 단위이며 $T = 10^{T[\mathrm{dB}]/10}$로 바꾼다.

L, mm	T, dB	$\cosh^{-1}(1/\sqrt{T})$	L, mm	T, dB	$\cosh^{-1}(1/\sqrt{T})$
20	−9.5	1.76	55	−35.6	4.79
25	−13.1	2.19	60	−39.2	5.21
30	−16.8	2.62	70	−46.5	6.05
35	−20.4	3.04	80	−53.2	6.82
40	−24.4	3.50	90	−57.5	7.31
45	−28.1	3.92	100	−59.3	7.52
50	−31.3	4.30			



그래프의 선형 부분의 기울기가 격자의 세기이다:

$$\boxed{\varkappa_0 = 85.9\ \mathrm{m}^{-1}}$$

C1. λ_B의 전미분은 $\Delta\lambda_B = 2\Delta n_c \Lambda + 2n_c \Delta\Lambda$이다. 길이와 굴절률의 온도 의존성을 대입하면

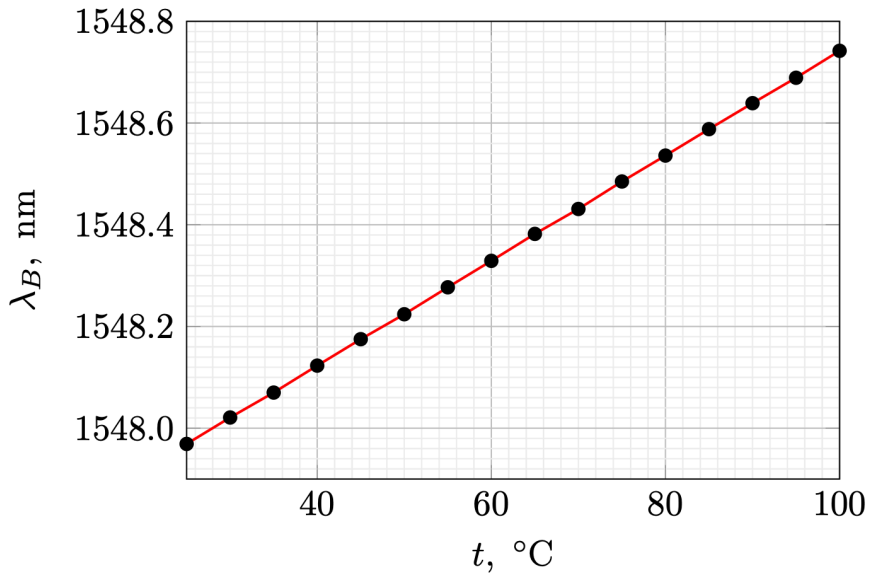
$$\Delta\lambda_B = 2\frac{dn_c}{dt}\Delta t \cdot \Lambda + 2n_c\Lambda\alpha\Delta t = \lambda_B\left(\alpha + \frac{1}{n_c}\frac{dn_c}{dt}\right)\Delta t.$$

$$\boxed{A = \alpha + \frac{1}{n_c}\frac{dn_c}{dt}}$$

C2. 온도 범위 $t \in [25, 100]$ °C에서 의존성을 측정한다.

t, °C	λ_B, nm	t, °C	λ_B, nm
25	1547.97	65	1548.38
30	1548.02	70	1548.43
35	1548.07	75	1548.49
40	1548.12	80	1548.54
45	1548.18	85	1548.59
50	1548.22	90	1548.64
55	1548.28	95	1548.69
60	1548.33	100	1548.74

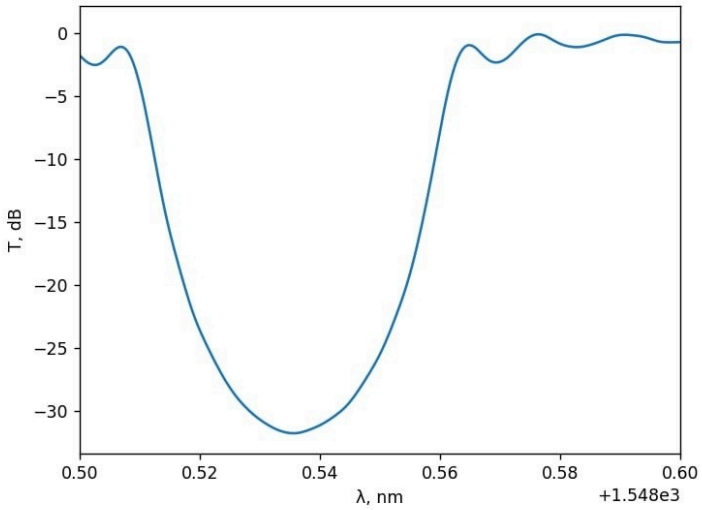
C3.



그래프의 기울기는 $k = \lambda_B \cdot A = 0.010313$ nm/°C이고, 평균 파장은 $\lambda_B \approx 1548.4$ nm이다. 따라서

$$\boxed{A = 6.66 \cdot 10^{-6}\ ^\circ\mathrm{C}^{-1}}$$

C4. 투과 스펙트럼 $T(\lambda)$의 최솟값 바로 주변을 보자.



투과 골의 폭은 약 $\delta\lambda \approx 0.01$ nm이므로, 감지할 수 있는 가장 작은 온도 변화는

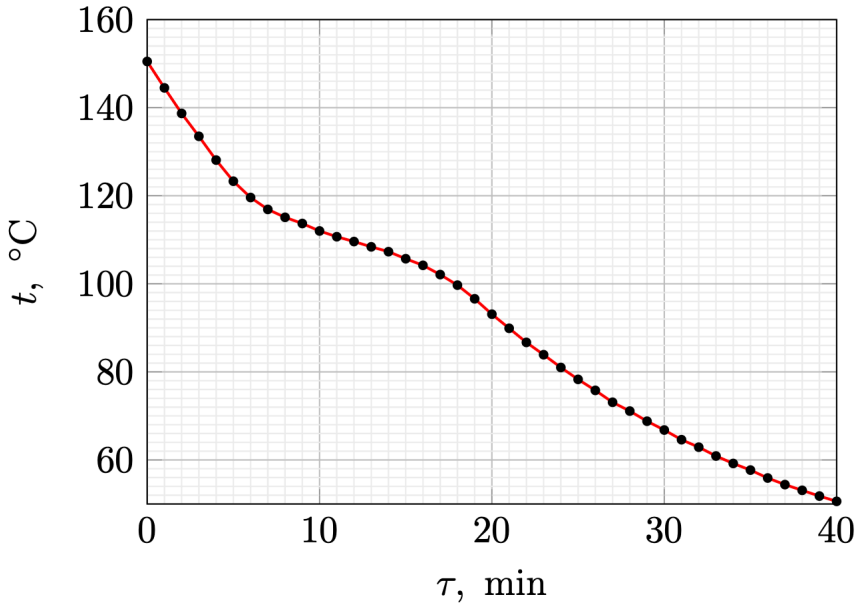
$$\boxed{\Delta t = \frac{\delta\lambda}{\lambda_B A} \approx 1\ ^\circ\mathrm{C}}$$

D1. 브래그 공명 파장 λ_B를 시간 τ에 따라 측정하고, C3의 보정 기울기로 온도로 바꾼다:

$$t = \frac{\lambda_B - \lambda_B(0\ ^\circ\mathrm{C})}{\lambda_B A} = \frac{\lambda_B - 1547.71\ \mathrm{nm}}{0.0103\ \mathrm{nm}/^\circ\mathrm{C}}.$$

τ, min	λ_B, nm	t, °C	τ, min	λ_B, nm	t, °C	τ, min	λ_B, nm	t, °C
0	1549.26	150.5	14	1548.81	107.3	28	1548.44	71.1
1	1549.20	144.5	15	1548.80	105.7	29	1548.42	68.8
2	1549.14	138.7	16	1548.78	104.2	30	1548.40	66.8
3	1549.08	133.5	17	1548.76	102.1	31	1548.38	64.6
4	1549.03	128.1	18	1548.74	99.7	32	1548.36	62.9
5	1548.98	123.3	19	1548.70	96.6	33	1548.34	60.9
6	1548.94	119.6	20	1548.67	93.1	34	1548.32	59.2
7	1548.91	116.9	21	1548.64	89.9	35	1548.31	57.7
8	1548.89	115.1	22	1548.60	86.7	36	1548.29	55.9
9	1548.88	113.7	23	1548.57	83.9	37	1548.27	54.4
10	1548.86	112.0	24	1548.54	81.0	38	1548.26	53.1
11	1548.85	110.7	25	1548.52	78.3	39	1548.24	51.8
12	1548.84	109.6	26	1548.49	75.8	40	1548.23	50.6
13	1548.83	108.4	27	1548.46	73.1			

D2.



그래프에는 평탄부에 가까운 완만한 구간이 있으며, 이는 LDPE의 상태 변화에 해당한다. 전이 온도는 이 구간의 가운데에 해당한다.

$$\boxed{t_0 = 110\ ^\circ\mathrm{C}}$$

E1. λ_B의 전미분은 $\Delta\lambda_B = 2\Delta n_c \Lambda + 2n_c \Delta\Lambda$이다. 문제의 식을 대입하면

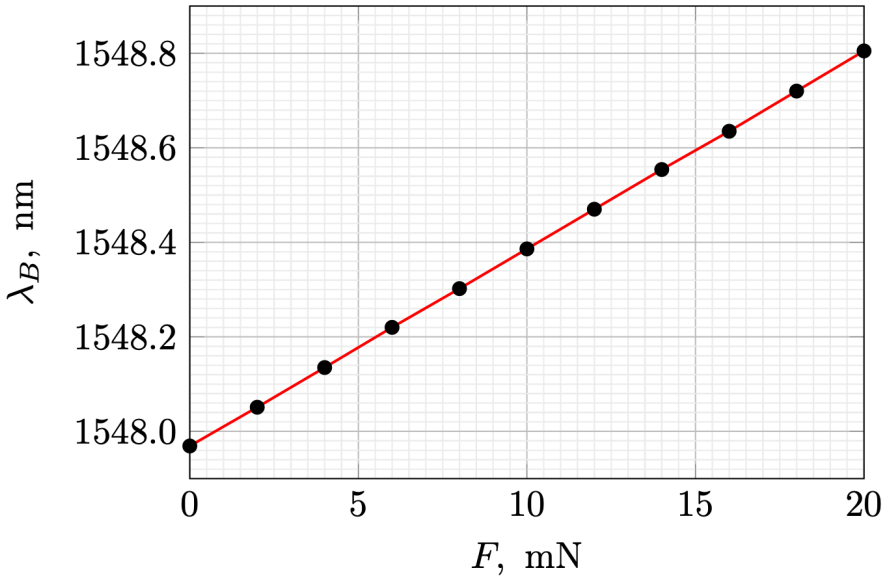
$$\Delta\lambda_B = 2\frac{dn_c}{d\varepsilon}\varepsilon\Lambda + 2n_c\Lambda\varepsilon = \lambda_B\left(1 + \frac{1}{n_c}\frac{dn_c}{d\varepsilon}\right)\varepsilon = \lambda_B\left(1 + \frac{1}{n_c}\frac{dn_c}{d\varepsilon}\right)\frac{F}{ES}.$$

$$\boxed{B = \frac{1}{ES}\left(1 + \frac{1}{n_c}\frac{dn_c}{d\varepsilon}\right)}$$

E2. $F \in [0, 20]$ mN 범위에서 의존성을 측정한다.

F, mN	λ_B, nm	F, mN	λ_B, nm
0	1547.97	12	1548.47
2	1548.05	14	1548.55
4	1548.14	16	1548.64
6	1548.22	18	1548.72
8	1548.30	20	1548.81
10	1548.39		

E3.

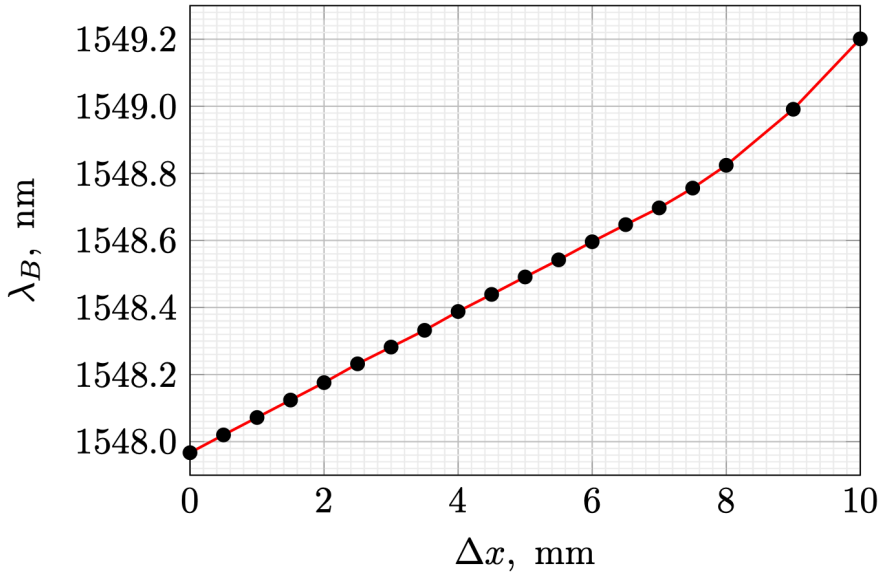


그래프의 기울기는 $k = \lambda_B \cdot B = 41.80$ nm/N이고, 평균 파장은 $\lambda_B \approx 1548.4$ nm이다. 따라서

$$\boxed{B = 2.70 \cdot 10^{-2}\ \text{N}^{-1}}$$

E4. 용수철의 늘어난 길이 Δx에 따른 브래그 공명 파장 λ_B를 측정한다.

Δx, mm	λ_B, nm	Δx, mm	λ_B, nm
0	1547.97	5.0	1548.49
0.5	1548.02	5.5	1548.54
1.0	1548.07	6.0	1548.60
1.5	1548.12	6.5	1548.65
2.0	1548.18	7.0	1548.70
2.5	1548.23	7.5	1548.76
3.0	1548.28	8.0	1548.82
3.5	1548.33	9.0	1548.99
4.0	1548.39	10.0	1549.20
4.5	1548.44		



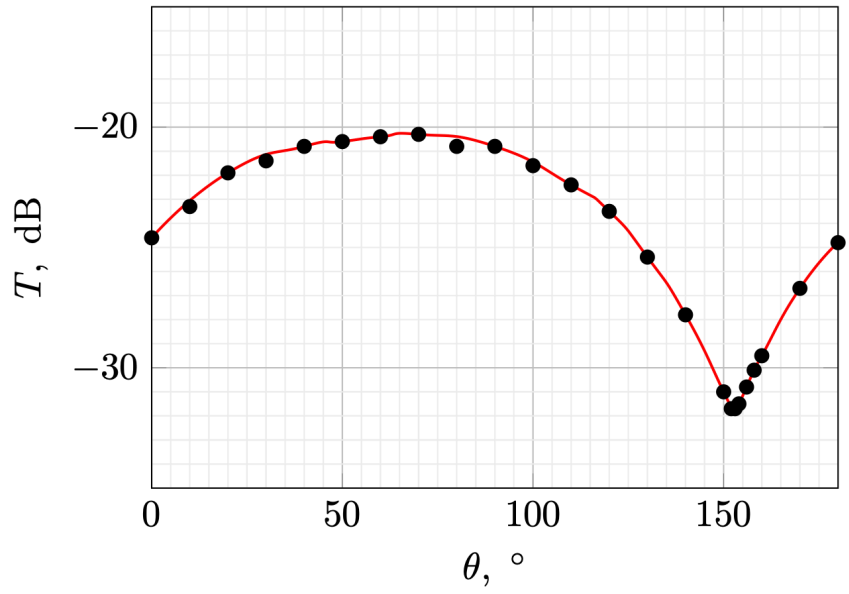
그래프의 선형 구간에서는 용수철에 훅 법칙 $F = k\Delta x$가 성립한다. 선형 부분의 기울기는 $\kappa = 104.46\ \mathrm{nm/m} = 1.0446 \cdot 10^{-7}$이고

$$k = \frac{\kappa}{\lambda_B B} = 2.50\ \mathrm{N/m}.$$

$$\boxed{k = 2.50\ \mathrm{N/m}}$$

F1. 투과 최소의 깊이 T를 각 θ에 따라 측정하고, 뾰족한 극값 부근은 더 촘촘히 조사한다.

θ, °	T, dB	θ, °	T, dB	θ, °	T, dB
0	−24.6	80	−20.8	152	−31.7
10	−23.3	90	−20.8	153	−31.7
20	−21.9	100	−21.6	154	−31.5
30	−21.4	110	−22.4	156	−30.8
40	−20.8	120	−23.5	158	−30.1
50	−20.6	130	−25.4	160	−29.5
60	−20.4	140	−27.8	170	−26.7
70	−20.3	150	−31.0	180	−24.8



격자 안의 광학장은 두 성분, 즉 결함에 평행하게 편광된 성분과 수직으로 편광된 성분으로 나눌 수 있다. SMF 입구에서의 전기장 진폭을 E_0, 편광과 결함 방향 사이의 각을 $\theta - \theta_0$라 하면

$$E_{0,\parallel} = E_0\cos(\theta-\theta_0), \qquad E_{0,\perp} = E_0\sin(\theta-\theta_0).$$

각 성분의 세기는 진폭의 제곱에 비례하므로, 두 성분의 투과 계수를 $T_\parallel, T_\perp$라 하면

$$T = \frac{T_\parallel E_0^2\cos^2(\theta-\theta_0) + T_\perp E_0^2\sin^2(\theta-\theta_0)}{E_0^2} = T_\parallel\cos^2(\theta-\theta_0) + T_\perp\sin^2(\theta-\theta_0).$$

문제에서 $\varkappa_\parallel < \varkappa_\perp$이므로 $T_\perp < T_\parallel$이다. 그래프에서 T의 최솟값은 $\theta = 153^\circ$에서 나타나며, 이는 편광이 결함에 수직인 $T_\perp$에 해당한다. 따라서 $\theta_0 = \theta - 90^\circ$:

$$\boxed{\theta_0 = \theta - 90^\circ = 63^\circ}$$

F2. F1에서 $\theta_0 = 63^\circ$는 결함에 평행한 편광, $\theta = 153^\circ$는 수직인 편광에 해당하며, 이때 $T_\parallel = -20.5$ dB, $T_\perp = -31.7$ dB이다. B2의 식으로부터

$$\varkappa = \frac{1}{L}\cosh^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{T}}\right).$$

$$\boxed{\varkappa_\parallel = 61.0\ \mathrm{m}^{-1}, \qquad \varkappa_\perp = 86.9\ \mathrm{m}^{-1}}$$

이 각들에서 투과 스펙트럼의 최솟값이 구하려는 브래그 공명 파장을 준다:

$$\boxed{\lambda_{B,\parallel} = 1547.95\ \mathrm{nm}, \qquad \lambda_{B,\perp} = 1547.97\ \mathrm{nm}}$$