실험 시험

풀이

제1부.

1. 막대의 운동 법칙을 구해야 한다. 이 실험에서는 막대가 미리 정해 둔 거리, 예를 들어 1 cm마다 지나가는 데 걸리는 시간 간격을 측정하는 것이 좋다. 표 1에 해당 측정 결과를 나타내었고, 그림 1은 같은 의존 관계를 그래프로 보여 준다.

표 1.

x, sm	***t, s***
0	0
1	6,9
2	14,3
3	21,8
4	29,2
5	36,8
6	44,1
7	51,0
8	58,4
9	65,7
10	72,2
11	79,0
12	85,9
13	92,9
14	100,3
15	107,7
16	114,6

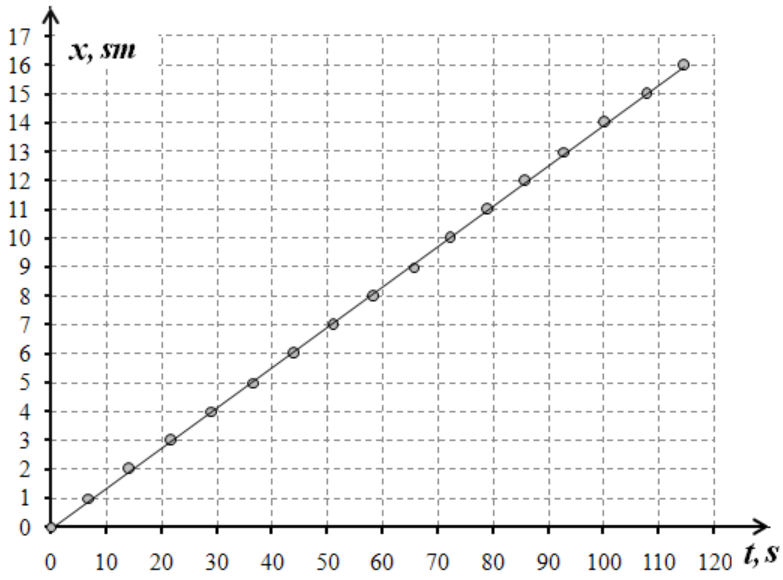


그림 1 막대의 운동 법칙

그림 1의 실험 직선은 매우 정확하게 선형이며, 이는 막대가 실제로 등속 운동을 한다는 것을 증명한다. 막대의 평균 속도를 구하는 가장 정확한 방법은 최소제곱법이다. 그림 1에서 직선의 기울기가 평균 속도를 주며, 이 경우에는 다음과 같다.

$$V = (0{,}140 \pm 0{,}001) sm/s$$

2. 이 부분의 실험에서는 막대의 속도를 여러 번 측정해야 하며, 정확도를 최대로 하려면 막대가 지나가는 정해진 거리가 10 cm보다 커야 한다. 표 2는 지름이 서로 다른 막대에 대하여 시간 간격 ***t***를 측정한 결과와 계산한 속도 ***V***를 나타낸다.

표 2.

d, mm	***x, sm***	***t_1,s***	***t_2,s***	***t_3,s***	***<t>, s***	***Δt, s***	***V, sm/s***	***ΔV, sm/s***
4,0	10	77,5	76,6	81,7	78,60	5,4	**0,13**	0,01
3,5	10	11,7	11,6	12,0	11,76	0,48	**0,85**	0,03
3,0	10	3,4	3,3	3,3	3,35	0,12	**2,99**	0,11
2,5	20	3,3	3,5	3,2	3,33	0,30	**6,01**	0,54

평균 속도는 다음 식으로 계산한다.

$$V = \frac{x}{\langle t \rangle}, \qquad (1)$$

여기서 $\langle t \rangle$는 측정한 시간 간격의 평균이다.

실험 오차는 다음과 같이 어림할 수 있다.

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{\sum(t_i - \langle t \rangle)^2}{n}}, \qquad \Delta V = V\frac{\Delta t}{\langle t \rangle} \qquad (2)$$

그림 2에 이 의존 관계를 나타내었다.

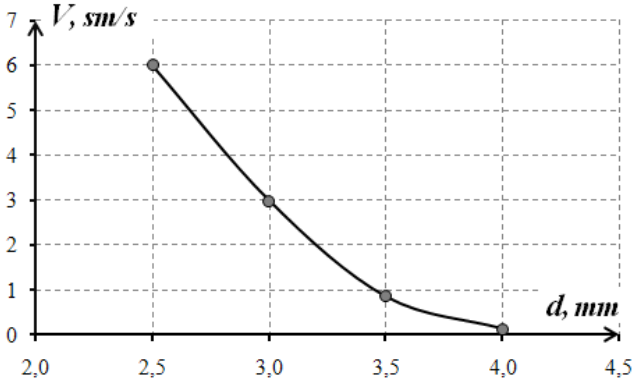


그림 2 막대의 지름에 따른 막대의 속도

3. 실험 문제에 주어진 식이 맞는지 확인하려면, 평균 속도가 시험관과 막대의 지름 차이에 따라 어떻게 달라지는지를 로그 눈금으로 그려야 한다. 이것을 그림 3에 나타내었다.
얻은 선이 직선이라는 것은 선택한 두 양 사이에 거듭제곱 의존 관계가 있음을 뚜렷이 보여 준다. 즉, 실험 문제에 주어진 식 (1)이 맞음을 증명한다. 그림 3의 마지막 점이 직선에서 약간 벗어나는 것은 막대와 시험관 벽 사이의 틈이 크기 때문일 수 있다.

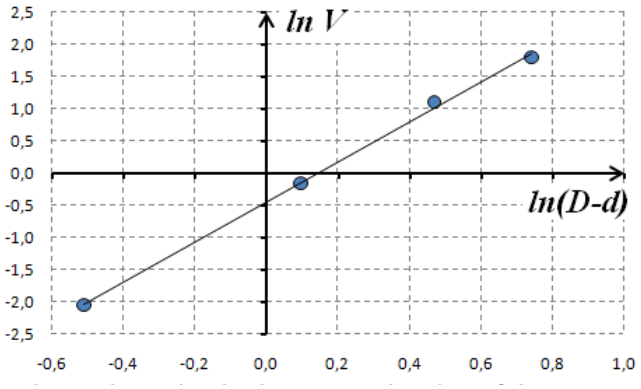


그림 3 틈의 크기에 따른 막대의 속도
(로그-로그 눈금)

4. 식 (1)의 지수는 그림 3에서 직선의 기울기와 수치적으로 같다. 최소제곱법으로 계산하면 다음 값을 얻는다.

$$\gamma = 3{,}11 \pm 0{,}16$$

5. 막대가 가라앉을 때 액체는 막대의 옆면과 시험관 벽 사이로 흘러야 한다(그림 4). 액체의 점성 마찰을 이기려면 막대의 아래 끝과 위 끝 사이에 압력 차 $\Delta P = P_0 - P_1$이 생겨야 한다. 가라앉는 막대에 작용하는 추가적인 힘을 만드는 것이 바로 이 압력 차이다. 또한 막대는 옆면에 작용하는 앞에서 말한 점성 마찰 때문에 느려진다.

시험관 벽이 틈 속의 액체에 작용하는 점성 마찰력은 흐르는 액체의 평균 속도에 비례하고 틈의 크기에 반비례한다고 가정하는 것이 타당하다.

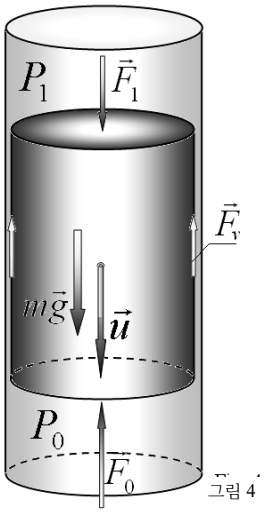


그림 4

$$F_v = \beta \frac{v}{h} \tag{3}$$

액체가 일정하게 흐를 때 이 힘은 압력 차와 평형을 이룬다(틈이 작으므로 틈 속 액체의 무게는 무시할 수 있다).

$$\beta \frac{v}{h} \approx S_1 \Delta P, \tag{4}$$

여기서 $S_1 = 2\pi Rh$는 틈의 단면적이다. 막대는 천천히 움직이므로 점성 마찰을 무시하고 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$mg = S_0 \Delta P, \tag{5}$$

여기서 $S_0 = \pi R^2$은 막대의 단면적이다. 식 (4)–(5)로부터 틈 속 액체의 평균 속도는 다음과 같다.

$$v = \frac{mg}{R\beta} h^2 \tag{6}$$

막대의 속도 u는 틈 속 액체의 평균 속도 v와 $S_0 u = S_1 v$의 관계가 있다. 따라서

$$u = \frac{2h}{R} v \sim h^3. \tag{7}$$

위에서 얻은 결과는 실험 오차 범위 안에서 식 (7)이 맞음을 확인해 준다.

제2부.

1. 이 과제의 실험 방법은 제1부의 같은 과제와 매우 비슷하다. 표 3과 그림 5에 나무 막대에 대한 결과를 나타내었다.

표 3.

x, cm	*t, s*
0	0,0
1	13,1
2	25,6
3	37,0
4	48,8
5	61,3
6	73,9
7	86,1
8	98,2
9	109,6
10	121,7
11	134,0
12	146,0

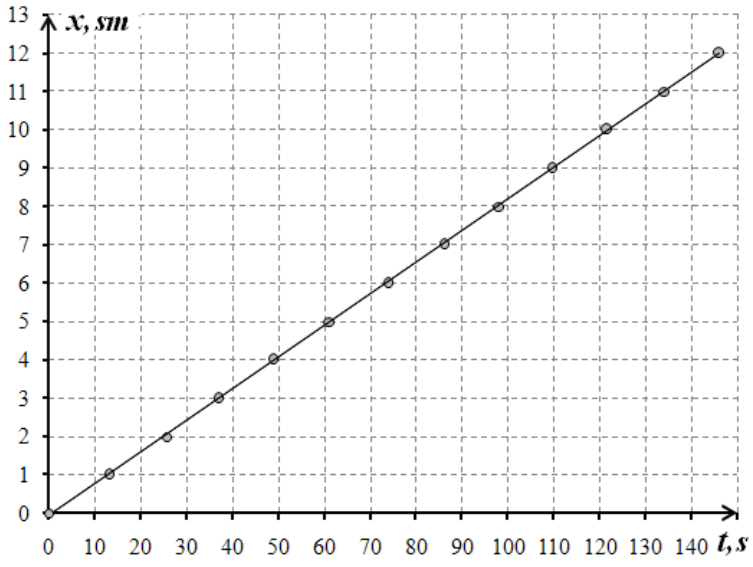


그림 5 나무 막대의 운동 법칙

나무 막대도 등속으로 떠오르며, 표 3으로부터 최소제곱법으로 계산한 평균 속도는 다음과 같다.

$$V = (0{,}0825 \pm 0{,}0004)\ \text{cm/s}$$

2. 속도를 구하려면 나무 막대가 정해진 거리를 지나가는 데 걸리는 시간 간격을 여러 번 측정하면 충분하다. 측정 결과는 실험 오차 범위 안에서 떠오르는 속도가 막대의 길이에 무관하며 다음과 같음을 보여 준다.

$$V = (0{,}08 \pm 0{,}01) sm/s$$

따라서 그래프는 단순히 수평 직선이다.

3. 이 경우 막대들의 지름은 모두 같다. 점성 마찰이 막대의 길이에 비례한다는 것, 즉 $\beta \sim l$임은 분명하다. 질량과 압력 차도 길이 l에 비례한다. 따라서 식 (6)으로부터 흐르는 액체의 속도, 그리고 막대의 속도는 길이에 무관하다.