실험 시험 풀이
자기 상호 작용
제1부. 코일의 자기장과의 상호 작용

1.1. 진동 주기를 측정하려면 적어도 10번 진동하는 데 걸리는 시간을 여러 번 측정해야 한다. 10번 진동하는 시간으로 다음 값을 얻었다.

$t_1 = 25,02s$

$t_2 = 25,06s$.

$t_3 = 24,92s$

이 데이터로부터 주기를 구하면 다음과 같다.

$$T = \frac{\langle t \rangle}{10} = 2,50s .$$

실험 오차는 다음 식으로 구한다.

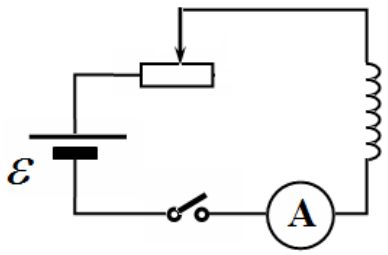
$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{\sum_k \left(t_k - \langle t \rangle\right)^2}{n(n-1)}} = 0,08s ,$$

따라서 주기의 정확도는 $\Delta T = \Delta t/10 = 0,008\,s$이다.

최종적으로 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$T = (2,50 \pm 0,01)s . \qquad (1)$$

1.2. 측정에는 다음 회로를 사용할 수 있다(가변 저항기를 전위차계로 사용해도 된다).



1.3. 표 1은 코일에 흐르는 전류에 따른 진자의 진동 주기를 나타낸 것이고, 그 아래에 해당 그래프가 그려져 있다.

표 1

I, A	T, s	ν^2, s^{-2}	$(\nu^2 - \nu_0^2), s^{-2}$
0,00	2,655	0,142	0,000
0,80	2,062	0,235	0,093
0,37	2,350	0,181	0,039
-0,37	3,083	0,105	-0,037
-0,72	3,724	0,072	-0,070

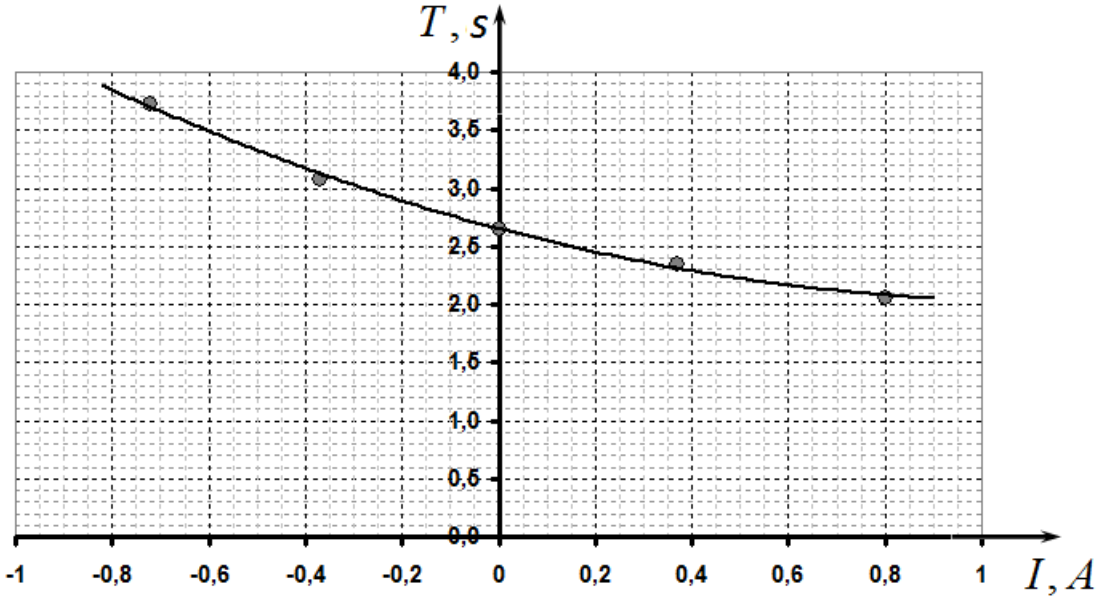


그림 1. 코일에 흐르는 전류에 따른 진자의 진동 주기.

1.4. 진자의 운동을 나타내려면 다음 방정식을 사용해야 한다.

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mga\cdot\varphi - \mu I\varphi\,, \qquad (2)$$

여기서 φ는 진자가 연직선에서 벗어난 각, J는 회전축에 대한 진자의 관성 모멘트, m은 진자의 질량, a는 회전축에서 진자의 질량 중심까지의 거리이고, $\mu I\varphi$는 코일의 자기장 때문에 자화된 구슬에 작용하는 힘의 돌림힘이다. 식 (2)로부터 진동수의 제곱은 다음과 같이 전류의 세기에 선형으로 의존한다.

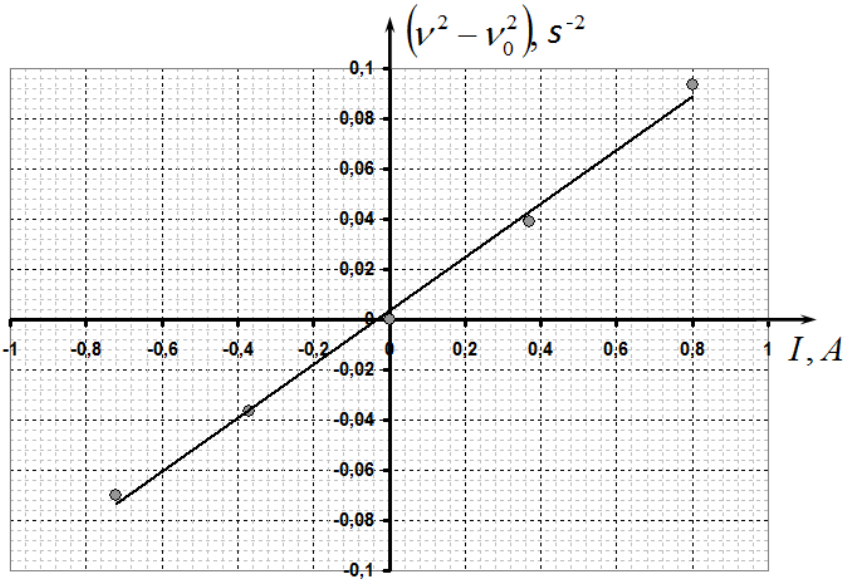
$$\nu^2 = \frac{1}{T^2} = \frac{mga + \mu I}{J}$$

코일의 전류에 대한 진동수의 제곱은 다음과 같이 나타내는 것이 편리하다는 것을 분명히 알 수 있다.

$$\nu^2 - \nu_0^2 = \frac{\mu I}{J},$$

여기서 $\nu_0^2 = \frac{mga}{J}$는 코일에 전류가 흐르지 않을 때 진동수의 제곱이다.

따라서 $(\nu^2 - \nu_0^2)$ 값이 전류의 세기에 선형으로 의존한다는 것은 자기 상호작용의 세기가 코일의 전류에 정비례한다는 주장을 증명한다. 그림은 이에 해당하는 그래프로, 선형성 가정을 확인해 준다.



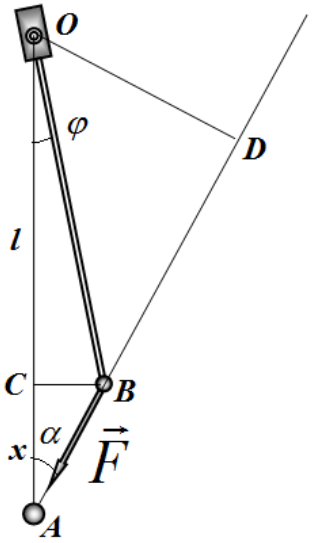
제2부. 점 사이의 상호 작용

2.1.

운동 방정식을 쓰려면 자화된 구슬 사이에 작용하는 상호 작용 힘의 돌림힘을 올바르게 계산해야 한다. 힘이 중심력이므로 팔은 선분 OD이고, 그 길이는 다음과 같다.

$$d = |OD| = (l + x)\cdot\alpha\,,$$

여기서 l은 회전축에서 진자 속 구슬까지의 거리이고, x는 평형 위치에서 두 구슬 사이의 거리이다. 이제부터 각은 작다고 가정한다. 각 α를 진자가 기울어진 각 φ로 나타내야 한다. 이를 위해 다음 관계를 이용할 수 있다.



$$|CB| = l\varphi = x\alpha\,,$$

이로부터 다음을 얻는다.

$$\alpha = \frac{l}{x}\varphi\,.$$

따라서 진자의 운동은 다음 방정식으로 나타난다.

$$J\frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mga\varphi - F\frac{l(l+x)}{x}\varphi\,. \qquad (3)$$

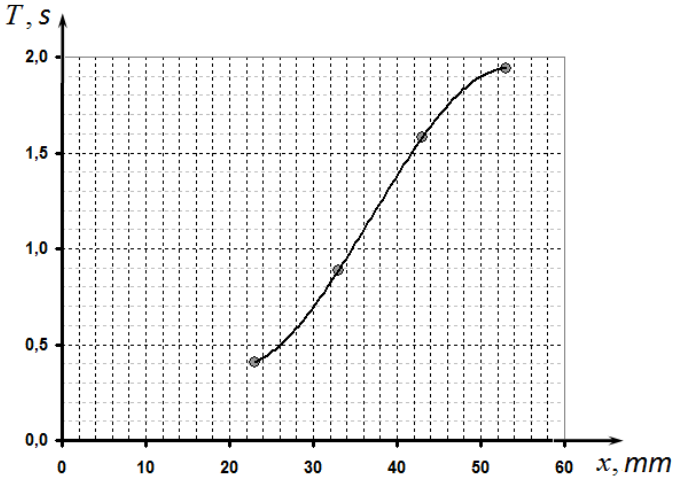
이 방정식으로부터 진동 주기의 식은 다음과 같다.

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{J}{mga + F\dfrac{l(l+x)}{x}}}\,. \qquad (4)$$

2.2. 두 구슬 중심 사이의 여러 거리에서 10번 진동하는 시간을 측정한 결과는 표 2와 같고, 아래 그래프에 나타나 있다.

표 2.

x, mm	t_1,s	t_2,s	t_3,s	T, s
23	4,27	4,09	3,90	0,409
33	8,72	9,03	8,83	0,886
43	15,96	15,73	15,68	1,579
53	19,20	19,64	19,36	1,940



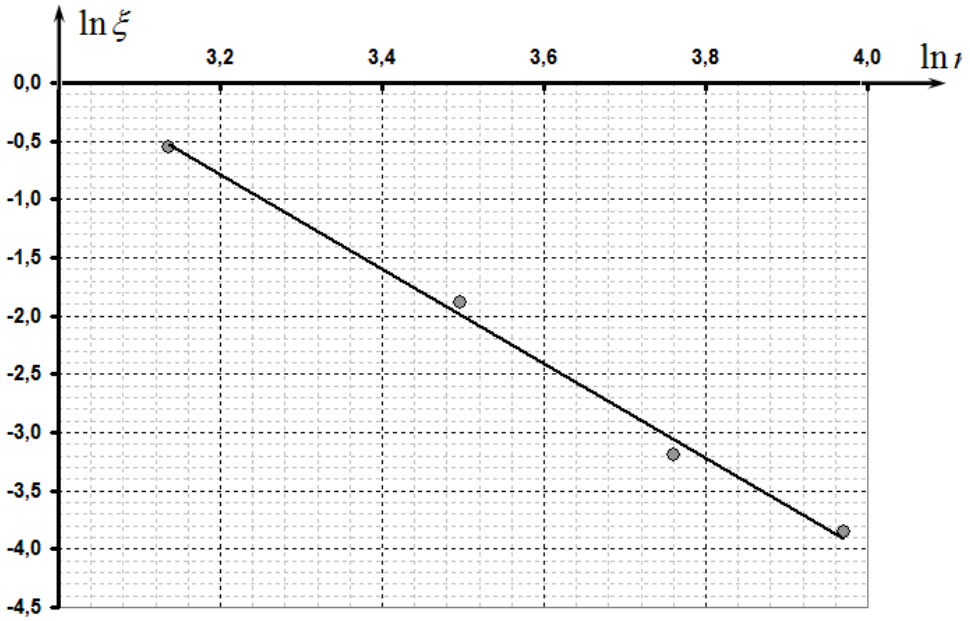
2.3. 지수를 구하려면 상호 작용의 세기를 측정할 수 있는 양으로 나타내야 한다. 진동 주기의 식으로부터 진동수 제곱의 변화는 다음과 같다.

$$\nu^2 - \nu_0^2 = F\frac{l(l+x)}{x}\frac{1}{J}\,,$$

이것은 다음 값이

$$\xi = \left(\nu^2 - \nu_0^2\right)\frac{x}{l+x}$$

자기 상호 작용의 세기 $F = \frac{C}{r^{\gamma}}$에 비례한다는 뜻이다. 지수를 구하려면 거리 ξ에 대한 ξ의 의존성을 로그 눈금으로 그려야 한다. 이 그래프의 기울기가 구하려는 지수이다.

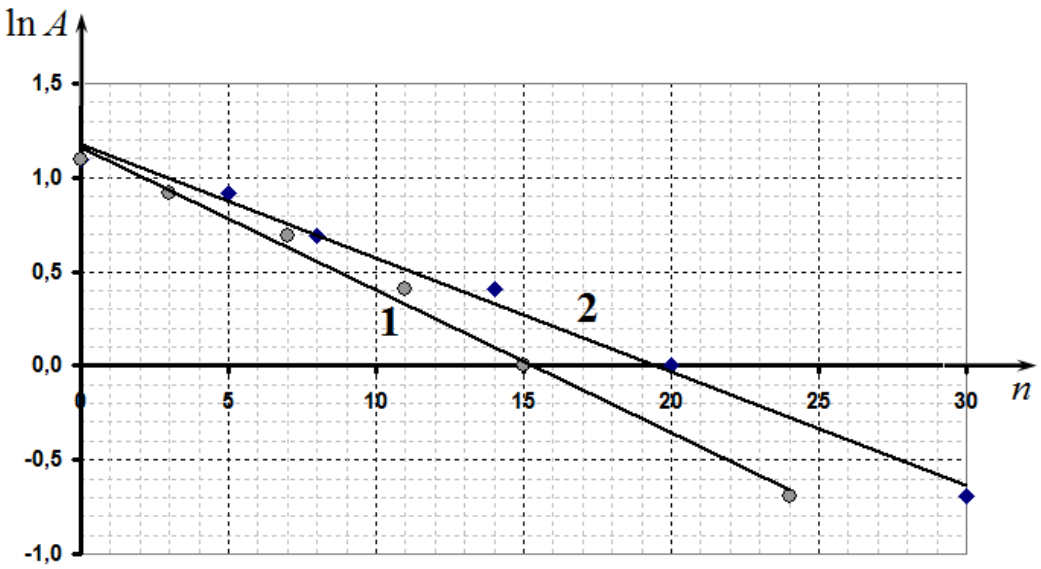


그림은 이에 해당하는 그래프이다. 이 그래프로부터 지수는 $\gamma = 4$이다.

제3부. 자성을 띤 초콜릿

3.1 초콜릿은 진동 주기에는 영향을 주지 않지만, 진동의 감쇠를 크게 증가시킨다. 이것은 포장 은박지에 맴돌이 전류가 생기기 때문이다.

3.2 이를 증명하려면 시간(또는 같은 의미로 진동 횟수)에 따른 진동 진폭의 의존성을 반로그 눈금으로 측정하면 된다.
아래 그래프는 초콜릿이 있을 때(1)와 없을 때(2)의 데이터를 나타낸 것이다. 그래프에서 초콜릿이 있으면 진동의 감쇠가 커진다는 것을 알 수 있다.



채점 기준

№	문제의 부분	부분 합계	배점
1.1	주기의 측정: - 주기가 2초보다 김 - 3번 이상 측정함 - 각 측정에 10주기 이상이 포함됨 - 평균값을 구함 - 우연 오차를 추정함	0,5	 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
1.2	회로도(모든 요소를 직렬로 연결): - 전원 - 코일 - 가변 저항기(두 가지 연결 방법 가능) - 스위치 - 전류계	0,5	 0,1 0,1 0,1 0,1 0,1
1.3	측정(주기를 1-5 s 범위에서 측정한 경우에만 인정) - 전류 값 7개(5개, 3개, 그 이하)에서 측정함 - 전류를 두 방향으로 흘림 - 주기의 변화가 50% 이상(20%, 그 미만) - 5번 이상의 진동을 측정함 그래프 그리기: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 모든 점을 그래프에 나타냄 - 매끄러운 선을 그림	2,0	 1*(0,5; 0,3; 0)* 0,4 0,2 *(0,1;0)* 0,1 0,1 0,1 0,1
1.4	선형화: - 진동수의 제곱이 전류에 선형으로 의존함 - 모든 점을 계산에 포함함 그래프 그리기: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 모든 점을 그래프에 나타냄 - 매끄러운 직선을 그림 타당성에 대한 결론	1,0	 0,4 0,2 0,1 0,1 0,1 0,1
2.1	운동 방정식: - 일반적인 꼴(회전 운동의 동역학) - 중력의 돌림힘 - 자기 상호 작용 힘의 돌림힘 진동 주기의 식	1,0	 0,3 0,2 0,3 0,2
2.2	진동 주기의 측정(주기가 0.3-5 s 범위에 있는 경우에만 인정) - 거리 7개(5개, 3개, 그 이하)에서 측정함 - 주기의 변화가 4배 이상(2배, 그 이하) 그래프 그리기: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 모든 점을 그래프에 나타냄	4,0	 2,5*(1,5; 1,0; 0)* 1,2*(0,5;0)* 0,1 0,1

	- 매끄러운 선을 그림		0,1
2.3	지수의 결정 올바른 선형화를 찾음 선형화한 의존성의 매개변수를 구함 그래프 그리기: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 모든 점을 그래프에 나타냄 - 매끄러운 직선을 그림 기울기가 2에서 6 사이에 있음 지수가 4임을 구함	4,0	 2,0 0,5 0,1 0,1 0,1 *(0,6)* 1,2
3.1	 주기가 일정함 감쇠가 증가함 원인은 초콜릿 바에 생기는 맴돌이 전류임	0,5	 0,2 0,2 0,1
3.2	 진동 횟수에 따른 진폭의 의존성(진폭이 정해진 범위만큼 줄어드는 데 걸리는 진동 횟수를 측정해도 같음) 그래프 그리기: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 모든 점을 그래프에 나타냄 - 매끄러운 선을 그림	1,5	 1,2 0,1 0,1 0,1
	합계	15	