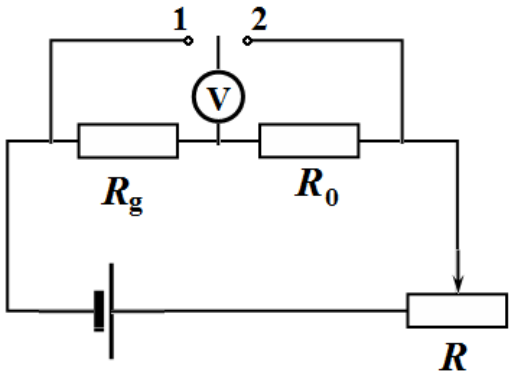
실험 시험 풀이
흑연의 저항 (15점)

제1부. 흑연 막대의 전류-전압 특성

1.1 저항계를 사용하면 미끄럼 접점이 ***b***라는 것을 쉽게 알 수 있다.

1.2.1 흑연 막대의 전류-전압 특성을 측정하려면 그림과 같은 전형적인 회로를 사용할 수 있다. 전압계를 위치 1로 돌리면 흑연 막대에 걸린 전압을 측정하고, 위치 2로 돌리면 저항기 $R_0 = 1{,}0\,Ohm$에 걸린 전압을 측정한다. 전압을 볼트 단위로 측정하면, 저항기에 걸린 전압은 수치상 회로에 흐르는 전류의 세기(암페어 단위)와 같다.



가변 저항기를 전위차계로 연결할 수도 있지만, 이 경우에는 회로에 흐르는 최대 전류가 조금 작아진다.

1.2.2 흑연 막대의 전류-전압 특성을 측정한 결과는 표 1과 같다. 이 표에는 다음 식으로 계산한 일률 값과

$$P = UI \tag{1}$$

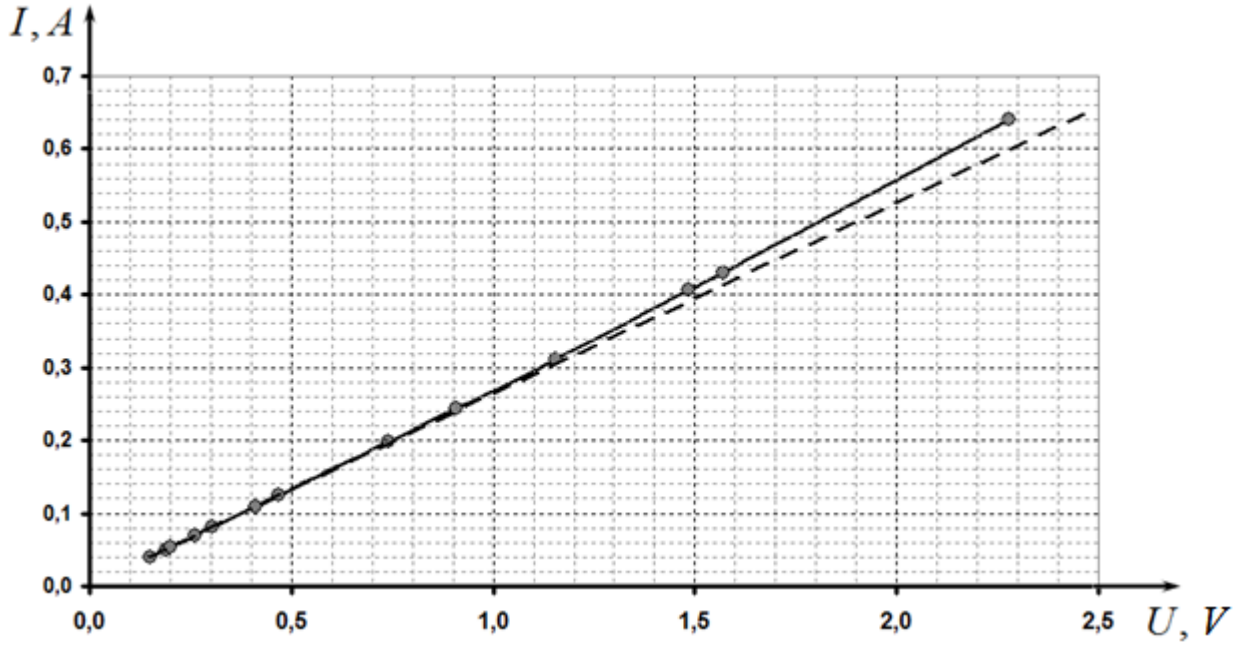
흑연 막대의 저항도 나타나 있다.

$$R = \frac{U}{I}. \tag{2}$$

표 1. 공기 중에서 측정한 결과

U, V	*I, A*		*P, W*	*R, Ohm*
0,150	0,040		0,0060	3,750
0,188	0,050		0,0094	3,760
0,202	0,054		0,0109	3,741
0,261	0,070		0,0183	3,729
0,304	0,081		0,0246	3,753
0,411	0,109		0,0448	3,771
0,470	0,124		0,0583	3,790
0,742	0,199		0,1477	3,729
0,907	0,243		0,2204	3,733
1,155	0,312		0,3604	3,702
1,486	0,406		0,6033	3,660
1,570	0,430		0,6751	3,651
2,280	0,640		1,4592	3,563

1.2.3 흑연 막대의 전류-전압 특성은 아래 그림과 같다.



곡선이 선형 비례 관계에서 위쪽으로 조금 벗어난다는 것을 알 수 있는데, 이것은 온도가 올라가면 흑연의 저항이 줄어들기 때문이다.

이론식의 유도.

정상 상태에서 열평형 조건은 다음과 같다.

$$\frac{U^2}{R_0(1+\alpha\Delta T)} = \beta\Delta T\,. \qquad (3)$$

온도 차에 대한 이차 방정식을 풀면 다음을 얻는다.

$$\frac{U^2}{R_0} = \beta\Delta T(1+\alpha\Delta T) \;\Rightarrow \alpha\beta(\Delta T)^2 + \beta\Delta T - \frac{U^2}{R_0} = 0$$

$$\Delta T = \frac{-\beta \pm \sqrt{\beta^2 + 4\dfrac{U^2}{R_0}\alpha\beta}}{2\alpha\beta}\,. \qquad (4)$$

얻은 데이터로부터 흑연 저항의 온도 계수는 음수이다. 또한 식 (3)의 두 근 가운데 작은 근(+ 부호)을 골라야 한다는 것을 보일 수 있는데, 이 근이 안정한 열평형에 해당하기 때문이다. 따라서 이론적인 의존성은 다음과 같은 꼴이다.

$$I = \frac{U}{R_0(1+\alpha\Delta T)} = \frac{U}{R_0\left(1+\dfrac{-\beta+\sqrt{\beta^2+4\dfrac{U^2}{R_0}\alpha\beta}}{2\beta}\right)} \approx \frac{U}{R_0\left(1+\dfrac{U^2}{R_0}\dfrac{\alpha}{\beta}\right)} \approx \frac{U}{R_0}\left(1-\frac{U^2}{R_0}\frac{\alpha}{\beta}\right)\,. \qquad (5)$$

마지막 두 식은 α가 작을 때 성립하는 근사식이다.

1.2.3 실온에서 흑연 막대의 저항을 더 정확하게 계산하려면, 막대가 거의 가열되지 않는 낮은 전압(0.5 V 미만)의 데이터 점 몇 개만 사용해야 한다. 그런 다음 최소 제곱법으로 기울기를 구해야 하는데, 이 기울기가 막대의 저항과 같다.

얻은 실험 데이터로 계산하면 다음 결과를 얻는다.

$$R_0 = (3,78 \pm 0,03) Ohm .$$

비저항은 다음 식으로 계산한다.

$$R = \rho \frac{4l}{\pi d^2} \quad \Rightarrow \quad \rho = \frac{\pi d^2}{4l} R = \frac{\pi \cdot (1,0 \cdot 10^{-3})^2}{4 \cdot 5,0 \cdot 10^{-2}} 3,78 = 5,93 \cdot 10^{-5} Onm \cdot m$$

여기서 $l = (5,0 \pm 0,2)\, cm$은 두 집게 사이에 있는 막대의 길이이다.

실험 오차는 다음 식으로 계산한다.

$$\Delta\rho = \rho \sqrt{\left(\frac{\Delta R}{R}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta d}{d}\right)^2 + \left(\frac{\Delta l}{l}\right)^2} = 5,93 \cdot 10^{-5} \sqrt{\left(\frac{0,03}{3,78}\right)^2 + \left(2\frac{0,05}{1}\right)^2 + \left(\frac{0,2}{5}\right)^2} = 6 \cdot 10^{-6} Ohm \cdot m$$

최종 결과는 다음과 같다.

$$\rho = (5,9 \pm 0,6) \cdot 10^{-5} Ohm \cdot m \qquad (6)$$

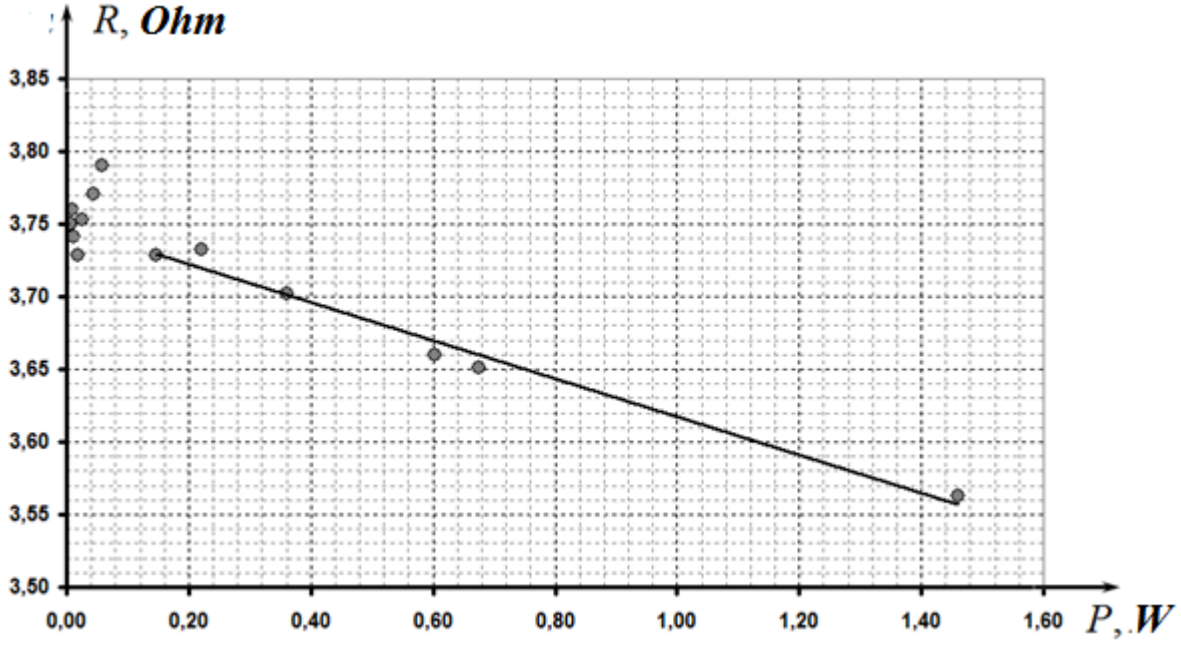
1.2.4 정상 상태에서 전류가 흐를 때 발생하는 일률은 열 손실의 일률과 같다.

$$P = \beta \Delta T \quad \Rightarrow \quad \Delta T = \frac{P}{\beta},$$

따라서 일률에 따른 저항은 다음과 같은 꼴이다.

$$R_g = R_0 (1 + \alpha \Delta T) = R_0 (1 + \frac{\alpha}{\beta} P)). \qquad (7)$$

1.2.5 소모된 일률에 따른 저항은 그림과 같다.



1.2.6 이 의존성은 일률이 $0,2\, W$보다 클 때 선형이다.

최소 제곱법으로 계산한 이 의존성 $R = aP + b$의 계수는

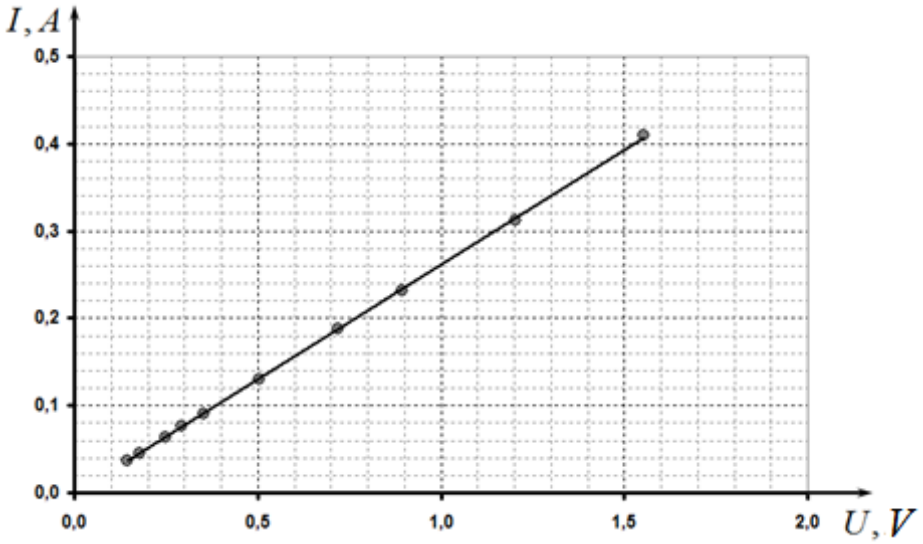
$a = 0,13 \frac{Ohm}{W}$, $b = 3,75 Ohm$, 이고, 따라서 식 (3)의 계수는 다음과 같다.

$$\gamma = \frac{a}{b} = 0,035 W^{-1}.$$

1.3.1 눈 속에 놓인 막대의 전류-전압 특성을 측정한 결과는 표 2와 같고, 해당 그래프는 아래 그림과 같다.

표 2

U, V	*I, A*
0,144	0,037
0,177	0,045
0,248	0,064
0,292	0,076
0,354	0,091
0,504	0,130
0,721	0,188
0,895	0,232
1,205	0,312
1,554	0,409



이 경우에도 일률이 커지면서 약한 비선형성이 나타난다. 따라서 0 °C에서의 저항을 계산할 때는 저항이 작은 처음 몇 개의 점만 사용해야 한다. 처음 다섯 점으로 계산하면 다음 값을 얻는다.

$$R_g = (3,88 \pm 0,03) Ohm.$$

이 값은 식 $R_g = R_0(1 + \alpha \Delta T)$를 따라야 하므로, 저항의 온도 계수는 다음과 같이 계산할 수 있다.

$$\alpha = \frac{1}{\Delta T}\left(\frac{R_g}{R_0} - 1)\right) = -\frac{1}{20°}\left(\frac{3,88}{3,78} - 1\right) = -1,3 \cdot 10^{-3} K^{-1}.$$

실험 오차는 주로 저항의 측정 오차로 정해지므로, 다음 식으로 구할 수 있다.

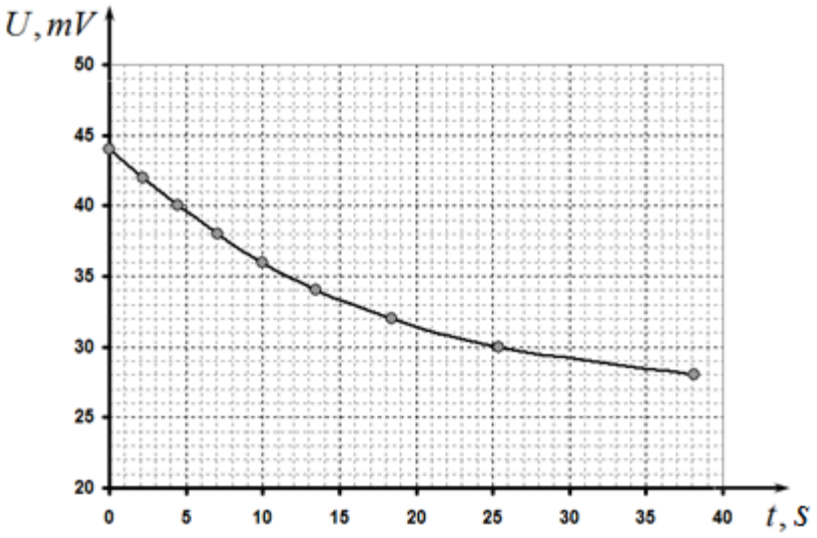
$$\Delta\alpha = \sqrt{\left(\frac{\Delta R_g}{\Delta T \cdot R_0}\right)^2 + \left(\frac{R_g \Delta R_0}{\Delta T \cdot R_0^2}\right)^2} \approx 6 \cdot 10^{-4} K^{-1}..$$

제2부. 흑연 막대의 냉각

2.1 정해진 전압에 이르는 데 걸리는 시간을 측정한 결과는 표 3과 같고, 해당 그래프는 아래 그림과 같다.

표 3

U, mV	*t, s*	$\ln(U - \overline{U})$
44	0,00	3,045
42	2,22	2,944
40	4,45	2,833
38	7,03	2,708
36	9,99	2,565
34	13,50	2,398
32	18,42	2,197
30	25,38	1,946
28	38,14	1,609



전압계의 전압은 측정한 전압 변화에 비례하고, 저항 변화는 온도 변화에 비례하므로, 측정한 의존성은 중요하지 않은 상수 인자를 제외하면 시간에 따른 온도의 의존성과 같다.

다음 방정식의

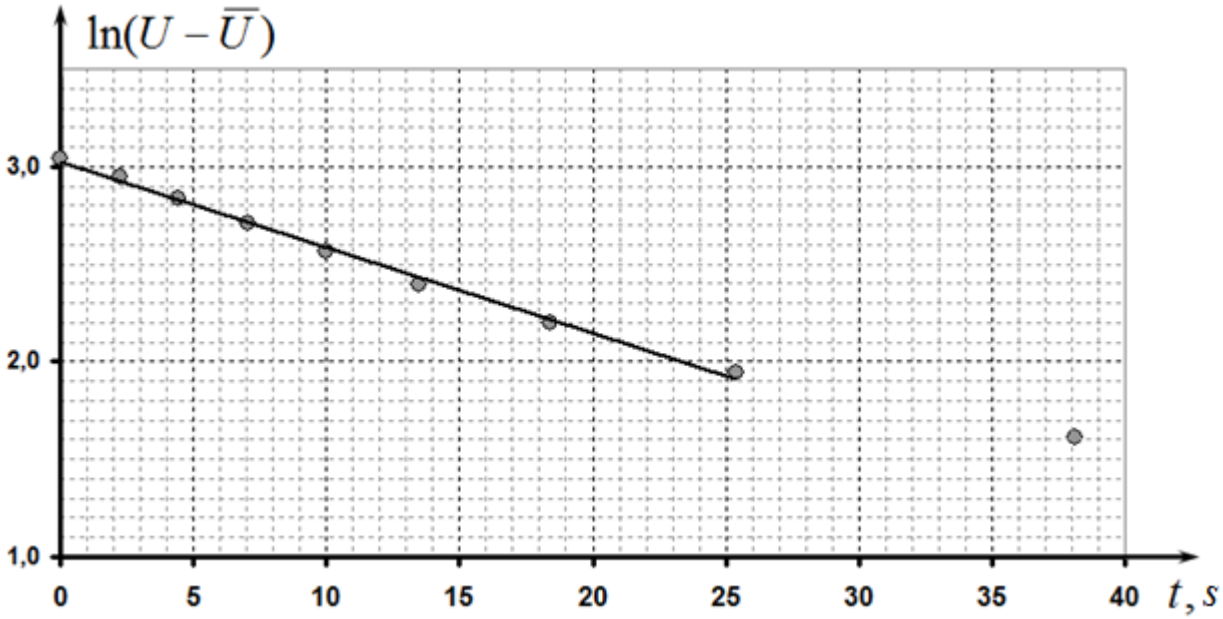
$$\frac{\Delta T}{\Delta t} = -\frac{1}{\tau}\left(T - \bar{T}\right)$$

해는 다음 지수 함수이다.

$$\left(T - \bar{T}\right) = \left(T - \bar{T}\right)_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right). \qquad (8)$$

특성 냉각 시간을 구하려면, 얻은 의존성을 반로그 눈금으로, 즉 시간에 대한 $\ln(U - \bar{U})$로 그려야 한다. 수치 계산을 하려면 정상 상태의 전압 값(몇 분 기다린 뒤에 도달하는 값)을 측정해야 한다. 표 3에는 로그를 계산한 결과가 나타나 있다.

다음 그림은 반로그 눈금으로 그린 그래프이다.



거의 선형인 이 의존성의 기울기는 $a = -0{,}044\ s^{-1}$이다.

따라서 열평형의 특성 시간은 $\tau = -\frac{1}{a} \approx 23\ s$이다.

채점 기준

№	내용	배점
1.1	미끄럼 접점은 ***b***	**0,2**
1.2.1	회로: - 저항기와 흑연 막대를 직렬로 연결함 - 저항기와 흑연 막대에 걸린 전압을 측정함 - 전체 전류를 바꿀 수 있음(가변 저항기를 직렬로 연결하거나 전압 분할기로 연결) - 전원을 올바르게 연결함	**0,5** 0,2 0,1 0,1 0,1
1.2.2	풀이의 표와의 차이가 50% 미만일 때만 채점함 측정: - 10개 이상의 점(*7-9개; 5-6개; 5개 미만*) - 최소 전압이 0,2 V 미만 - 최대 전압이 2 V 초과 - 선형 의존성에서 위쪽으로 벗어남 그래프: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 점과 그래프의 점이 일치함 - 매끄러운 선을 그림 이론식(열평형 방정식, 온도에 대한 이차 방정식, 작은 근의 선택, 옴의 법칙에 대입)	**3,0** 1,5(*0,8; 0,5;0*) 0,2 0,2 0,3 0,1 0,2 0,1 0,4
1.2.3	막대의 저항을 계산함: - 0,3 V 이하의 전압만 사용함 - 정해진 범위의 모든 점을 계산에 사용함(5개 이상) (*2개의 점으로, 1개의 점으로*) - 계산한 저항 값이 3,5-4,5 Ohm 범위에 있음 (*3,0 – 5,0 Ohm*) 막대의 길이를 측정함(5 cm 이하) ρ에 대한 식 ρ를 계산함: ±20% (±50%) 범위 안에 있음 오차를 추정함(방법은 무관)	**1,1** 0,2 0,2 (*0,1; 0,05*) 0,1 (*0,05*) 0,1 0,1 0,3 (*0,1*) 0,1
1.2.4	열평형 방정식 $R(\Delta T)$에 대한 식	**0,2** 0,1 0,1
1.2.5	일률에 대한 식 저항에 대한 식 모든 점에 대한 계산 그래프: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 점과 그래프의 점이 일치함 - 매끄러운 선을 그림	**0,7** 0,05 0,05 0,2 0,1 0,2 0,1
1.2.6	일률이 0,2 W보다 큰 선형 범위를 제시함 모든 점으로 기울기를 계산함(2개의 점으로) 계산식 - 수치가 0,025-0,045 W^{-1} 범위에 있음 (*0,01 – 0,06*)	**0,5** 0,1 0,2 (*0,1*) 0,2 (*0,1*)

1.3.1	풀이의 표와의 차이가 50% 미만일 때만 채점함 측정: - 10개 이상의 점(*7-9개; 5-6개; 5개 미만*) - 최소 전압이 0,2 V 미만 - 최대 전압이 1,5 V 초과 - 거의 선형인 의존성을 얻음 - 선형 의존성에서 위쪽으로 조금 벗어남 그래프: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 점과 그래프의 점이 일치함 - 매끄러운 선을 그림	**2,6** 1,5 (*0,8; 0,5*) 0,2 0,2 0,1 0,2 0,1 0,2 0,1
1.3.2	눈의 온도에서의 저항을 계산함: - 전압이 0,5 V 미만인 점만 사용함 - 모든 점으로 계산함(2개의 점으로, 1개의 점으로) - 수치가 3,5-4,5 Ohm 범위에 있음 (*3,0 – 5,0 Ohm*) - 저항이 실온에서보다 큼 - 저항의 온도 계수에 대한 식 - 음의 값 - 수치가 ±50% (±75%) 범위 안에 있음 - 오차를 추정함 - 오차가 50%보다 큼	**1,2** 0,2 0,2 (*0,1, 0,05*) 0,1 (*0,05*) 0,1 0,1 0,1 0,2(*0,1*) 0,1 0,1
2.1	풀이의 표와의 차이가 50% 미만일 때만 채점함 측정: - 7개 이상의 점(*5-6개; 5개 미만*) - 아래로 볼록한 감소 의존성 전압의 범위가 1,5배보다 큼 - 전압의 극한값이 있음	**3** 2 (*1,5; 1*) 0,3 0,3 0,4
2.2	그래프: - 축에 이름과 눈금을 표시함 - 표의 점과 그래프의 점이 일치함 - 매끄러운 선을 그림	**0,4** 0,1 0,2 0,1
2.3	열평형 시간의 결정: - 그래프로(정상 상태 값으로 다가가는 기울기) - 1-2개의 점으로 - 반로그 선형화를 적용함 - 수치가 20-30 s 범위에 있음(*15-40 s, 10-45 s*)	**1,6** *0,5* *0,2* 1,0 0,6 (*0,4; 0,2*)