실험 시험 문제 풀이

아르키메데스의 법칙 (15.0점)

1부. 장치의 매개변수

1.1 모눈종이 띠를 시험관에 감는다. 띠에 표시를 한 다음 띠를 풀어, 1, 2, 3, 4바퀴의 길이를 다음과 같이 얻는다.

$l_1 = 63mm$

$l_2 = 127mm$

$l_3 = 191mm$

$l_4 = 255mm$

이 데이터로부터 구한 한 바퀴의 길이는 $\langle l \rangle = (64{,}0 \pm 0.3)mm$이다.

그러면 지름은 식 $D = \dfrac{\langle l \rangle}{\pi} = 20{,}372\,mm$으로 계산되고, 기기 오차는

$\Delta D = D\dfrac{\Delta l}{\langle l \rangle} = 0{,}1mm$로 구해지며, 최종 결과는 다음과 같이 쓴다.

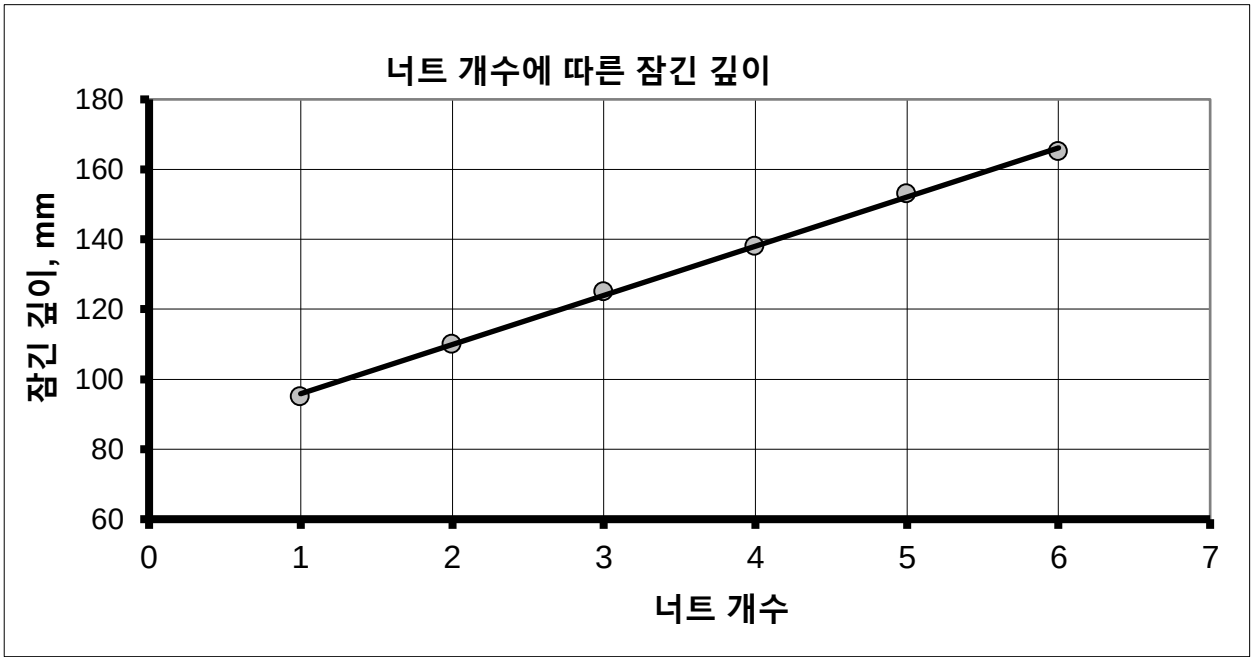
$$D = (20{,}4 \pm 0.1)mm.$$

1.2 시험관의 길이는 $L = (175 \pm 1)mm$로 얻어진다.

1.3.1 – 1.3.2 . 시험관에 넣은 너트의 개수에 따른 시험관의 잠긴 깊이를 표 1에 나타내었다. 먼저 시험관 중 수면 위로 나온 부분의 길이 x를 잰다. 그다음 잠긴 깊이를 식 $h = L - x$로 계산한다.

표 1

너트 개수	x, mm	h, mm
1	80	95
2	65	110
3	50	125
4	37	138
5	22	153
6	10	165



얻은 관계는 선형이며 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$h = an + b. \tag{1}$$

최소 제곱법으로 계산한 매개변수는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a &= (14{,}1 \pm 0{,}5)mm \\ b &= (81{,}8 \pm 1{,}8)mm \end{aligned}. \tag{2}$$

1.3.3 얻은 관계에 대한 이론식은 다음 평형 조건으로부터 나온다.

$$(M + mn)g = \rho Shd \quad \Rightarrow \quad h = \frac{M + mn}{\rho S}. \tag{3}$$

여기서 $S = \frac{\pi D^2}{4}$는 시험관의 단면적이다.

식 (3)과 (1)을 비교하면 다음을 얻는다.

$$a = \frac{m}{\rho S} \quad \Rightarrow \quad m = \rho Sa\,. \tag{4}$$

수치를 계산하면 다음 결과를 얻는다.

$$m = \rho \frac{\pi D^2}{4} a = 4{,}58 \cdot 10^{-3} kg = 4{,}58\ g. \tag{5}$$

너트 질량을 측정할 때의 기기 오차는 다음 식으로 계산한다.

$$\Delta m = m\sqrt{\left(\frac{\Delta a}{a}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta D}{D}\right)^2} = 1{,}6 \cdot 10^{-4} kg. \tag{6}$$

너트의 최종 질량은 다음과 같이 쓴다.

$$m = (4{,}58 \pm 0{,}16)\ g. \tag{7}$$

시험관의 질량은 다음 식으로 계산한다.

$$b = \frac{M}{\rho S} \quad \Rightarrow \quad M = \rho Sb = \rho \frac{\pi D^2}{4} b = 2{,}67 \cdot 10^{-2} kg = 26{,}7g.$$

시험관 질량의 계산 오차는 다음과 같이 구한다.

$$\Delta M = M\sqrt{\left(\frac{\Delta b}{b}\right)^2 + \left(2\frac{\Delta D}{D}\right)^2} = 0{,}6g.. \tag{8}$$

이후의 계산을 간단히 하기 위해, 선형 관계 (2)의 매개변수의 비가 시험관과 너트의 질량비와 같다는 것에 주목하자.

$$n^* = \frac{M}{m} = \frac{b}{a} = 5{,}82\,. \tag{9}$$

2부. 시험관의 진동

2.1 계산을 간단히 하기 위해, 진동 주기의 식을 다음 꼴로 다시 쓸 수 있다.

$$T_n = 2\pi\sqrt{\frac{h_0}{g}} = 2\pi\sqrt{\frac{an + b}{g}}\,. \tag{10}$$

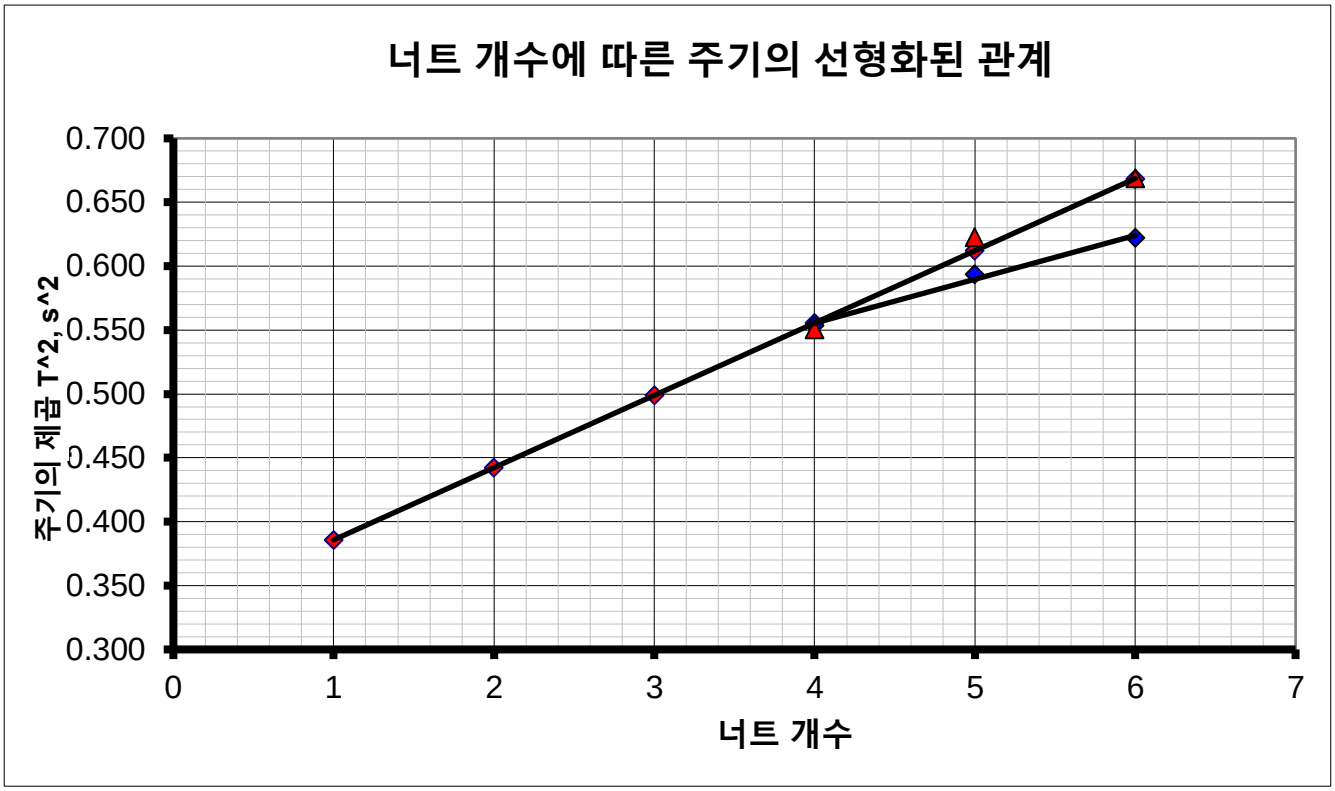
이 관계를 선형화하려면 너트 개수 n에 따른 주기의 제곱 $T^2(n)$의 관계를 그래프로 그려 분석해야 한다. 결과를 표 2에 정리하였다.

표 2.

너트 개수	T, s	T^2, s^2
1	0,680	0,463
2	0,717	0,514
3	0,752	0,565

4	0,785	0,617
5	0,817	0,668
6	0,848	0,720

$T^2(n)$ 관계의 그래프를 아래 그림에 나타내었다.



2.2 측정 결과들 표에 나타내었다.
주기를 측정할 때의 우연 오차는 다음 식으로 어림한다.

$$\Delta t = 2\sqrt{\frac{\sum_k \left(t_k - \langle t\rangle\right)^2}{N(N-1)}} \quad ; \qquad \Delta T = \frac{\Delta t}{k}. \tag{11}$$

여기서 t는 k번 진동하는 데 걸린 시간이고(이 경우 각각 $k = 5$와 $k = 3$), $N = 10$은 측정 횟수이다.

표 3. 넓은 그릇에서의 진동

너트 개수	진동 횟수 k	시간 t,s	주기 T, s	평균 주기 $\langle T\rangle$, s	주기의 오차 ΔT	주기의 제곱 T^2, s^2
4	5	3,74	0,748	0,744	0,009	0,554
	5	3,64	0,728			
	5	3,77	0,754			
	5	3,71	0,742			
	5	3,74	0,748			
5	5	3,93	0,786	0,770	0,010	0,594
	5	3,81	0,762			
	5	3,89	0,778			
	5	3,83	0,766			
	5	3,80	0,760			

6	5	3,93	0,786	0,789	0,010	0,622
	5	3,93	0,786			
	5	4,04	0,808			
	5	3,93	0,786			
	5	3,89	0,778			

표 3. 비커에서의 진동

너트 개수	진동 횟수 k	시간 t,s	주기 T, s	평균 주기 $\langle T \rangle$, s	주기의 오차 ΔT	주기의 제곱 T^2, s^2
4	3	2,21	0,74	0,742	0,014	0,551
	3	2,25	0,75			
	3	2,27	0,76			
	3	2,20	0,73			
	3	2,20	0,73			
5	3	2,38	0,79	0,789	0,015	0,623
	3	2,37	0,79			
	3	2,34	0,78			
	3	2,42	0,81			
	3	2,33	0,78			
6	2	1,61	0,81	0,818	0,036	0,669
	2	1,59	0,80			
	2	1,66	0,83			
	2	1,63	0,82			
	2	1,69	0,85			

2.4 실험 데이터와 이론 계산 사이의 차이를 설명할 수 있는 원인은 무엇인가?

표 4

번호	가능한 원인	«예»	«아니요»
1	측정 오차	X	
2	진동의 감쇠		X
3	움직이는 시험관이 물을 끌고 가서 시험관의 유효 질량이 늘어남		X
4	시험관이 움직일 때 시험관 아래의 압력이 정수압과 달라짐	X	
5	표면 장력		X

설명:
1. 물론 오차는 어떤 결과에나 영향을 준다.
2.3 이 원인들은 주기를 줄이는 것이 아니라 늘려야 한다.
4. 주기를 줄이는 주된 원인으로 보인다.
5. 힘이 너무 작다.

채점 기준

1부. 장치의 매개변수

번호	기준	총점	배점
1.1	**지름 측정**	**0,9**	
	- 측정 방법의 그림: - 시험관에 띠를 감음 (2–3바퀴; *1바퀴*); - *모눈종이 위에서 시험관을 굴림;* - *지름을 직접 잼;*		 0,2 (*0,1*) (*0,1*) (*0,1*)
	측정 결과: - 둘레가 63–66 mm 범위에 있음 (*61–68 mm, 범위 밖*)		 0,2 *(0,1; 0)*
	지름의 계산: - 식: - 수치 (앞부분과 일치함)		 0,1 0,2 *(0,1; 0)*
	기기 오차 0,25–0,35 mm (*그보다 큼*)		0,1 *(0)*
	결과를 올바르게 반올림함*		0,1
1.2	**시험관 길이의 측정**	**0,3**	
	- 길이가 170–180 mm 범위에 있음 (*범위 밖*) - 기기 오차 1 mm (*그 밖의 값*)		0,1 *(0)* 0,1 *(0)*
	결과를 올바르게 반올림함*		0,1
1.3.1	**잠긴 깊이의 측정 결과**	**1,8**	
	결과와 표의 값의 차이가 ±2 mm 이내 (*±4 mm, 그보다 큼*)		1,2 *(0,6; 0)*
	점의 개수* 6 (*3, 그보다 적음*)		0,6 *(0,3, 0)*
1.3.2	**그래프를 그리고 관계의 매개변수를 계산함** (1.3.1에 점수를 받았을 때에만 채점한다)	**1,0**	
	- 축의 이름과 눈금을 표시함; - 표에 맞게 점을 그림		0,1 0,2
	관계의 매개변수: - 관계의 꼴이 일차 함수임 - 매개변수의 계산; - 매개변수의 오차;		 0,1 2x0.2 2x0,2
1.3.3	**너트와 시험관의 질량 계산:** (1.3.1에 점수를 받았을 때에만 채점한다)	**2,0**	
	- 이론적 관계의 식		0,4
	- 선형 관계의 매개변수로 질량을 계산하는 식;		2x0,2
	- 너트 질량의 계산: 표의 값과 10% 이내 (20%, 그보다 큼)		0,4 *(0,2, 0)*
	- 너트 질량의 오차: 기울기와 지름의 오차를 고려함 (*한 가지만 고려함*)		0,2 *(0,1)*
	- 시험관 질량의 계산: 표의 값과 10% 이내 (20%, 그보다 큼)		0,4 *(0,2, 0)*
	- 시험관 질량의 오차: 절편과 지름의 오차: 절편의 오차와 지름의 오차를 고려함 (*한 가지만 고려함*)		0,2 *(0,1)*

* - 측정에 점수를 받았을 때에만 채점한다.

2부. 시험관의 진동

번호	기준	총점	배점
2.1	**이론적 관계**	**1,2**	
	- 측정한 매개변수로 나타낸 주기 $T(n)$의 식		0,2
	- 주기를 계산함		6x0,1
	- 선형화 $T^2(n)$ *(그 밖의 방법)*		0,1(0)
	그래프 그리기: - 축의 이름과 눈금을 표시함; - 표에 맞게 점을 그림;		 0,1 0,2
2.2	주기의 오차를 어림하는 식: - 측정 횟수가 늘어날수록 우연 오차가 줄어듦; *- 평균값에서 벗어난 편차의 절댓값;*		 0,2 *(0,1)*
	넓은 그릇에서의 진동	**3,0**	
	결과가 ±20% 범위 안에 있음 (±30%, 그보다 큼)		3x0,3 (0,2; 0)
	7번보다 많이 측정함 (4번보다 많음, 그보다 적음)*		3x0,3 (0.2; 0)
	주기를 계산함*		3x0,1
	오차를 계산함*		3x0,1
	표에 맞게 점을 그림 *		0.2
	그래프에 오차를 나타냄*		0,2
	진동 주기가 이론값보다 작게 나옴 (0,1 s보다 더 작음)*		0,2
	비커에서의 진동	**3,3**	
	측정 결과가 ±20% 범위 안에 있음 (±30%, 그보다 큼)		3x0,3 (0,2; 0)
	7번보다 많이 측정함 (4번보다 많음, 그보다 적음)*		3x0,3 (0.2; 0)
	주기를 계산함*		3x0,1
	오차를 계산함*		3x0,1
	표에 맞게 점을 그림 *		0.2
	그래프에 오차를 나타냄*		0,2
	진동 주기가 이론값에 가까움 (차이가 0,2 s 이하)*		0,3
	서로 다른 그릇에서 진동 주기가 비슷함 (차이가 0.2 s 이하) *		0,2
2.4	가능한 원인	**1,5**	
	- 맞힌 답 하나마다		5x0,3
	합계	**15**	

* - 측정에 점수를 받았을 때에만 채점한다.