2022년 2월 17일

먼저 이것을 읽으시오:

1. 실험 시험 시간은 4시간이다. 문제는 두 개이다.
2. 수치 계산에는 자신의 계산기를 사용할 수 있다.
3. ***답안용지***(Writing sheet)와 여분의 흰 종이가 제공된다. 여분의 종이는 풀이의 초안을 쓰는 데 사용할 수 있지만, 채점하지 않는다. 최종 풀이는 ***답안용지***에 써야 한다. 글은 되도록 적게 쓰시오. 주로 식, 수치, 그림, 그래프를 사용하시오.

4. ***답안용지***의 앞면만 사용하시오**.** 테두리 안쪽에만 쓰시오.
5. 문제마다 새 ***답안용지***에서 풀이를 시작하시오.
6. 그래프는 모눈종이가 있는 ***답안용지***에 그려야 한다. 모든 그림은 연필이 아니라 펜으로 그려야 한다!

7. 각 ***답안용지*** 위쪽의 칸에 국가(**Country**), 학생 코드(**Student Code**), 문제 번호(**Question Number**), 각 ***답안용지***의 일련번호(**Page Number**), 사용한 ***답안용지***의 총 매수(**Total Number of Pages**)를 적으시오. 채점받고 싶지 않은 메모에 빈 ***답안용지***를 사용했다면, 그 용지 전체에 큰 X 표시를 하고 번호를 매길 때 포함하지 마시오.

건조 마찰

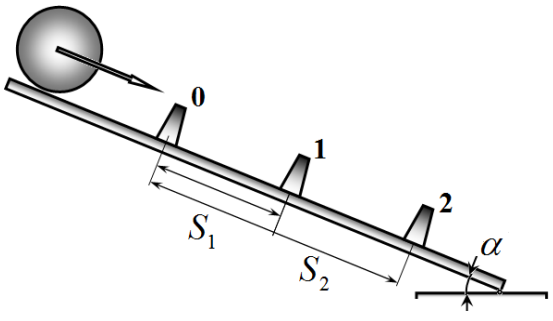
실험 1: 미끄럼 마찰

미끄럼 마찰 계수를 측정하기 위하여, 꽉 찬 균일한 원기둥이 빗면을 따라 굴러 내려가는 운동을 빗면이 수평과 이루는 여러 경사각에서 조사한다. 미끄럼 마찰력은 잘 알려진 쿨롱–아몽통 법칙으로 나타난다고 가정한다.

$$F = \mu_s N\,, \tag{1}$$

여기서 N은 수직 항력이고, μ_s는 미끄럼 마찰 계수이다.

실험 장치는 넓고 평평한 강철판으로, 판이 수평과 이루는 경사각을 마음대로 바꿀 수 있다. 판의 경사각을 맞추는 오차는 $\Delta\alpha = 0.2^\circ$이다.



꽉 찬 균일한 강철 원기둥은 축이 늘 수평을 유지한 채 판 위를 굴러 내려갈 수 있다. 가속도를 측정하기 위하여 판에 광 센서 세 개(0, 1, 2)를 고정한다. 각 센서는 광원과 광검출기로 이루어지며, 이들은 똑같은 받침대에 설치되어 있다. 꽉 찬 균일한 원기둥을 판 위에 놓고 놓아준다. 원기둥은 이 받침대들 사이로 내려가면서 빛살을 가리며, 빛이 끊기는 순간 전자 스톱워치(그림에는 나타내지 않음)를 제어하는 전기 펄스가 생긴다. 원기둥이 센서 0을 지나면 스톱워치가 작동하기 시작하고, 원기둥이 센서 1과 2를 지날 때 그 통과 시각이 기록된다.

따라서 실험에서는 다음 시간 간격을 측정한다.

t_1 – 원기둥이 센서 0에서 센서 1까지 움직이는 시간 간격;

t_2 – 원기둥이 센서 0에서 센서 2까지 움직이는 시간 간격.

이 시간 간격은 유효 숫자 4자리로 기록된다. 시간 간격 t_1과 t_2를 측정하는 기기 오차는 $\Delta t = 2 \cdot 10^{-4}$ s이다.

센서 사이의 거리는 다음과 같이 측정되었다.

센서 0에서 센서 1까지 $S_1 = (50.0 \pm 0.2)$ cm;

센서 0에서 센서 2까지 $S_2 = (100.0 \pm 0.2)$ cm.

수치 계산을 할 때 자유 낙하 가속도는 $g = 9.81\ \mathrm{m/s^2}$로 하여라.

판의 여러 경사각에 대하여 시간 간격 t_1과 t_2를 측정한 결과를 표 1에 나타내었다.

표 1. 원기둥이 움직이는 시간 간격.

$\alpha°$	t_1, s	t_2, s
20	0,4546	0,7187
25	0,3936	0,6290
30	0,3462	0,5589
35	0,3229	0,5211
40	0,3358	0,5283
45	0,3084	0,4911
50	0,2682	0,4347
55	0,2816	0,4432
60	0,2600	0,4113
65	0,2461	0,3908
70	0,2308	0,3675
75	0,2218	0,3542

이론 부분

1.1 두 경우에 원기둥 축의 가속도에 대한 식을 유도하여라. A) 원기둥이 미끄러지지 않고 움직이는 경우 – 가속도 a_1; B) 원기둥이 판을 따라 움직이면서 미끄러지는 경우 – 가속도 a_2. 답을 α, g, μ_s로 나타내어라.

1.2 원기둥이 여전히 미끄러지지 않고 움직이는 판의 최대 경사각 $\alpha = \alpha_{cr}$를 마찰 계수 μ_s로 나타내어라.

측정 자료 처리

1.3 표 1의 측정 결과를 이용하여 판의 각 경사각에서 원기둥 축이 움직인 가속도를 계산하여라. 계산에 쓰는 가속도의 식을 적어라. 가속도를 각에 대해 나타낸 그래프를 그리고, 이를 이용하여 임계각 α_{cr}의 근삿값을 구하여라.

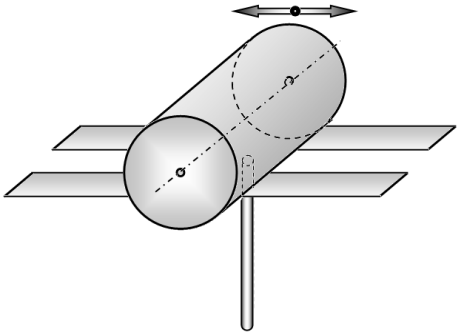
1.4 얻은 관계를 선형화하여라. 곧 원기둥이 미끄러지지 않고 움직이는 경우와 미끄러지며 움직이는 경우 모두에서 관계 $Y(X)$가 선형이 되도록 하는 $X(\alpha, a)$와 $Y(\alpha, a)$를 찾아라. 모든 실험 점에 대하여 선형화한 관계 $Y(X)$를 그려라.

1.5 선형화한 관계 $Y(X)$를 이용하여 원기둥과 판 사이의 마찰 계수 μ_s를 계산하여라. 얻은 값의 오차 $\Delta\mu_s$를 추정하여라. 계산에 쓴 식을 적어라.

1.6 선형화한 관계 $Y(X)$를 이용하여 원기둥이 미끄러지기 시작하는 임계각 α_{cr}의 값을 계산하여라. 얻은 값의 오차를 추정하여라. 계산에 쓴 식을 적어라.

실험 2: 구름 마찰

실제로는 물체 사이에 미끄러짐이 없어도 구름 마찰력이라고 부르는 마찰력이 있다. 이 실험에서는 구름 마찰을 조사하기 위하여 다음 장치를 쓴다. 무거운 꽉 찬 원기둥의 옆면에 작은 막대가 단단히 붙어 있으며, 막대를 연장한 가상의 선은 원기둥의 축을 지난다. 원기둥은 두 수평판 위에 놓여 있어 그 위를 미끄러지지 않고 구를 수 있다. 이때 막대는 늘 두 판 사이의 틈에 있다.



다음 기호를 쓰자. 원기둥의 반지름 R, 원기둥의 질량 M, 붙인 막대의 질량 m(원기둥의 질량보다 훨씬 작다고 볼 수 있다), 막대의 질량 중심에서 원기둥 축까지의 거리 l.

보통 구름 마찰력에 대한 식은 다음과 같이 쓴다.

$$F = \frac{\kappa}{R} N,$$

여기서 N은 수직 항력, R는 구르는 물체의 반지름, κ는 구름 마찰 계수이다. 이 부분에서는 무차원 값 $\mu_r = \kappa/R$를 구해야 하는데, 간단히 이것을 구름 마찰 계수라고 부른다. 보통 구름 마찰 계수는 앞에서 조사한 미끄럼 마찰 계수보다 훨씬 작다.

실험에서는 막대가 연직 위쪽을 향하도록 원기둥을 처음 위치에 놓은 다음, 거의 밀지 않고 놓아준다. 원기둥은 판 위를 구르기 시작하며, 구름 마찰력 때문에 감쇠 진동을 한다. 이때 원기둥이 잇따라 이르는 끝 위치(멈춘 점)의 좌표를 적는다. x_0 – 처음 위치, $x_1, x_2, x_3 \ldots$ – 잇따른 멈춘 점의 좌표. 좌표의 원점 $x = 0$은 막대가 연직 아래쪽을 향하는 점이다. 표 2는 멈춘 점의 좌표를 측정한 실험값이며, 그 측정 오차는 $\Delta x = 0{,}2$ cm이다.

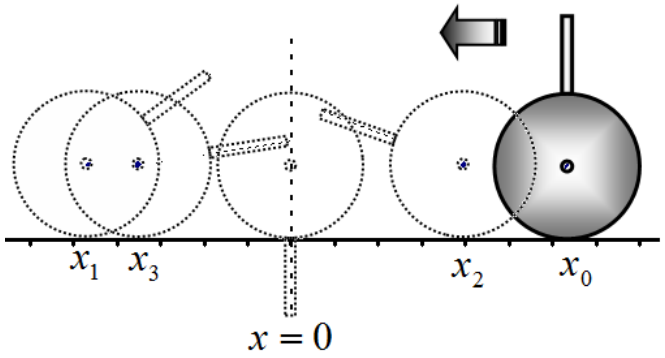


표 2. 멈춘 점의 좌표.

k	x_k , sm
0	15,8
1	-11,6
2	10,1
3	-9,0
4	7,7
5	-7,0
6	5,7
7	-5,3
8	4,7
9	-3,9
10	2,8

장치의 매개변수를 구하기 위하여 평형 위치(점 $x = 0$) 근처에서 원기둥의 작은 진동의 주기를 측정한다. 이를 위해 막대가 붙은 원기둥이 다섯 번 진동하는 시간을 여러 번 측정한다. 그 결과를 표 3에 나타내었다. 시간 측정의 기기 오차는 $\Delta t = 0{,}02$ s이다.

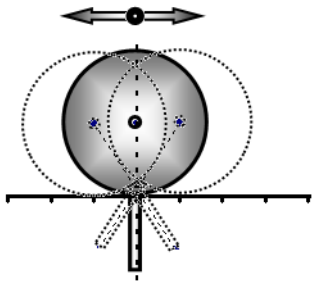


표 3. 다섯 번 진동하는 시간

k	t_5, s
1	7,39
2	7,21
3	7,26
4	7,47
5	7,44

이론 부분

2.1 위에서 설명한 작은 진동의 주기에 대한 식을 유도하여라. 진동 주기를 장치의 매개변수 M, m, R, l과 자유 낙하 가속도 g로 나타내어라.

2.2 위에서 설명한 원기둥 구름 실험에서 잇따른 두 멈춘 점의 좌표 x_k, x_{k-1} 사이의 관계식을 유도하여라. 이 식에는 좌표 말고도 장치의 매개변수 M, m, R, l, 자유 낙하 가속도 g, 구름 마찰 계수 μ_r가 들어갈 수 있다.

2.3 k번째 멈춘 점의 좌표를 처음 좌표 x_0과 앞의 모든 멈춘 점의 좌표 $x_1, x_2, \ldots, x_{k-1}$로 나타내어라. 이 식에는 멈춘 점의 좌표 말고는 자유 낙하 가속도 g와 작은 진동의 주기 T만 들어가야 한다.

측정 자료 처리

2.4 표 3의 측정 결과를 이용하여 원기둥의 작은 진동의 주기 T를 계산하여라. 이 양의 측정 오차 ΔT를 추정하여라.

2.5 관계 $Y(X)$가 선형이 되어 구름 마찰 계수 μ_r를 계산할 수 있게 하는 $Y(x_k)$와 $X(x_0, x_1, \ldots, x_k)$를 제안하여라. 선형화한 관계 $Y(X)$의 그래프를 그려라.

2.6 선형화한 관계 $Y(X)$를 이용하여 구름 마찰 계수 μ_r를 계산하여라. 얻은 값의 오차 $\Delta\mu_r$를 추정하여라.