실험 시험

2024년 1월 10일

먼저 이것을 읽으시오:

1. 실험 시험은 문제 하나로 이루어진다. 이 시험 시간은 3시간이다.
2. 제공된 펜만 사용하시오.
3. 수치 계산에는 프로그래밍 기능이 없는 자신의 계산기를 사용할 수 있다. 계산기가 없으면 올림피아드 주최 측에 요청하시오.
4. ***답안용지***(Writing sheet)***와 여분의 종이***가 제공된다. 여분의 종이는 풀이의 초안을 쓰는 데 사용할 수 있지만, 채점하지 않는다. 채점받을 최종 풀이는 ***답안용지***에 써야 한다. 글은 되도록 적게 쓰고, 주로 식, 수치, 그림, 그래프를 사용하시오.

5. ***답안용지***의 앞면만 사용하시오. 테두리 안쪽에만 쓰시오.
6. 각 용지 위쪽의 칸에 국가(***Country***), 학생 코드(***Student Code***), 문제 번호(***Question Number***), 각 용지의 일련번호(***Page Number***), 사용한 ***답안용지***의 총 매수(***Total Number of Pages***)를 적으시오. 채점받고 싶지 않은 메모에 빈 ***답안용지***를 사용했다면, 그 용지 전체에 큰 X 표시를 하고 번호를 매길 때 포함하지 마시오.

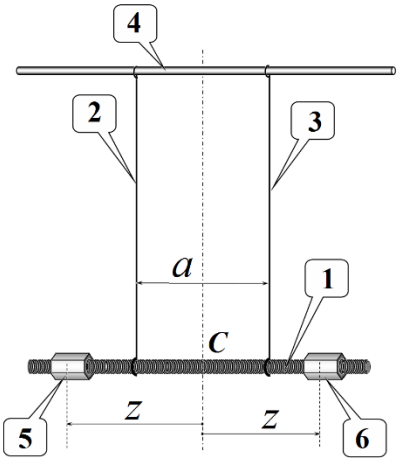
7. 시험이 끝나면 문제마다 모든 용지를 다음 순서로 정리하시오.
    - 사용한 ***답안용지***(순서대로)
    - 채점받고 싶지 않은 용지
    - 사용하지 않은 용지
    - 인쇄된 문제지

   용지를 봉투에 넣고 모든 것을 책상 위에 두시오. 어떤 종이나 기구도 시험실 밖으로 가져갈 수 없다.

진동의 중첩

장치와 기구: 스탠드, 복합 진자, 30 cm 자, 전자 스톱워치.

진동계는 비틀림 진자로, 길이가 같은 두 실 2와 3에 매달린 금속 나사 막대 1로 이루어져 있다. 두 실은 스탠드 다리에 고정된 수평 막대 4에 묶여 있다. 움직이는 막대 1에는 길쭉한 너트 5와 6이 끼워져 있어서 막대를 따라 자유롭게 옮길 수 있다.



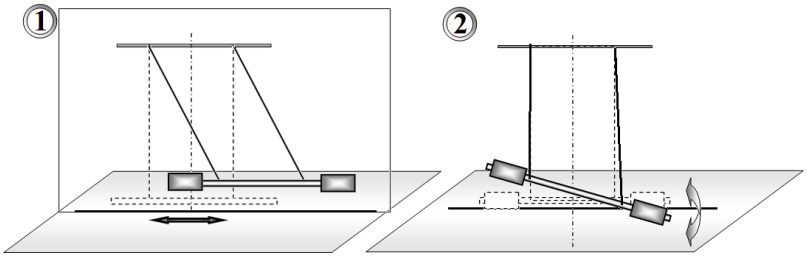
모든 실험에서 실의 길이는 바뀌지 않아야 하며, 실은 평형 상태에서 엄밀히 연직이어야 하고 막대의 중심 C에 대하여 대칭으로 놓여 있어야 한다. 두 실 사이의 거리를 a로 나타낸다.

너트도 막대의 중심에 대하여 대칭으로 놓아야 한다. 너트의 위치는 막대 중심에서 너트 가운데까지의 거리 z로 정한다. 너트의 위치를 정확하게 맞추려면 피치가 1.0 mm인 막대의 나사산을 이용하는 것이 좋다. 편의를 위해 너트의 한 면에는 가운데가 뚜렷하게 표시된 종이띠가 붙어 있으므로, 너트를 한 바퀴 돌리면 너트가 막대를 따라 1.0 mm만큼 움직이는 것을 알 수 있다.

이 실험에서는 막대의 두 가지 진동을 조사해야 한다.

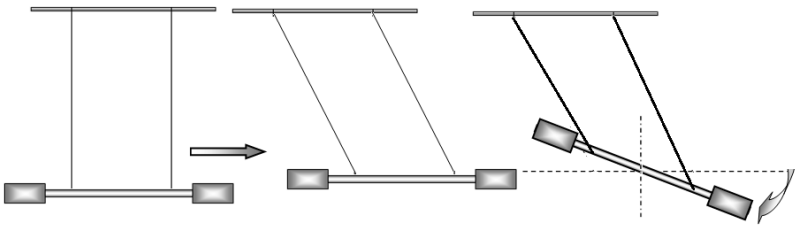
- 세로 진동(아래 그림의 1): 막대와 실이 늘 같은 연직면 안에서 움직인다;

- 비틀림 진동(아래 그림의 2): 막대가 막대 중심을 지나는 고정된 연직축 둘레로 회전한다.



막대를 연직면 안에서 기울였다가 놓으면 막대는 세로 진동을 한다. 막대를 연직축 둘레로 어떤 각도만큼 돌렸다가 놓으면 막대는 비틀림 진동을 한다.

또한 이 실험의 목적은 세로 진동과 비틀림 진동의 중첩을 조사하는 것이다. 이 중첩은 막대를 축을 따라 옮기면서 연직축에 대하여 어떤 각도만큼 돌려서 일으킬 수 있다. 이러한 진동을 혼합 진동이라고 부른다.



편의를 위해 막대가 탁자 면에 아주 가까이에서 움직이도록 진자를 스탠드에 고정하시오. 탁자 위에 종이 한 장을 놓고, 그 위에 막대의 평형 위치에 해당하는 직선을 그려야 한다. 세로 진동을 하는 동안 막대는 이 직선을 따라 움직여야 하고, 비틀림 진동을 하는 동안 막대의 중심은 같은 연직선 위에 있어야 한다.

실험하는 동안 세로 진동에서 실이 연직선에서 벗어나는 각과 비틀림 진동에서 막대가 회전하는 각은 20°–30° 범위에 있어야 한다.

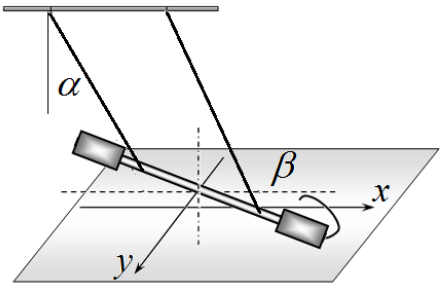
이 실험을 잘 해내려면 매우 정밀한 측정이 필요하므로, 아주 조심스럽고 정확하게 하시오!
막대를 놓을 때 따로 밀지 마시오!

1부. 효과의 관찰과 이론적 기술

두 실 사이의 거리를 $a = 20$ cm로 하고, 실의 길이는 약 $L = 45$ cm로 하며, 너트는 움직이는 막대의 양 끝에 놓으시오. 막대의 혼합 진동을 일으키고 막대 한쪽 끝의 움직임을 주의 깊게 관찰하시오. 선택한 계의 매개변수에서는 세로 진동과 비틀림 진동의 진동수가 가까우므로, 막대 끝의 궤적 모양은 천천히 규칙적으로 바뀌며 주기적으로 처음 모양으로 되돌아온다. 궤적이 처음 모양을 차례로 되찾는 과정을 사이클(cycle)이라 하고, 이에 해당하는 시간을 사이클 시간 T_C, 이에 해당하는 완전한 세로 진동의 횟수를 N_C라고 하자.

1.1 한 사이클 동안 막대 끝 궤적의 특징적인 모양을 차례로 몇 개 그리시오.

수평면에 좌표계를 도입한다. x축은 평형 위치에 있는 막대를 따르는 방향이고, y축은 이에 수직이며, 원점은 평형 위치에 있는 막대의 중심 바로 아래에 둔다.



또한 세로 진동에서 실이 기울어진 각을 α, 비틀림 진동에서 막대의 회전각을 β, 세로 진동의 주기를 T_0, 비틀림 진동의 주기를 T_1, 실의 길이를 L, 막대의 길이를 l로 나타낸다.

1.2 막대 끝의 좌표 $x(t)$와 $y(t)$가 시간 t에 따라 어떻게 변하는지 정확한 식을 쓰고, 이 실험의 조건에 맞는 근사식을 구하시오.

1.3 제안된 모형의 틀 안에서 사이클 주기 T_C를 세로 진동의 주기 T_0과 비틀림 진동의 주기 T_1로 나타내는 식을 구하시오.

1.4 한 사이클 동안의 세로 진동 횟수 N_C를 주기 T_0과 T_1로 나타내는 식을 쓰시오.

2부. 세로 진동

2.1 세로 진동의 주기 T_0을 가능한 한 작은 오차로 측정하시오. 측정한 주기의 기기 오차, 우연 오차, 전체 오차 ΔT_0을 계산하시오.

3부. 비틀림 진동

비틀림 진동의 주기는 다음 식으로 나타낼 수 있다.

$$\frac{T_1}{T_0} = a^q F(z), \qquad (1)$$

여기서 z는 막대 중심에서 너트 중심까지의 거리이고, $F(z)$는 z에만 의존하는 함수이다.

3.1 비틀림 진동의 주기 T_1이 두 실 사이의 거리 a에 따라 어떻게 달라지는지 측정하고, 얻은 의존 관계의 그래프를 그리시오. 측정은 너트가 막대 끝에 있을 때($z = 17$ cm) 하시오.

3.2 실험 데이터를 바탕으로 식 (1)이 옳음을 보이고 지수 q를 구하시오. 여기서는 오차를 추정하지 않아도 된다.

식 (1)의 함수 $F(z)$는 다음 꼴임을 보일 수 있다.

$$F(z) = \sqrt{A + Bz^2}, \qquad (2)$$

여기서 A, B는 매개변수 a와 z에 의존하지 않는 상수이다.

3.3 매다는 실 사이의 거리를 $a = 10$ cm로 고정하시오. 비틀림 진동의 주기를 너트의 위치 z의 함수로 측정하시오. 얻은 관계의 그래프를 그리시오. 너트가 실보다 막대 중심에 더 가까울 때는 측정하지 않아도 된다.

3.4 식 (2)를 실험 데이터의 기술에 적용할 수 있음을 보이시오.

3.5 계수 A, B의 값을 계산하고 그 오차를 추정하시오. a, z의 값은 센티미터 단위로 재야 한다는 점에 유의하시오.

4부. 혼합 진동

두 실 사이의 거리를 $a = 20\ \text{cm}$로 하시오. 1부에서 설명한 혼합 진동을 $z > 10\ \text{cm}$인 여러 너트 위치에서 조사하시오.

4.1 한 사이클 동안의 세로 진동 횟수 N_C가 너트의 위치 z에 따라 어떻게 달라지는지 측정하시오. 모든 z 값에서 이것을 할 수는 없을지도 모른다!

4.2 2부와 3부의 결과를 바탕으로, 4.1에서 측정한 모든 z 값에 대하여 비틀림 진동의 주기를 계산하시오.

4.3 측정 결과를, 1부에서 구한 N_C의 식이 옳음을 확인해 주는 그래프 형태로 나타내시오.